



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>

(56)

Sum 1991 d. 89
1705

HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

Année MDCCV.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.

A PARIS,
Chez JEAN BOUDOT, Imprimeur Ordinaire du Roy, & de
l'Académie Royale des Sciences, rue S. Jacques au Soleil d'or,
proche la Fontaine S. Severin.

M. DCCVI.
AVEC PRIVILEGE DU ROY.



TABLE

POUR

L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

<i>Sur un nouveau Barometre à l'usage de la mer.</i>	Page 1
<i>Sur la dilatation des Vaisseaux par la chaleur.</i>	4
<i>Sur l'Aiman & sur l'aiguille aimantée.</i>	5
<i>Sur la rarefaction & la condensation de l'air.</i>	10
<i>Sur une irregularité de quelques Barometres.</i>	16
<i>Sur les Tuyaux Capillaires.</i>	21
<i>Sur un nouvel Instrument appelé Manometre.</i>	26
<i>Sur les différentes hauteurs de la Seine en differens tems.</i>	32
<i>Diverses observations de Physique generale.</i>	34
<i>Memoire sur l'Ambre jaune,</i>	41

ANATOMIE.

<i>Sur la structure des Reins.</i>	45
<i>Sur une Matrice double.</i>	47
<i>Diverses observations Anatomiques.</i>	49

CHIMIE.

<i>Sur le Camphre.</i>	59
<i>Sur la Gratirole.</i>	62
<i>Sur la generation du Fer.</i>	64
<i>Diverses observations Chimiques.</i>	66

TABLE.

BOTANIQUE.

Observation Botanique.

68

ARITHMETIQUE.

Sur les Quarres Magiques.

69

ALGEBRE.

Sur une methode generale pour la résolution des Equations.

82

GEOMETRIE.

Sur les Tangentes & les Scãantes des Arcs circulaires.

89

Sur les Forces centrales des Planetes.

92

ASTRONOMIE.

Sur les Satellites de Saturne.

117

Sur une nouvelle methode pour les Longitudes.

122

Sur les Taches du Soleil.

126

GEOGRAPHIE.

129

MECHANIQUE.

Sur la résistance des Solides, & sur la courbure des Ressorts pliés.

130

Sur les proportions necessaires aux diametres des Tuyaux, pour donner précisément certaines quantités d'eau déterminées.

135

Machines ou Inventions approuvées par l'Academie en 1705.

138

Eloge de M. Bernoulli.

139

Eloge de M. Amontons.

150

T A B L E.

T A B L E

P O U R

LES MEMOIRES.

O bservations de la quantité d'eau de pluie qui est tombée à l'Observatoire Royal pendant l'année dernière 1704, avec les hauteurs du Barometre & du Thermometre, & des remarques sur les vents qui ont régné. Par M. DE LA HIRE.	PAGE 1
Comparaison des observations sur la pluie & sur les vents, faites par M. de Pont-briant au Château de Pont-briant à deux lieues de S. Malo, & vers le bord de la mer pendant l'année 1704; avec celles qui ont été faites à l'Observatoire au même tems. Par M. DE LA HIRE.	5
Reflexions sur les observations de la variation de l'Aiman, faites dans le voyage du Legat du Pape à la Chine l'an 1703. Par M. CASSINI le fils.	8
Reflexions sur les observations des Satellites de Saturne & de son Anneau. Par M. CASSINI.	14
De l'Inverse des Tangentes. Par M. ROLLE.	25
Observations sur des playes de ventre. Par M. LITTRE.	32
Du Camphre. Par M. LEMERY.	38
Barometres sans mercure à l'usage de la mer. Par M. AMONTONS.	49
Observation des Taches qui ont paru au mois de Janvier de l'année 1705. Par M. CASSINI le fils.	55
Examen d'une Courbe formée par le moyen du cercle. Par M. CARRÉ.	56
Reflexions sur les regles de la condensation de l'air. Par M. CASSINI le fils.	61
Que les experiences sur lesquelles on se fonde pour prouver que les liquides se condensent & se refroidissent d'abord avant que de se dilater à l'approche de la chaleur, ne le prouvent point, & que cette condensation apparente est purement l'effet de la dilatation du verre & des vaisseaux qui contiennent ces liqueurs. Par M. AMONTONS.	75
Observations de la declinaison de l'Aiman faites dans un voyage de France aux Indes Orientales, & dans le retour des Indes en France pendant les années 1703 & 1704. Par M. CASSINI le fils.	80

T A B L E.

<i>Experiences sur les dissolutions & sur les fermentations froides de M. Geoffroy, réitérées dans les Caves de l'Observatoire.</i> Par M. AMONTONS.	83
<i>Suite des Essais de Chimie, art. 3. Du Souphre principe.</i> Par M. HOMBERG.	88
<i>Nouvelles Remarques sur l'Aiman, & sur les aiguilles aimantées.</i> Par M. DE LA HIRE le fils.	97
<i>Sur la condensation & dilatation de l'air.</i> Par M. DE LA HIRE le fils.	110
<i>Observation sur les reins d'un Fœtus humain de neuf mois.</i> Par M. LITRE.	111
<i>Experiences sur la rarefaction de l'air.</i> Par M. AMONTONS.	119
<i>Des Ecumes Printanieres.</i> Par M. POUPART.	124
<i>Nouvelles constructions & considerations sur les Quarrés Magiques, avec les démonstrations.</i> Par M. DE LA HIRE.	127
<i>De l'Inverse des Tangentes & de son usage.</i> Par M. ROLLE.	171
<i>Véritable hypothese de la résistance des Solides, avec la démonstration de la courbure des corps qui font ressort.</i> Par M. BERNOULLI Professeur à Bâle.	176
<i>Observations sur la Gratirole.</i> Par M. BOULDUK.	186
<i>Methode de déterminer les longitudes des lieux de la terre par les Eclipses des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune, pratiquées en diverses observations.</i> Par M. CASSINI le fils.	194
<i>Experiences Physiques sur la refraction des balles de mousquet dans l'eau, & sur la résistance de ce fluide.</i> Par M. CARRE.	211
<i>Comparaison des observations du Barometre faites par le R. P. Sébastien Truchet avec les nôtres.</i> Par M. MARALDI.	219
<i>Observations sur les Tangentes.</i> Par M. ROLLE.	222
<i>Remarques sur quelques experiences faites avec plusieurs Barometres, & sur la lumiere que fait un de ceux dont on s'est servi en l'agitant verticalement.</i> Par M. DE LA HIRE le fils.	226
<i>De la hauteur du mercure dans les Barometres.</i> Par M. AMONTONS.	229
<i>Suite des remarques sur la hauteur du mercure dans les Barometres.</i> Par M. AMONTONS.	232
<i>Suite des remarques sur la hauteur du mercure dans les Barometres.</i> Par M. AMONTONS.	234
<i>Etablissement de quelques nouveaux genres de Plantes.</i> Par M. TOURNEFORT.	236
<i>Experiences sur les Tuyaux Capillaires.</i> Par M. CARRE.	241
<i>Supplément de Trigonometrie, contenant deux Theoremes generaux sur les Tangentes & les Secantes des angles multiples.</i> Par M. DE LAGNY.	254

T A B L E.

<i>Description de l'ailet de la Chine.</i> Par M. TOURNISFORT.	264
<i>Suite des remarques sur la hauteur du mercure dans les Barometres.</i> Par M. AMONTONS.	267
<i>Nouvelles reflexions sur les regles de la condensation de l'air.</i> Par M. CASSINI le fils.	272
<i>Probleme d'Hydrostatique.</i> Par M. CARRÉ.	275
<i>Methodes nouvelles pour former & résoudre toutes les Equations.</i> Par M. DE LAGNY.	277
<i>Manometre, ou Machine pour trouver le raport de rarités ou rarefa- ctions de l'air naturel d'un même lieu en differens tems, ou de dif- ferens lieux en un même ou en differens tems, &c.</i> Par M. VARI- GNON.	300
<i>Observations sur les maladies des Plantes.</i> Par M. TOURNIS- FORT.	332
<i>Experience sur la chaleur que nous peuvent causer les rayons du Soleil reflechis par la Lune.</i> Par M. DE LA HIRE le fils.	346
<i>Du mouvement des Planetes sur leurs orbes, en y comprenant le mou- vement de l'Apogée ou de l'Aphelie.</i> Par M. VARIIGNON.	347
<i>Probleme de Chimie. Trouver des cendres qui ne contiennent aucunes parcelles de fer.</i> Par M. GEOFFROY.	362
<i>Construction des Quarrés Magiques dont la racine est un nombre pair.</i> Par M. DE LA HIRE.	364
<i>Observation sur la Matrice d'une fille de deux mois.</i> Par M. LIT- TRE.	382
<i>Conyza montana foliis longioribus serratis flore è sulfureo albicante.</i> Par M. CHOMEL.	387
<i>Limodorum montanum flore ex albo dilutè virefcente.</i> Par M. CHOMEL.	392

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS PAR LA GRACE DE DIEU ROY DE FRANCE ET DE NAVARRE: ANOS amez & teaux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de nôtre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra: SALUT. Nôtre Academie Royale des Sciences Nous ayant tres-humblement fait exposer, que depuis qu'il Nous a plû lui donner par un Reglement nouveau de nouvelles marques de nôtre affection, Elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences qui sont l'objet de ses exercices; en sorte qu'outre les Ouvrages qu'Elle a déjà donnez au public, Elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrest de nôtre Conseil d'Etat du 13. du mois d'Aoust dernier. Et desirant donner à ladite Academie en corps, & en particulier à chacun de ceux qui la composent, toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre leurs travaux utiles au public; Nous avons permis & permettons par ces Presentes à ladite Academie, de faire imprimer, vendre & debiter dans tous les lieux de nôtre obéissance, par tel Imprimeur qu'Elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractère, & autant de fois que bon lui semblera: *Toutes les Recherches ou Observations journalieres, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées de l'Academie Royale des Sciences; comme aussi les Ouvrages, Memoires ou Traitez de chacun des particuliers qui la composent, & generalement tout ce que ladite Academie voudra faire paroître sous son nom, lorsqu'après avoir examiné & approuvé lesdits Ouvrages aux*

termes de l'article xxx. dudit Reglement, elle les jugera dignes d'être imprimez : & ce pendant le tems de dix années consecutives, à compter du jour de la datte desdites Presentes. Faisons tres-expresses defences à tous Imprimeurs, Libraires, & à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition que ce soit, d'imprimer, faire imprimer en tout ni en partie, aucun des Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Academie; comme aussi d'en introduire, vendre & debiter d'impression étrangere dans nôtre Royaume sans le consentement par écrit de ladite Academie ou de ses ayans cause, à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contrefaits au profit de sondit Imprimeur, de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts : à condition que ces Presentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs-Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : Que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans nôtre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Reglemens de la Librairie; & qu'avant que de les exposer en vente il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans nôtre Bibliothèque publique, un dans celle de nôtre Château du Louvre, & un dans celle de nôtre tres-cher & feal Chevalier Chancelier de France le sieur Phelypeaux Comte de Pontchartrain Commandeur de nos Ordres, le tout à peine de nullité des Presentes; du contenu desquelles Vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Academie ou ses ayans cause pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchemens. Voulons que la copie desdites Presentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desdits Ouvrages soit tenue pour dûment signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires foy soit ajoutée comme à l'original : Commandons

au premier nôtre Huissier ou Sergent de faire pour l'exécution d'icelles tous actes requis & nécessaires sans autre permission, & nonobstant Clameur de Haro, Chartre Normande & Lettres à ce contraires: CAR tel est nôtre plaisir, DONNE' à Versailles le neuvième jour de Février, l'an de grace mille sept cens quatre, & de nôtre Regne le soixante & unième. Par le Roy en son Conseil,
LE COMTE,

L'Academie Royale des Sciences par déliberation du 13. Février 1704. a cédé le present Privilege à JEAN BOUDOT son Libraire, pour en jouir conformément au Traité fait par l'Academie avec ledit Boudot le 13. Juillet 1699. En foy dequoy j'ay signé, à Paris ce 15. Février 1704.

FONTENELLE, *Secrétaire de l'Academie
Royale des Sciences,*

Registré sur le Livre de la Communauté des Libraires & Imprimeurs de Paris, Numero CVI. page 136. conformément aux Reglemens, & notamment à l'Arrest du Conseil du 13. Aoust dernier. A Paris ce 13. Février 1704.

P. EMERY, *Syndic.*

HISTOIRE

HISTOIRE

DE

L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES

Année M. DCCV.



PHYSIQUE GENERALE

SUR UN NOUVEAU BAROMETRE

A L'USAGE DE LA MER.

JUSQUE les changements de la constitution de l'air annoncés & prédits par le v. les M.
p. 42. Barometre, regardent les vents, les pluies, les tempestes, ou la serenité du temps, on ne peut douter que ses prédictions ne fussent beaucoup plus utiles sur la Mer que sur la Terre. Mais c'est justement sur Mer qu'il n'a pu encore être d'aucun usage. La colonne de Mercure ne faisant équilibre que par sa hauteur avec l'Atmosphère, & cette hauteur

1705.

A

ne pouvant être prise que selon une ligne verticale, dès que le Barometre est incliné, la hauteur de la colonne de Mercure diminue, l'équilibre est rompu, & il ne peut se rétablir, à moins que le poids de l'Atmosphère, alors supérieur, pressant la colonne de Mercure ne la repousse en enhaut, & ne l'allonge jusqu'à ce qu'elle ait la même hauteur verticale qu'auparavant. Mais comme un Pendule tiré de son point de repos, & remis en liberté d'y retourner, y passe & y repasse un grand nombre de fois avant que de s'y arrêter entièrement, de même, & par la même raison, la colonne de Mercure repoussée en enhaut avec impetuosité par le poids de l'Atmosphère, ne se remet à la hauteur nécessaire pour l'équilibre qu'après avoir monté bien des fois au dessus, & être redescendue autant de fois au dessous, en un mot après plusieurs vibrations, qui sont d'autant plus grandes & plus sensibles que le Mercure est un corps plus pesant, & plus capable de conserver long-temps un mouvement qu'il a reçu. Or un Vaisseau sur Mer étant dans un balancement continuel, lors même qu'il est le moins agité, il est clair qu'un Barometre n'y peut jamais avoir le repos nécessaire pour ses fonctions.

C'est là ce qui a obligé M. Amontons à chercher la construction d'un Barometre, qui ne fût point sujet à cet inconvenient, & qui pût servir sur Mer. Il en a imaginé un fort simple. Ce n'est qu'un tuyau recourbé, dont une branche est fort longue par rapport à l'autre, qui se termine en une assez grosse boule. La longue branche, toujours ouverte par le haut, est pleine en partie de quelque liqueur, qui ne va de l'autre côté que jusqu'à l'entrée de la boule, où il n'y a que de l'air enfermé. Si l'air extérieur est plus pesant que celui de la boule, la liqueur baisse dans la longue branche, si c'est le contraire, elle hausse. Comme ce Barometre n'agit que par la différence de l'air extérieur, & de celui de la boule, & non par la hauteur d'une colonne, il est clair que les causes, qui rendent inutile le Barometre commun, dès qu'il a le moindre mouvement, n'ont point ici de lieu.

Tout l'inconvenient de ce Barometre de Mer, c'est qu'il est Thermometre aussi-bien que Barometre; car & la liqueur & l'air de la boule se rarefient ou se condensent par l'augmentation ou la diminution de la chaleur. Mais M. Amontons a trouvé le remede à ce mal. Il ne se contente pas de faire la longue branche d'un fort petit diametre, desorte que la liqueur n'y soit qu'en très-petite quantité, ni de choisir une liqueur très-peu capable de rarefaction, comme de l'Eau seconde, ou de l'Huile de tartre, tout cela ne feroit que diminuer l'erreur; il fait une double graduation à l'instrument, l'une en tant qu'il est Barometre, l'autre en tant qu'il est Thermometre. La premiere est mobile, & la seconde, fixe. Il connoît par le moyen d'un de ses Thermometres nouveaux à quel degré doit être la liqueur de l'Instrument entant que Thermometre, il amene sur ce degré le milieu de la graduation qu'il doit avoir comme Barometre, & la difference qui se trouve entre le degré où il devroit être comme Thermometre & celui où il est effectivement, lui appartient entierement en qualité de Barometre. M. Amontons a observé pendant un assés long-temps, qu'avec cette double graduation, son Barometre de Mer étoit aussi juste que son Barometre rectifié* qui n'est que Barometre.

* V. l'Hist.
de 1704. P.
1.

Tout le jeu du Barometre simple ordinaire n'a que 21 pouces d'étenduë, la colonne de Mercure est de 26 pouces 4 lignes dans sa moindre hauteur, & de 28 pouces 4 lignes dans la plus grande. Par conséquent il suffit que la liqueur contenuë dans la longue branche du Barometre de Mer égale en pesanteur ces deux pouces de Mercure, & son mouvement qui doit représenter celui du Mercure dans l'espace de deux pouces, aura d'autant plus d'étenduë qu'elle sera plus legere par rapport au Mercure. Ainsi si elle est 14 fois plus legere que ce Mineral, son mouvement aura 28 pouces d'étenduë. Il faut encore ajouter pour cela que la capacité de la longue branche soit extrêmement petite par rapport à celle de la boule. Car quand l'augmentation du poids de l'Atmosphère; par

4 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

exemple, fait baisser la liqueur dans la longue branche, elle passe necessairement dans la boule, & diminue le volume de l'air qui y est enfermé. Elle ne peut diminuer ce volume sans en augmenter le ressort, & cet air ayant acquis par-là plus de force, ne permet pas à la liqueur de la longue branche de descendre autant qu'elle l'auroit dû par la seule pesanteur de l'air extérieur. Mais si la boule est si grosse par rapport au peu de capacité de la longue branche, que la quantité de liqueur qui passe de la branche dans la boule ne cause qu'une diminution insensible au volume de l'air de la boule, alors on peut conter que le mouvement de la liqueur supposée 14 fois plus legere que le Mercure, parcourra les 28 pouces dans toute leur étendue. Si cette hauteur de 28 pouces est incommode dans l'usage, & qu'on veuille accourcir l'Instrument, il n'y a qu'à prendre une liqueur plus pesante, ou un tube dont la longue branche ait plus de capacité par rapport à celle de la boule.

SUR LA DILATATION DES VAISEAUX PAR LA CHALEUR.

V. les M.
P. 75.
* p. 12

Il a été dit dans l'Histoire de 1704. * que quand on échauffe avec la main la boule d'un Thermometre, la liqueur qui devroit monter aussitôt dans le tuyau, ne monte qu'après avoir un peu baissé. Cette descente si contraire à ce qu'on auroit dû attendre de la chaleur étoit rapportée par M. Amontons à la dilatation de la boule, dont la chaleur augmente la capacité, avant qu'elle ait pû agir sur la liqueur même, d'où il suit necessairement que cette liqueur doit baisser quelques instants avant que de monter.

* PHIST. M. Geofroy donnoit une autre raison d'un semblable fait. * Il prétendoit qu'à la premiere approche de la cha-
de 1700. P.
53. & 54.

leur, les liqueurs commencent par se condenser, & ensuite se dilatent, & en imaginoit même quelque raison Phisique, qui avoit sa vraisemblance.

Pour démêler la véritable raison, M. Amontons jugea qu'il falloit faire l'expérience avec deux liqueurs inégalement susceptibles de rarefaction, telles que l'Esprit de vin & l'Eau seconde. La rarefaction & la condensation n'étant que la même chose prise en différents degrés, l'Esprit de vin qui se rarefie plus aisément que l'Eau seconde, se condensera plus aisément aussi, & si la condensation des liqueurs à la première approche de la chaleur cause leur descente dans le tuyau du Thermometre, lorsque la boule est échauffée, l'Esprit de vin descendra plus vite & plus bas que l'Eau seconde. Au contraire, si la dilatation de la boule cause cette descente, l'Esprit de vin baissera moins que l'Eau seconde, parcequ'il recevra plus vite l'impression de la chaleur, & que la grandeur & la promptitude de sa rarefaction repareront & surmonteront l'effet de la dilatation de la boule. Il pourra même arriver qu'il ne baissera point du tout, parce que cet effet de la dilatation de la boule sera réparé dans le même instant par la rarefaction de l'Esprit de vin.

L'expérience décida pour M. Amontons. On la tourna même encore autrement pour plus d'assurance, la descente des liqueurs, & la vitesse de la descente furent toujours telles que les demandoit le Système de la dilatation des Vaisseaux, & M. Geoffroy, qui ne cherchoit que la vérité, se rendit sans peine.

SUR L'AIMAN ET SUR

L'AIGUILLE AIMANTE.

L' Aiman est une source inépuisable de Phenomenes surprenans & singuliers, qui attireroient la curiosité de ceux même, qui ont le moins d'attention à observer. V. les M. P. 27.

6 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

ver la Nature ; mais de plus ces Phenomenes sont devenus importants par le rapport qu'ils peuvent avoir à la Bouffole , & à la Navigation. L'estime du chemin d'un Vaisseau se regle sur la déclinaison de l'Aiguille aimantée , & si dans un même lieu & dans un même temps , cette déclinaison peut être différente par des causes particulieres , on sera exposé à tomber dans des erreurs dangereuses. C'est par cette raison que M. de la Hire le fils a examiné si une même Aiguille , ou plutôt deux Aiguilles parfaitement semblables , pouvoient avoir différentes déclinaisons pour avoir été touchées par differents Aimans. Heureusement il a trouvé que non , & c'est une cause d'erreur que l'on a de moins à craindre ; mais il a trouvé aussi que la différente fabrique des Aiguilles , ou leur différente figure , pouvoit mettre quelque variété dans leur déclinaison.

Ce resultat des expériences paroît assés conforme au Sისტème qu'on s'est fait de l'Aiman , sur les veuës que M. Descartes a données. La matiere qui passe au travers de chaque Aiman , & qui entrant & sortant par ses Poles , & rentrant d'où elle est sortie , forme un Tourbillon alentour , a la même direction de mouvement que celle qui forme un Tourbillon général autour de la Terre , le premier de tous les Aimans , & par conséquent elle a la même direction en differents Aimans , soit forts , soit foibles ; car leur force ou leur foiblesse ne vient que d'une plus grande ou moindre quantité de cette matiere magnetique , & la direction du mouvement ne change pas selon cette quantité. Mais il est clair qu'elle peut changer selon que les différentes parties d'une Aiguille de fer dans laquelle la matiere magnetique s'ouvre un passage , seront differemment disposées à la recevoir , ou , ce qui est la même chose , heterogenes , ou même selon que l'Aiguille sera d'une figure capable de modifier differemment en ses différentes parties le cours de la matiere magnetique. On verra sur cela dans le Memoire de M. de la Hire le fils ses expériences , & des détails de pratique assés délicats.

On reconnoît pour Aiman toute matiere ou masse, autour de laquelle la matiere magnetique forme naturellement un Tourbillon, & l'on decouvre sensiblement ce Tourbillon par ses deux Poles qui ont des vertus & des effets contraires. Si une masse revêtue d'un semblable Tourbillon attire par un certain bout une Aiguille de fer, elle la repoussera par le bout opposé. Tout Tourbillon, dès qu'il existe, a nécessairement ces deux effets contraires, mais il peut d'ailleurs être si foible qu'il ne soutiendra pas le plus petit morceau de fer ou de limaille, attaché à la masse qu'il envelope. Ainsi le caractere essentiel, & la marque sûre d'un Aiman, ce sont les deux Poles, supposé qu'il les ait par lui-même. Une Aiguille aimantée n'est pas un Aiman, quoiqu'elle ait deux Poles: car elle ne les a que parce qu'elle a été aimantée ou touchée d'une Pierre d'aiman. Mais on a observé, il y a déjà du temps, que ce que le fer n'est pas par lui-même, la rouille de fer l'étoit quelquefois, je veux dire, un véritable Aiman. M. de la Hire le pere ayant enfermé dans une Pierre qu'il laissa à l'air, des fils placés dans le plan du Meridien, de maniere qu'ils faisoient avec l'horison de ce pais-ci le même angle que la matiere magnetique qui circule autour de la Terre, a trouvé au bout de dix ans, que ces fils, qu'il avoit pris assés déliés, étoient entièrement changés en rouille, & en même temps étoient devenus des aimans veritables. Il en avoit aimanté quelques-uns, avant que de les enfermer dans la pierre, & ceux-là n'acquirent pas une plus forte vertu d'Aiman que les autres, tant le passage seul de la matiere magnetique du Tourbillon de la Terre dans ces fils bien disposés à la recevoir selon sa direction, eut de force pour les aimanter.

Du fer entièrement rouillé étant friable, & propre à se mettre en poussiere, au lieu qu'il étoit auparavant mou, & malleable, il doit être devenu par-là plus semblable à une Pierre, & par conséquent à un Aiman, dont il tient toujours beaucoup par la configuration de ses pores. Aussi M^{rs}. de la Hire croyent-ils qu'une Pierre ferrugineuse, ou

3 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

de la Mine de fer est presque toujours un Aiman, quoique souvent assés foible.

* p. 9. &
suiv.

Nous avons parlé dans l'Histoire de 1701. * du Siftême de M. Halley sur la déclinaison de l'Aiman, & de cette Courbe qui selon ses observations étant exempte de déclinaison, embrasse le Globe de la Terre, & qui est le terme d'où l'on doit conter toutes les déclinaisons Orientales & Occidentales. M^{rs}. de la Hire ont représenté le Globe terrestre par une Pierre d'Aiman qu'ils ont entre les mains, mediocrement bonne, qui pèse 100. livres, & a près d'un pied de diametre. Ils l'ont arrondie, & après avoir trouvé ses Poles, ils ont tracé sur sa surface un Equateur & des Meridiens. Une Aiguille de Bouffole placée sur ces differents Meridiens, a tantôt une déclinaison vers l'Est, tantôt vers l'Ouëst, & tantôt elle n'en a point; ce qui est tout à fait conforme au Siftême de M. Halley, & en donne une image sensible.

Il est plus que vraisemblable que la variation & l'inégalité des déclinaisons sur l'Aiman de M^{rs}. de la Hire, viennent de ce que les parties veritablement magnetiques de cette Pierre sont mêlées avec d'autres parties heterogenes, irrégulierement semées & répandues. Il en va de même de la Terre qui est un Aiman encore plus mêlé. Mais il se fait dans la Terre des générations nouvelles, & non pas dans la Pierre d'Aiman, & de-là vient que les déclinaisons qui seront toujours les mêmes aux mêmes endroits de cette Pierre, sont changeantes sur le Globe terrestre.

La lenteur des générations qui se font dans le sein de la Terre, & celle des changements de déclinaison qui ne sont guère que de 12 minutes par an dans un même lieu, conviennent assés ensemble; mais il paroît que quand quelque une de ces générations, qui dans le temps qu'elle se formoit & se perfectionnoit, détournoit toujours de plus en plus l'Aiguille du Nort vers l'Ouëst, par exemple, est enfin parvenue à sa derniere perfection, l'Aiguille devroit être quelque temps *stationnaire* & arrêtée au même point de

de déclinaison parce qu'il n'est guère vraisemblable qu'il se fasse aussitôt dans la Terre une autre génération, qui donne à l'Aiguille un mouvement contraire, & la rappelle de l'Ouest au Nort, & de-là à l'Est; cependant on ne voit pas que l'Aiguille ait de ces sortes de stations; mais il est vrai aussi qu'il n'y a pas beaucoup plus de 100 ans que l'on observe les déclinaisons, & dans un temps si court par rapport à la lenteur de ce mouvement, on n'a pas encore des observations en assez grand nombre. C'est pour cela que M^r. de la Hire apportent tant de soin à celles qu'ils font depuis plus de 20 ans à l'Observatoire, & en tiennent un Registre si exact. Il peut arriver que sur ces sortes de matieres le temps donne le Système, en donnant une quantité de Phenomenes suffisante.

Comme l'Academie a trouvé l'idée de M. Halley sur les variations de l'Aiman très-belle & digne d'être suivie avec beaucoup d'attention, les occasions que l'on a eues de l'examiner, & de la verifier n'ont pas été négligées. M. Cassini le fils ayant entre les mains des observations sur la déclinaison faites par M. de May Missionnaire pendant le voyage qu'il a fait à la Chine en 1703. avec le Légat du Pape, & les ayant rapportées sur la Carte générale des déclinaisons dressée par M. Halley pour l'année 1700, il a trouvé tant de conformité ou de si légères différences que le Système du sçavant Anglois en est extrêmement confirmé.

V. les M.
p. 8. & 80.

Il y a plus. Supposé que par d'autres observations ce Système continuât à être aussi heureux, & aussi juste, M. Cassini le fils lui donne un usage, auquel on ne fait si M. Halley a pensé. C'est la détermination des Longitudes, du moins en quelques endroits du Globe terrestre, où les Cercles de déclinaison de M. Halley different peu des Meridiens; car les déclinaisons étant posées sur tout le Globe, on sauroit en ces lieux-là par la déclinaison que l'on trouveroit, sous quel Meridien on seroit arrivé. Il est vrai que les déclinaisons changent toujours; mais on commence à savoir, & on saura un jour encore mieux,

quel changement répond à chaque année. Enfin il paroît que nous sommes à cet égard sur de bonnes voyes, mais il n'y a point de chemin qui se puisse faire qu'en un certain temps.

SUR LA RAREFACTION ET LA CONDENSATION DE L'AIR.

V. les M.
p. 61. 110.
119. 119.
271.

LA Rarefaction, ou, ce qui est la même chose prise à contresens, la Condensation de l'Air, a assés occupé l'Academie pendant cette année. Quoique cette matiere soit une de celles où la Philosophie moderne a le plus réussi, quoiqu'elle ait été tournée en mille façons par un grand nombre d'Experiences, on va voir qu'elle n'est pas encore bien parfaitement connue, & qu'il nous reste beaucoup à desirer pour le Sისტême.

Feu M. Mariotte a établi par expérience que les différentes condensations de l'Air suivoient la proportion des poids dont il étoit chargé. En supposant d'ailleurs que le Mercure au bord de la Mer se tienne dans le Barometre à 28 pouces, qui égalent par conséquent le poids de toute l'Atmosphère, & qu'au niveau de la Mer 60 pieds d'air en hauteur fassent équilibre avec une ligne de Mercure, de sorte que le Barometre porté à 60 pieds au dessus de la Mer descendroit d'une ligne, il est très-aisé de trouver, par le principe de M. Mariotte, quelle hauteur d'air répondroit à une seconde ligne de Mercure; car comme 28 pouces de Mercure moins une ligne sont à 28 pouces, ainsi une hauteur de 60 pieds d'air sera à un quatrième terme, qui est la hauteur d'air correspondante à la seconde ligne de Mercure. On trouvera de même toutes les autres hauteurs d'air correspondantes à chaque ligne, & toujours plus grandes, puisqu'elles sont chargées d'un moindre poids de l'Atmosphère. Elles

feront nécessairement une progression geometrique, & il ne faut qu'avoir la somme de cette progression pour déterminer la hauteur de toute l'Atmosphère. Par conséquent une certaine partie de cette somme donnera la hauteur d'une Montagne, au sommet de laquelle le Barometre sera descendu d'une certaine quantité.

M. Mariotte, apparemment pour la facilité du calcul, changea sa progression geometrique en arithmetique, & prétendit que ce changement ne produisoit pas d'erreur considerable. Il appliqua sa nouvelle progression à deux observations de hauteurs de Montagnes, faites par le Barometre, & trouva que son calcul en approchoit assez.

Mais M^r. Cassini & Maraldi ayant mesuré par le Barometre la hauteur de plusieurs Montagnes, ainsi qu'il a été dit dans l'Hist. de 1703, * ils reconnurent que ni le principe de Mariotte, ou la progression geometrique qui s'en ensuit, ni la progression arithmetique qu'il y substitua, ne répondoient assez juste à leurs observations, & qu'elles s'en écartoient d'autant plus que les hauteurs des Montagnes étoient plus grandes. M. Cassini le fils prit la peine de dresser une Table de toutes les hauteurs d'air telles que les donne la progression geometrique de M. Mariotte depuis le niveau de la Mer, jusqu'à une hauteur où le Barometre baisseroit de 7 pouces. Ces hauteurs se trouvent toujours moindres que celles que donne la progression arithmetique, & celles-ci moindres encore que celles qui ont été observées. Ce fut par cette raison que M^r. Cassini & Maraldi établirent une nouvelle progression arithmetique, qui s'accorde beaucoup mieux avec les observations. Elle a été rapportée dans l'endroit ci-dessus cité de l'Histoire de 1703.

* p. 11. &
suiv.

Puisque les hauteurs des Montagnes telles qu'on les trouve par la progression geometrique de M. Mariotte sont toujours beaucoup trop petites, il s'ensuit que cette progression donne aussi les rarefactions de l'Air à différentes hauteurs plus petites qu'elles ne doivent être; car ce n'est que de ces rarefactions que l'on conclut les hau-

teurs, & par conséquent la rarefaction de l'Air à ces différentes hauteurs est réellement plus grande, ou, ce qui revient au même, la condensation est plus petite, que si elle suivoit, selon M. Mariotte, la proportion des poids.

* p. 2

Nous avons déjà dit dans l'Histoire de 1702 * que la règle de M. Mariotte ne pouvoit être vraie sans restriction, & qu'elle devoit se renfermer dans les rarefactions ou condensations moyennes. En effet M. de la Hire ayant voulu autrefois la vérifier par expérience, & d'une manière très-simple, prit un Ressort qu'il allongeoit par différents poids, & il en trouva toujours les extensions proportionnelles à ces poids, tant qu'elles n'étoient que moyennes. Cela s'applique de soi-même à l'Air qui est une matière à ressort. Enfin il est visible par le raisonnement, que la proportion des poids ne peut subsister que dans les extensions ou condensations moyennes, car un corps comprimé & réduit, par exemple, à la moitié de sa première hauteur par un certain poids, seroit donc réduit à une hauteur nulle ou à rien par un poids double, & à moins que rien par un plus grand poids, ce qui est entièrement absurde.

Cependant il faut avouer qu'en faisant d'autres Expériences que celles dont nous avons parlé jusqu'ici, la proposition de M. Mariotte se trouve vraie, même dans de très grandes rarefactions de l'Air. On prend un tuyau plus long que 28 pouces, que l'on ne remplit pas entièrement de Mercure, & où il reste par conséquent une certaine quantité d'air. On le renverse ensuite à la manière ordinaire dans un vase plein de Mercure, & aussitôt l'air qu'on a laissé dans le tuyau gagne le haut. Le Mercure de ce tuyau ne peut pas se tenir suspendu à la hauteur de 28 pouces, parce qu'il n'est pas seul à soutenir le poids de l'Atmosphère, & qu'il est aidé par l'air enfermé avec lui. Il descend donc plus bas que les 28 pouces, & l'Air qui doit occuper l'espace abandonné par le Mercure se dilate nécessairement, & perd en même temps quelque chose de sa force de ressort, de manière

que le ressort affoibli de cet Air, & la hauteur à laquelle le Mercure est demeuré suspendu, par exemple, 16 pouces, font ensemble équilibre à tout le poids de l'Atmosphère, égal à 28 pouces de Mercure, ou, ce qui revient au même, l'Air dilaté dans le tuyau est alors chargé d'un poids égal à 2 pouces de Mercure, au lieu que ce même Air, tel qu'on l'avoit d'abord enfermé dans le tuyau, étoit dans l'état de condensation où l'avoit mis le poids de toute l'Atmosphère qu'il soutenoit. Or la longueur du tuyau, la quantité d'air qu'on y a laissée, le nouvel espace qu'occupe cet air après le renversement, & la hauteur où se tient le Mercure étant des choses connues, il est aisé de voir si les deux espaces qu'occupe l'Air avant & après le renversement sont proportionnels aux différents poids dont il est chargé. M. Mariotte avoit trouvé dans cette expérience la proportion assés juste, & c'est sur quoi il avoit fondé sa regle générale.

Comme il y avoit quelque lieu de la revoquer en doute, M. Cassini le fils recommença des expériences pareilles à celles de M. Mariotte, & le succès en fut toujours conforme à son principe. Il est vrai qu'il sembloit quelquefois ne l'être pas, & l'on trouvoit l'air plus ou moins dilaté qu'il ne falloit; mais on doit observer qu'il est très-difficile & peut-être impossible d'avoir des tuyaux dont le diametre intérieur soit par tout exactement égal. S'il est plus grand au haut du tuyau, c'est à dire dans l'espace qu'occupe l'air après le renversement, l'Air paroît moins dilaté qu'il ne l'est en effet, c'est le contraire si le diametre du tuyau est plus petit. M. Cassini le fils mesuroit donc exactement par des quantités égales de Mercure qu'il versoit les unes après les autres dans un tuyau, les différentes capacités qu'il pouvoit avoir en différentes parties de sa longueur, & cela étant connu, il voyoit que les observations se rapprochoient assés du principe de M. Mariotte pour devoir le confirmer. On ne conte pas de legeres differences qui pouvoient rester encore, ou même venir d'ailleurs, elles sont inevitables dans toute operation.

Il est visible par ce qui a été dit , que plus un tuyau excède la longueur de 28 pouces , & en même temps moins on y laisse d'air avant le renversement , plus cet air après le renversement doit être dilaté. Il est difficile d'avoir de fort longs tuyaux , & ceux de M. Cassini le fils n'avoient guere que 44 pouces. M. Amontons pour faire l'expérience plus en grand s'avisa de faire faire un tuyau dont un bout se terminoit en une très-grosse Olive de la figure d'un cervelas. Ce bout étoit celui d'enhaut après le renversement , desorte que l'air qui y montoit se dilatoit beaucoup dans un si grand espace , & telle étoit la capacité de cette Olive que quant à cette dilatation de l'air elle valoit un tuyau qui eût eu 475 pouces de long & un diametre égal à celui d'un tuyau ordinaire long de 46 pouces qu'avoit M. Amontons. Le tuyau entier avec son Olive valoit un tuyau long de près de 512 pouces , & du même diametre que celui de 46 pouces.

M. Amontons fit les expériences avec ce nouveau tuyau , & n'y ayant laissé une fois que 2 pouces 6. lignes d'air , il trouva qu'après le renversement cet air devoit s'être dilaté près de 200 fois plus qu'il n'étoit auparavant , & que cette grande dilatation suivoit encore la proportion de M. Mariotte. A plus forte raison de moindres dilatactions la suivoient-elles.

Voilà ce qui peut surprendre les Philosophes même. Les différentes dilatactions où est l'Air depuis le niveau de la Mer jusqu'au haut des Montagnes , ne conservent pas la proportion des poids , & elles la conservent d'autant moins que ces Montagnes sont plus élevées , c'est à dire , que dans cette étendue les dilatactions des deux extrêmes sont trop différentes entre-elles pour être renfermées les unes & les autres dans les bornes des dilatactions moyennes où la proportion peut avoir lieu ; & cependant quelques Montagnes a-t-on jamais vues , où l'air loin d'être dilaté 200 fois plus qu'il ne l'est au niveau de la Mer , le fût seulement une fois davantage : car il faudroit pour cela que le Mercure sur le haut des ces Montagnes baiss-

fût de 14. pouces selon la regle de M. Mariotte, & à peine baisse-t'il de 5 ou 6 sur les plus hautes où l'on ait observé. Comment dont l'Air aussi prodigieusement dilaté qu'il l'est dans le tuyau à Olive de M. Amontons suit-il la proportion des poids, & comment ne la suit-il plus dans le peu de dilatation qu'il a au haut des Montagnes ? l'Air libre est-il different de celui qu'on enferme dans un tuyau ? ou l'Air qui est depuis la surface de la Terre jusqu'au haut des Montagnes doit-il être considéré comme une matiere heterogene & inégalement susceptible de dilatation en ses differentes parties, desorte qu'il entrera dans ses differentes dilatations quelque autre principe que l'inégalité des poids, au lieu que l'Air pris sur la surface de la Terre sera parfaitement homogene, & ne se dilatera ou ne se condensera que selon les poids ?

Il y a du moins quelque apparence que l'Air dilaté dans un tuyau n'est pas tout à fait de la même nature que l'Air du haut d'une Montagne. Si l'on met de l'eau tiède dans la Machine du vuide, elle bout très-fort, dès qu'on a pompé la moitié de l'air, parce que celui qui étoit naturellement mêlé dans cette eau, & qu'on avoit déjà un peu échauffé, étant soulagé de la moitié du poids qui le pressoit, tend à se dégager entierement. De-là M. Mariotte avoit conjecturé que si l'on étoit à une hauteur où le poids de l'Atmosphère fût diminué de moitié, le sang, beaucoup plus chaud que de l'eau tiède, & toujours plein d'air, bouillonneroit de maniere qu'il ne pourroit plus circuler, & il faut convenir que la conjecture étoit assez bien fondée. Cependant M^{rs}. Cassini & Maraldi qui ont monté à des hauteurs, où, selon leur calcul, le poids de l'Atmosphère étoit à peu près la moitié moindre, n'ont senti aucune incommodité causée par la rarefaction de l'Air. Beaucoup de gens qui ont été encore plus haut, ne s'en sont pas aperçus davantage. On peut donc soupçonner qu'il y a quelque difference entre l'air libre & l'air d'un tuyau, également rarefiés l'un & l'autre.

Quoiqu'il en soit, toute cette matiere demande encore

de grands éclaircissements. M. Amontons avoit imaginé, & il commençoit à exécuter des expériences qui auroient pû donner de nouvelles lumieres ; mais il mourut. L'Academie ne perdra pas de veüe ce dessein. Jusqu'à present il faut se contenter de bien connoître la difficulté ; car c'est-là une connoissance, & quelquefois même assez considerable.

SUR UNE IRREGULARITE DE QUELQUES BAROMETRES.

¶ les M.
p. 229. 232.
234. 267.

VOICI encore, à peu près sur la même matiere, de grands sujets de doute, & un nouveau besoin d'éclaircissements.

Il y a déjà quelque temps qu'on avoit remarqué à l'Observatoire que deux Barometres simples, remplis du même Mercure, chargés de la même maniere, pareils en tout, pouvoient cependant ne s'accorder jamais, c'est à dire n'être jamais exactement & précisément à la même hauteur. Comme la difference étoit legere, & que l'on est accoutumé à ne trouver jamais une entiere précision dans tout ce qui est d'exécution & de pratique, on n'étoit pas fort surpris de ce Phenomene, & on se contentoit d'en rapporter la cause en général à quelque difference de construction insensible & inevitable.

Mais un Barometre simple de M. le Chancelier, dont on verra l'Histoire dans les Memoires de M. Amontons, & qui se tenoit 18 ou 19 lignes plus bas que les autres, étonna fort toute l'Academie. Quand on l'inclinoit, & que l'on faisoit venir le Mercure jusqu'au haut du tuyau, il le remplissoit exactement, & l'on n'y voyoit aucune bulle d'air, d'où l'on concluoit necessairement que le vuide étoit parfaitement bien fait, & qu'il n'étoit resté aucun air qui pût tenir le Mercure plus bas qu'il ne devoit être.

Ce

Ce n'étoit point non plus que le Mercure eût une pesanteur extraordinaire , car , outre que l'on n'a point encore vu un Mercure qui pesât plus qu'un autre , quand on mettoit d'autre Mercure dans ce même tuyau , il ne se tenoit pas plus haut , & le Mercure de ce tuyau transporté dans un autre s'y tenoit à la hauteur qu'avoient les autres Barometres en ce temps-là. D'où pouvoit donc venir une si grande inégalité de hauteur , & une si étrange irrégularité ?

Lorsque M. Amontons apporta ce nouveau fait dans une Assemblée , on proposa sur le champ plusieurs pensées différentes. Les uns conjecturoient qu'il peut y avoir une matiere moyenne entre la matiere subtile qui remplit le haut des Barometres , & l'air grossier que le verre empêche d'y entrer , & que le verre du Barometre de M. le Chancelier pouvoit avoir des pores plus grands que les verres ordinaires , & laisser entrer cette matiere , dont le poids abaissoit si considerablement le Mercure. D'autres croyoient que ce tuyau pouvoit avoir quelque humidité grasse , dans laquelle étoit contenu de l'air qui se dilatoit beaucoup dès que le vuide étoit fait. D'autres enfin soupçonnoient que peut-être ce verre étoit tel , que le Mercure en corrodoit la substance , & par-là dégageoit de l'air enfermé dans ses cellules , & en effet , en examinant ce verre avec un Microscope , ils croyoient le voir plein de bulles , comme les Larmes de Hollande , du moins en sa partie supérieure. Chacun proposoit les expériences , qui pouvoient appuyer ou détruire son opinion , mais on ne pouvoit pas les faire toutes sur un même tuyau , & il y en avoit quelques-unes dont le succès dépendoit d'un temps assez long.

M. Amontons étoit persuadé qu'il entroit de l'air subtil par les pores du tuyau de M. le Chancelier ; & comme c'étoit lui qui en étoit saisi & que le fait avoit d'abord passé par ses mains , il fut chargé par l'Academie d'examiner cette matiere , & il commença par les expériences qui avoient rapport à son opinion.

Il s'aperçut d'abord d'une nouvelle circonstance du Phenomene assés singuliere ; c'est qu'ayant plusieurs fois vuïdé & rechargé de Mercure ce tuyau qui étoit le sujet de toutes ses recherches, il trouva qu'après cela sa différence de hauteur d'avec les autres Barometres étoit diminuée de moitié, & qu'il n'étoit plus que de 9 lignes plus bas.

Ensuite on vint à savoir que quelque temps auparavant il avoit été lavé en dedans avec de l'Esprit de vin par M. Homberg qui en avoit voulu ôter une tache, après quoi le Mercure s'y étoit tenu plus bas que dans les autres Barometres, & alors M. le Chancelier s'étoit aperçu de son irrégularité.

M. Amontons crut que tout cela s'accordoit assés bien avec sa pensée. L'Esprit de vin ayant bien nettoiyé le verre avoit enlevé de dedans ses pores tous les petits corpuscules étrangers qui auroient fermé le passage à l'air, & ce même tuyau ayant été plusieurs fois déchargé de son Mercure & rechargé depuis qu'il étoit entre les mains de M. Amontons, le Mercure y avoit laissé quelque espece de crasse fort déliée, qui avoit bouché une partie des pores du verre, ou en avoit rendu le passage plus difficile. De-là venoit que le Mercure n'y étoit plus si bas. Et en effet M. Amontons ayant de nouveau lavé ce tuyau avec de l'Esprit de vin, le Mercure s'y remit ensuite aussi bas qu'il étoit d'abord.

Cette crasse que l'on suppose que le Mercure peut laisser en passant & repassant plusieurs fois dans un même tuyau ne manque pas tout à fait de vraisemblance. M. Amontons fit voir des Bouteilles où il y avoit du Mercure, qu'il avoit portées dans ses poches pendant un an & plus. Non seulement elles étoient devenues fort sales en dedans, mais une partie du Mercure s'étoit changée en une poudre noirâtre, ce qui convient parfaitement avec ce qui a été dit sur ce sujet dans l'Histoire de 1700. * mais comme il paroît que le Mercure ne produit cette saleté, que par un mouvement repeté un grand nom-

* p. 22.

bre de fois, & pendant un long temps, il reste à savoir si elle peut être produite dans un tuyau qui aura été déchargé & rechargé, peut-être cinq ou six fois. Il est vrai que l'on n'a besoin ici que d'une faleté insensible.

Si la conjecture de M. Amontons étoit vraie, un tuyau d'une matiere plus poreuse que le verre, & chargé de Mercure comme un Barometre, devoit laisser passer un air moins subtil, ou en laisser passer une plus grande quantité que le tuyau de M. le Chancelier. Ce fut dans cette veüe que M. Amontons prit un moyen canon de fusil, long d'un peu plus de 34 pouces, & en fit une espece de Barometre. Mais le fer n'étant pas transparent, la difficulté étoit de savoir à quelle hauteur se tiendrait le Mercure dans ce Barometre nouveau. On verra dans le Memoire de M. Amontons un expedient assés ingenieux qu'il imagina. Cela fait, il se trouva que le Mercure étoit dans le tuyau de fer 52 lignes plus bas que dans les tuyaux de verre ordinaires.

Ce tuyau ayant été laissé en experience comme un Barometre, le Mercure y baissa toujours, mais lentement, c'est à dire qu'il en sortoit toujours, desorte qu'au bout de 30 ou 31 heures, il n'y en restoit qu'à peu près la onzième partie de ce qu'il y en avoit eu immédiatement après le renversement. Peut-être y avoit-il dans ce canon quelque fente ou quelque ouverture imperceptible, par où l'air s'insinuoit toujours; mais enfin on ne pouvoit attribuer à cette cause le peu de hauteur où s'étoit tenu le Mercure aussitôt après le renversement du tuyau, puisque les diminutions de hauteur qui suivirent ne se faisoient que dans de certains temps, & avec assés de lenteur.

M. Amontons qui avoit observé dans cette experience la durée des écoulemens du Mercure, & leur différente quantité en certains temps, avoit dessein de recommencer le tout plusieurs fois, & de voir si les écoulemens n'auroient pas été plus lents en hiver qu'en été, ce qui auroit pu avoir son usage par rapport à la Transpi-

20 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
ration, & fût peut-être devenu plus important que la première recherche, mais, ainsi que nous l'avons déjà dit, il mourut, au milieu de tant d'entreprises, que l'on peut dire qui avoient besoin de lui.

Il ne faut donc pas encore trop conter sur l'expérience du tuyau de fer qui n'a été faite qu'une fois. Peut-être même a-t-on supposé trop légèrement que le fer fût plus poreux, & plus facilement pénétrable à l'air que le verre. Enfin plusieurs Academiciens ne convinrent point du Système de M. Amontons.

Ils soutenoient que l'expérience du Barometre de M. le Chancelier étoit trop singulière, pour devoir rendre suspectes une infinité d'expériences précédentes, dans lesquelles on avoit toujours supposé qu'aucun verre ne laissoit passer aucune matiere capable de peser sur le Mercure. M. Homberg en particulier rapportoit tout le Phenomene à l'Esprit de vin dont le tuyau avoit été lavé. Plusieurs gouttelettes de cette liqueur subtile s'étoient logées dans les pores du verre; d'où elles étoient sorties dans l'instant que le vuide s'étoit fait, & s'étant extrêmement rarefiées, avoient abaissé le Mercure. Il prétendoit que le tuyau ayant été lavé avec de l'eau on voyoit le même effet, & que des particules aqueuses se rarefioient de la même maniere, & devenoient vapeurs; & pour preuve de cela, si ces tuyaux après avoir été lavés étoient bien séchés au feu, le Mercure y reprenoit sa hauteur naturelle.

M. Amontons opposoit à ce raisonnement, qu'il étoit incroyable que quelques gouttelettes d'Esprit de vin ou d'eau, extrêmement rarefiées, & par conséquent extrêmement affoiblies quant à leur force de ressort, en eussent cependant une égale à 18 lignes de Mercure; qu'en inclinant ces tuyaux, où l'on prétendoit qu'étoient contenues ces matieres rarefiées, & en faisant venir le Mercure jusqu'au haut, on auroit donc dû voir ces mêmes matieres recondensées par le poids du Mercure, former des bulles, pareilles à celles que forme l'air, pour peu qu'il

en soit resté dans le tuyau , & que cependant on ne voyoit rien de semblable ; qu'afin que de l'air laissé dans le tuyau abbaissât le Mercure de 18 lignes, il en falloit laisser une quantité fort considerable , & entierement disproportionnée à celle de ces goutelettes , auxquelles on attribuoit le même effet. Enfin M. Amontons montrait deux tuyaux neufs , pris chés le sieur de Ville Emailleur , que l'on ne pouvoit soupçonner d'avoir jamais été lavés ni avec de l'Eau ni avec de l'Esprit de vin , & où le Mercure se tenoit 6 à 7 lignes plus bas que dans les autres Barometres. Ce qui est encore favorable au Système de M. Amontons , c'est que cette différence de hauteur diminuoit , à mesure qu'il les déchargeoit & rechargeoit de Mercure.

Que conclurre de tout cela ? rien encore. L'Academie remet la décision aux experiences qu'elle fera , & peut-être en faudra-t'il une longue suite. Elle ne prétend pas ne faire au Public que l'Histoire de ses découvertes , elle croit lui devoir aussi celle de ses doutes , & elle verra avec une extrême satisfaction que ses doutes contribuent aux découvertes d'autrui.

SUR LES TUYAUX CAPILLAIRES.

UN Tuyau ouvert par les deux bouts , étant à demi V. les M. plongé dans une liqueur , elle y entre , & s'y met au P. 241. niveau du reste de sa surface , à moins que le Tuyau ne soit *Capillaire* , c'est-à-dire d'un fort petit diametre ; alors il arrive ordinairement qu'elle monte au dessus de son niveau. Je dis ordinairement , car la liqueur peut être telle , & le Tuyau d'un si petit diametre , qu'elle demeurera au dessous , ou même n'entrera point du tout dans le tuyau. C'est ce qu'on a éprouvé avec du Mercure. Mais il ne s'agit maintenant que de l'élevation des liqueurs au dessus de leur niveau dans les Tuyaux Capillaires , le second cas viendra sans peine à la suite du premier.

Cette élévation des liqueurs n'est point une exception peu importante de la regle générale, & la recherche des causes n'est point une vaine curiosité. Le corps humain est une Machine hydraulique, & dans le nombre presque infini de tuyaux qui la composent, celui des Capillaires est sans comparaison le plus grand, & c'est par conséquent la connoissance de cette espece de tuyaux qui nous interesse le plus.

Quelques Philosophes ont prétendu que l'air n'exerçant pas librement l'action de sa pesanteur sur l'eau dans un Tuyau capillaire à cause de la petitesse de l'espace, l'Eau extérieure plus pressée par le poids de l'air devoit faire monter celle qui répondoit à l'ouverture du Tuyau. D'autres ont cru qu'elle s'y soutenoit jusqu'à une certaine hauteur, en s'attachant, & en se colant, pour ainsi dire, aux parois intérieures, & que le diametre étant supposé fort petit, il falloit regarder toute la colonne d'eau comme suspendue de cette maniere. Ces deux différentes causes sont les seules que l'on ait imaginées, & même, à ce qu'il paroît, les seules que l'on ait pu imaginer.

M. Carré, aidé de M. Geoffroy, a cherché à décider entre-elles par un grand nombre d'experiences qu'il a faites sur cette matiere. En voici deux qui semblent ne laisser plus aucun doute.

1. L'eau s'étant élevée au dessus de son niveau dans un Tuyau capillaire, si ensuite on pompe l'air, aussi exactement qu'il soit possible, elle ne redescend point, au contraire, elle s'élève encore un peu.

2. Si l'on enduit de suif le dedans d'un Tuyau capillaire, l'eau ne s'y met que de niveau au reste de sa surface. Mais si ce Tuyau n'est enduit de suif que jusqu'à une hauteur moindre que celle où il est plongé dans l'eau, elle monte à son ordinaire au dessus de son niveau, & s'il n'est enduit de suif que d'un côté, l'eau de ce côté-là se met de niveau, & monte au dessus de l'autre côté.

Ce n'est donc pas l'inégalité de la pression de l'air qui cause l'élévation de l'eau, puisque dans un lieu vuide

d'air cette élévation subsiste, & même augmente, & en même temps, il faut rapporter cet effet à l'adhérence de l'eau aux parois intérieures du Tuyau capillaire, puisqu'elle s'élève dans la partie où l'on ne l'empêche pas.

Mais on doit bien remarquer ici que l'adhérence n'est pas une force mouvante, elle ne fait que donner lieu à une force mouvante d'exercer son action. Toutes les colonnes d'eau tendent par leur pesanteur à descendre, & à s'élever par conséquent les unes les autres; & ce n'est que l'égalité de leurs forces qui les met toutes de niveau. Si quelqu'une se trouve moins pesante que les autres, aussitôt elle doit être élevée, jusqu'à la hauteur nécessaire pour l'équilibre. Quand on met sur la surface de l'eau contenuë dans un vaisseau un Tuyau capillaire, les gouttes d'eau comprises dans son ouverture s'attachent au dedans du petit cercle qui la forme, en sont soutenues en partie, & par conséquent d'autant moins pesantes par rapport à toute l'eau extérieure qui pèse librement sur le fond du vaisseau. La colonne d'eau à laquelle appartiennent ces gouttes ainsi soutenues, c'est à dire la colonne qui répond à l'ouverture du Tuyau capillaire, est donc dans son tout plus légère, ou, pour parler plus précisément, exerce moins sa pesanteur sur le fond du vaisseau, que les autres colonnes dont elle est environnée, & par conséquent elles la doivent élever dans le Tuyau capillaire jusqu'à une hauteur où elle regagnera par une plus grande quantité d'eau ce qu'elle perd par être en partie soutenue. Ce raisonnement que M. Carré a tiré des loix de la Mécanique, & qui seul met dans son jour le Système de l'adhérence de l'eau, le lui rend en quelque sorte particulier, parce que ceux qui l'ont imaginé avant lui, n'avoient pas été jusque-là, & que faute de cette explication, leur opinion, quoique vraie, pouvoit être aisément combattue, & même détruite. Il ne suffit pas d'être dans le vrai, il faut y être arrivé par le vrai chemin.

Il suit manifestement de cette Mécanique, que plus le tuyau est d'un petit diamètre, ou plus il est plongé dans

l'eau , plus l'eau s'y doit élever. Dans le premier cas , un tuyau d'un petit diametre a plus de surface à proportion , & par conséquent un plus grand nombre de gouttes d'eau sont soutenues par ses parois interieures , & d'ailleurs les gouttes du milieu sont d'autant plus soutenues par celles que les parois soutiennent , qu'elles sont en plus petite quantité , ou , ce qui est la même chose , que le tuyau est plus étroit. Dans le second cas , une plus grande partie de la colonne d'eau qui entre dans le tuyau est soutenue. Ce cas-là seroit inexplicable par l'inégalité de la pression de l'air.¶

Ce n'est pas cependant que l'air n'entre jamais pour rien dans ces sortes de phenomenes. Si l'eau élevée dans un tuyau capillaire , s'élève encore une ligne de plus , lorsqu'elle est transportée dans le vuide , cet effet vient de l'air contenu dans l'eau , & qui soulagé du poids de l'air extérieur s'étend un peu , & souleve l'eau où il demeure enfermé.

De même , si l'on retire de l'eau un Tuyau capillaire où l'eau ne se soit pas élevée autant qu'elle auroit fait , si on l'avoit plongé , elle n'en sort point , & y demeure suspendue , parce que le peu de pesanteur qu'elle a & par sa petite quantité , & par l'appui que lui donnent les parois du Tuyau , n'est pas capable de vaincre la résistance que l'air apporte à sa division , ou , si l'on veut , la pression par laquelle il repousse en enhaut les corps plus légers que lui.

Cette résistance des liqueurs à leur division fait que le Mercure ne monte pas même au niveau dans les tuyaux extrêmement étroits que l'on y plonge.

M. Carré en faisant les experiences des Tuyaux capillaires avec un grand nombre de liqueurs différentes , a trouvé que l'eau est celle qui s'élève le plus haut , non pas qu'elle soit plus aisément divisible que toutes les autres , car il ne paroît pas qu'elles le doivent être plus que l'Esprit de vin , mais parce que les surfaces de ses petites parties sont d'une telle configuration , qu'elles touchent

en

en un plus grand nombre de points la surface du verre.

C'est cette conformité & cette homogénéité des surfaces qui fait une plus grande facilité, & même une plus grande force de l'adhérence. Et comme les parties de l'eau ont encore plus d'homogénéité entre-elles qu'avec celles du verre, l'eau s'unit plus aisément à l'eau, & de-là vient que dans un Tuyau capillaire mouillé en dedans avant l'expérience, l'eau s'élève davantage.

Par la même raison, si l'on approche d'une goutte d'eau posée sur un plan, l'extrémité inférieure d'un tuyau capillaire où l'eau demeure suspendue, quoiqu'on l'ait retiré du vaisseau, ainsi que nous l'avons dit, on voit l'eau du tuyau qui descend un peu, si elle étoit à une grande hauteur, ou qui s'élève un peu, si elle n'étoit qu'à une hauteur médiocre. C'est qu'alors l'eau du plan s'unissant à celle du tuyau, & ne faisant plus avec elle qu'une même colonne, elle la rend trop pesante, si cette eau suspendue étoit sur le point de n'être plus en équilibre avec la pression de l'air, ou bien dans le cas opposé, elle est poussée en enhaut avec elle.

Par la facilité que les parties d'une même liqueur ont à s'unir, M. Carré explique pourquoi un filtre imbibé de vin, & un autre imbibé d'huile, separent du vin & de l'huile mêlés ensemble le mieux qu'il est possible, chacun n'attirant que la liqueur dont il a été imbibé.

De-là s'ensuivra, si l'on veut, une explication assez simple & assez naturelle des filtrations du corps. Puisque selon la plus saine Philosophie, il faut supposer que tous les corps organisés ont été formés immédiatement par les mains du souverain Ouvrier, long-temps avant ce qu'on appelle leur naissance, il n'y a qu'à supposer aussi que les filtres de ces machines imperceptibles ont été dès cette première formation abreuvés des liqueurs qu'ils devoient séparer. Ce n'est point là faire entrer Dieu mal à propos dans la Physique, c'est ramener la Physique à sa première source.

SUR UN NOUVEL INSTRUMENT

APPELE MANOMETRE.

V. les M.
p. 300.

DE toutes les nouvelles Machines que la Philosophie moderne a entre les mains, & qu'elle employe à les recherches, il n'y en a peut-être aucune qui ait produit plus d'experiences utiles & curieuses, & pour tout dire, plus de verités, que la Machine du Vuide. On ne fauroit donc trop en perfectionner l'usage, ni trop s'appliquer à rendre plus sûres & plus exactes les connoissances qu'on en peut tirer. Comme il reste toujours de l'air dans le *Recipient* ou *Balon* de cette Machine, & qu'il ne faut pas conter sur un Vuide parfait, mais seulement sur un air beaucoup plus rarefié que celui que nous respirons, il est quelquefois important de savoir le degré de cette rarefaction, & M. Varignon en donna la Regle generale dans les Memoires de l'Academie imprimés en 1693. Les capacités de la *Pompe* & du Balon étant connues d'un côté, & de l'autre le nombre des coups de pompe qu'on avoit donnés pour vider l'air, il déterminoit geometriquement le rapport de la rarefaction de l'air resté dans la Machine à celle de l'air de dehors. Si, par exemple, un Animal meurt dans la Machine, on sait par-là à quel coup de pompe, & par conséquent à quel degré de rarefaction, l'air qu'il respiroit auparavant cesse d'être respirable pour lui, & propre à entretenir sa vie.

Mais il faut bien prendre garde que l'on n'a cette connoissance que pour le temps & pour le moment, où l'experience a été faite. L'air que respiroit cet Animal a cessé d'être respirable à un certain degré de rarefaction, mais comme la rarefaction de l'air qui nous environne varie incessamment & par l'inégalité de chaleur, & par celle du poids de l'Atmosphère, le même Animal pris dans un au-

tre temps auroit peut-être soutenu un plus grand nombre de coups de pompe sans mourir, ou n'en auroit pas tant soutenu, parce qu'on auroit enfermé d'abord avec lui dans la Machine un air qui de lui-même auroit été plus ou moins rarefié, & qui par conséquent auroit demandé plus ou moins de coups de pompe pour venir à un certain degré de rarefaction déterminé. Et si, comme il est fort aisé que cela arrive, l'expérience rouloit sur quelque chose de plus délicat que la vie d'un Animal, cette observation seroit encore plus nécessaire.

Il faudroit alors un Instrument qui mesurât les differens degrés de la rarefaction de l'air en differents temps, & l'on sauroit non seulement combien l'air *primitif* enfermé dans la Machine auroit été rarefié par un certain nombre de coups de pompe, mais encore de combien un air primitif qu'on y auroit enfermé dans un certain temps, auroit été plus ou moins rarefié de lui-même, que celui qu'on y auroit enfermé en un autre temps, ce qui donneroît le moyen de comparer très-exactement les expériences qui auroient besoin de cette précision.

Le Barometre & le Thermometre marquent tous deux les differents degrés de la rarefaction de l'air, l'un ceux qui viennent de la variation du poids de l'Atmosphere, l'autre ceux qui viennent de la variation du chaud, mais ces deux causes agissant toujours ensemble, & se modifiant l'une l'autre, soit qu'elles conspirent au même effet, soit qu'elles se combattent, mettent l'air dans un degré de rarefaction qui n'est ni celui que marque le Barometre, ni celui que marque le Thermometre. Ces deux Instruments ont leurs fonctions séparées, & d'autant plus séparées qu'ils sont plus excellents, & pour les veûs qui viennent d'être exposées on auroit besoin d'un troisième Instrument qui eût les deux fonctions à la fois, & qui marquât le degré de la rarefaction de l'air, tel que le produisent à chaque moment les deux causes differentes, qui ont part à cet effet.

C'est cet Instrument que M. Varignon a imaginé, &

qu'il a appelé *Manometre*, c'est à dire, Mesure de la rarefaction. Voici les principes sur lesquels il est construit.

Que l'on conçoive un Tuyau de verre recourbé par enbas qui ait ses deux branches de telle longueur qu'on voudra, & toutes deux ouvertes; si l'on verse par l'autre quelque liqueur qui ne fasse que remplir la partie inferieure des deux branches; il est visible qu'elle se mettra de niveau. Si ensuite on scelle hermetiquement une des deux branches, l'air qui y demeurera enfermé sera précisément au même degré de rarefaction que l'air extérieur du lieu où cette operation a été faite.

Maintenant si l'on suppose que dans ce même lieu le poids de l'Atmosphere vienne à augmenter, l'air qui pèse sur la branche ouverte devenu plus fort que celui qui est enfermé dans la branche scellée, fera baisser la liqueur dans la branche ouverte, la fera monter dans l'autre, & par conséquent en condensera l'air, mais il ne le mettra pas au même degré de condensation où il est lui-même, car l'air extérieur porte seul tout le poids de l'Atmosphere, & l'air enfermé ne le porte qu'avec le secours, pour ainsi dire, de la quantité de liqueur qui est montée dans sa branche au dessus du niveau. Il s'en faut donc le poids de cette quantité de liqueur que l'air enfermé ne soit aussi condensé que l'air extérieur; sans cela l'un auroit marqué précisément le changement arrivé à l'autre.

Pour remedier à cette difference, ou plutôt pour la prévenir, il ne faut qu'imaginer que la branche scellée, n'est plus droite ni verticale, mais repliée en zic-zac. La liqueur y passera toujours par la même cause qui l'y faisoit passer, mais elle ne montera presque pas à cause de l'obliquité des parties ou plis du zic-zac, & ces plis peuvent être si obliques, & d'ailleurs si serrés les uns contre les autres, qu'en quelque quantité que la liqueur vienne, elle ne s'élèvera que d'une hauteur insensible, & qui pourra n'être contée pour rien. Or ce n'étoit que par sa hauteur verticale que la liqueur aidait à l'air enfermé à porter le poids de l'Atmosphere; par conséquent

l'air enfermé étant alors seul à porter ce poids, il fera au même degré de condensation que l'air extérieur, & représentera le changement qui lui est arrivé. Il est bon de remarquer qu'afin que l'air enfermé soit au même degré de condensation que l'air extérieur, il faut qu'il soit plus condensé qu'il ne l'étoit dans le cas de la branche droite, & par conséquent que dans le cas de la branche en zic-zac, il y doit passer une plus grande quantité de liqueur qui réduite en un moindre espace l'air enfermé. En effet, il est visible qu'avec une même augmentation de force l'air extérieur doit faire passer plus de liqueur dans la branche scellée, quand cette liqueur ne s'élève plus, & par conséquent n'agit plus contre lui par son poids.

On ne doit point avoir de scrupule sur cette élévation insensible qui est négligée. Il faut 32 ou 33 pieds d'eau pour contrebalancer le poids de l'Atmosphère, & sur ce pied-là dans un zic-zac qui auroit un pouce de hauteur, l'eau élevée à la plus grande hauteur possible n'égalerait qu'à peu près la 400^{me} partie du poids de l'Atmosphère, & on ne négligerait que cette 400^{me} partie, quand on négligerait le plus qui se puisse négliger, ce qui arrive très-rarement. D'ailleurs comme on emploie ordinairement l'Esprit de vin qui est beaucoup plus léger que l'eau, l'erreur sera encore moindre.

Le tuyau étant tel qu'il étoit d'abord, si au lieu qu'on a supposé que le poids de l'Atmosphère étoit venu à augmenter, on suppose présentement qu'il soit diminué, l'air enfermé plus fort que l'air extérieur fera descendre la liqueur dans sa branche & la fera monter dans l'autre, & par conséquent se rarefiera aussi-bien que l'air extérieur, mais non pas autant; car outre la colonne de l'Atmosphère qui est le seul poids que l'air extérieur porte, l'air enfermé aura encore à soutenir le poids de la quantité de liqueur montée au dessus du niveau dans la branche ouverte. L'air enfermé sera donc d'autant plus éloigné du degré de rarefaction de l'air extérieur, que cette hauteur de la liqueur sera plus grande, & par conséquent on ra-

menera ces deux airs au même degré de rarefaction, si l'on peut faire que cette hauteur devienne nulle, ou du moins insensible. Or c'est ce qui est très-aisé; il faut seulement que la branche ouverte devienne une grosse boule, dans laquelle une grande quantité de liqueur pourra passer, presque sans s'élever.

On voit assez qu'il est indifférent pour cet effet que l'autre branche soit droite, ou repliée en zic-zac, & par conséquent voilà la figure du tuyau de M. Varignon déterminée quant aux variations de la rarefaction de l'air causées par le poids de l'Atmosphère. La branche fermée fera en zic-zac & de la moindre hauteur possible, la branche ouverte se terminera en une grosse boule.

Il ne faut plus qu'appliquer de semblables raisonnements aux variations de la rarefaction de l'air causées par l'inégalité de la chaleur. Supposons encore le tuyau à deux branches droites. Si l'air enfermé se rarefie par l'augmentation de la chaleur, il prend cette nouvelle extension en s'appuyant sur le bout fermé du tuyau, & par conséquent il fait descendre dans cette branche & monter dans l'autre la liqueur qui auparavant étoit de niveau. Il est encore à remarquer que cette liqueur, se rarefiant aussi par la chaleur, se rarefiera toujours & beaucoup moins, & moins promptement que l'air, quelle qu'elle puisse être, que d'ailleurs elle ne prendra sa nouvelle extension que du côté de la branche ouverte, parce qu'elle trouvera de ce côté-là moins de résistance, & que par conséquent l'air enfermé se rarefiera autant que l'augmentation de la chaleur le demandera, c'est à dire autant que l'air extérieur. Mais la liqueur montée au dessus du niveau dans la branche ouverte seroit un nouveau poids que l'air enfermé auroit à soutenir outre celui de l'Atmosphère, & qui le recondenseroit jusqu'à un certain point. Il faut donc que la branche ouverte devienne une grosse boule, moyennant quoi l'air enfermé & l'air extérieur sont au même degré de rarefaction. De même, si l'air enfermé se condense par la diminution de la chaleur, il ne peut à

cause du bout fermé du tuyau se resserrer , & se retirer , pour ainsi dire , que de bas en haut. Au contraire l'air extérieur qui se condense aussi en même-temps se resserre de haut en bas , parce qu'il s'appuye sur la terre , & par conséquent la liqueur qui étoit de niveau descend dans la branche ouverte , & monte dans l'autre. Mais sa hauteur au dessus du niveau dans la branche scellée aideroit à l'air enfermé à soutenir le poids de l'Atmosphère , & il feroit un peu moins condensé que l'air extérieur. Il faut donc pour l'amener au même degré de condensation que la branche scellée soit en zic zac.

Les deux causes différentes de la variation des rarefactions de l'air s'accordent donc à demander la même figure dans le Manometre. En vertu de cette figure , l'air qu'on y aura enfermé dans le temps de sa construction sera toujours rarefié ou condensé au même degré que celui du lieu où il sera , & les différens espaces qu'on verra occuper à l'air du Manometre seront la mesure de tous les changemens qui arriveront à la rarefaction de cet air extérieur. Il est évident que l'espace qu'occupoit l'air du Manometre au temps de sa construction a dû être marqué sur l'Instrument , & que c'est à ce premier espace que l'on doit ensuite comparer tous les autres.

Si ce même Manometre est transporté dans un autre lieu que celui où il a été construit , il marquera de combien l'air du second lieu sera plus ou moins rarefié que l'air du premier , lorsqu'il y étoit.

Mais si l'on veut comparer les différens degrés de rarefaction où est en même-temps l'air de différens lieux , il faut qu'il y ait un Manometre dans chacun , & que les deux Manometres ayent été construits dans l'un de ces deux lieux. Il seroit plus commode qu'ils l'eussent été aussi en même-temps , mais il n'y a pas de nécessité , parce que deux Manometres étant construits dans un même lieu en différens temps , il sera aisé de trouver le rapport des deux différens états de l'air. Ce moyen que le Manometre de M. Varignon fournit de comparer l'air de diffé-

rents lieux dans un même temps, est la plus utile conséquence de sa découverte. Si on veut repeter à Paris, par exemple, certaines expériences délicates qui auront été faites à Londres & qui auront rapport à la rarefaction de l'air, il sera fort avantageux de savoir quel sera dans le temps des expériences le rapport des densités de l'air de ces deux Villes. Sans cela, on auroit peut-être été fort étonné de voir que ce qui auroit réussi à Londres ne réussiroit pas à Paris, & avec cette connoissance, on pourra suppléer à la différence de la densité d'air.

Sans avoir à Paris & à Londres deux Manometres, qui ayent été construits tous deux à Paris, par exemple, on peut arriver à la même connoissance avec deux Manometres dont l'un aura été construit à Paris, l'autre à Londres, pourveu seulement que l'on transporte l'un des deux dans l'autre lieu. M. Varignon donne le calcul qu'il faut faire en ce cas-là, mais parce que ce transport n'est guere praticable, nous renvoyons cela au Memoire de l'Auteur, comme une curiosité, & un exemple d'un calcul assez fin. Nous y renvoyons aussi quelques observations, & quelques délicatesses qui regardent la construction de l'Instrument,

SUR LES DIFFERENTES HAUTEURS DE LA SEINE EN DIFFERENTS TEMPS.

TOUT est à observer, & l'obscurité de la Physique ne vient peut-être pas plus de ce que les causes sont cachées, que de ce que les effets même sont encore inconnus. M. Amontons avoit commencé à faire observer les hauteurs de la Seine en differents temps par un de ses amis, à qui la situation de sa maison en donnoit la commodité. Cet ami, observateur exact & habile, avoit pris

pris un point fixe sur le Massif du Pont-neuf qui porte la statuë equestre de Henri IV. De là , il contoit jour par jour les elevations ou les abaissemens de la Seine sur une graduation immobile qu'il y avoit posée , & qu'il voyoit avec une Lunette. M. Amontons ayant le Journal de ces observations depuis le 14 Septembre 1703. jusqu'au dernier Decembre 1704. les reduisit de la maniere suivante.

Il partagea tout en elevations & en descentes de l'eau, marquant d'abord, par exemple, combien de jours l'eau s'étoit élevée depuis le commencement des observations, & de combien elle s'étoit élevée; ensuite combien de jours elle avoit baissé, & de combien; après cela combien de jours elle avoit recommencé à monter, & toujours ainsi de suite.

Par le simple Journal des observations on voyoit en quel temps de l'année l'eau avoit été la plus haute, ou la plus basse, de combien elle l'avoit été une année plus que l'autre &c. & par ce partage des observations en elevations & en descentes de l'eau, on voyoit le nombre des elevations & des descentes de chaque année, leur durée, leur grandeur, & tous leurs rapports selon ces differens égards.

Par exemple, M. Amontons trouvoit que depuis le 14 Septembre 1703 jusqu'au 10 Février 1704, il y avoit eu 8 elevations qui toutes ensemble faisoient 223 pouces, & avoient duré 77 jours, que depuis le 10. Février 1704 jusqu'au 18 Septembre suivant il y avoit eu 8 autres elevations qui n'avoient fait que 163 pouces, & avoient duré 70 jours, d'où il concluoit que les pluyes qui contribuent à grossir la Seine avoient été beaucoup plus précipitées & s'étoient suivies de plus près depuis l'Equinoxe d'Autonne 1703 jusqu'à celui du Printemps 1704, que depuis ce dernier Equinoxe jusqu'à celui d'Autonne suivant, puisque la somme des premieres elevations étoit presque double de celle des autres, & que cependant les temps étoient presque égaux.

Pour les differentes descentes de l'eau dans ces mêmes temps, il se trouvoit que leur grandeur ou quanti-

té avoit plus de proportion avec leur durée, d'où l'on peut conclure que les eaux ne baissant pas aussi promptement qu'elles montent, il est vraisemblable que les Rivières dans le temps qu'elles font grosses poussent dans la terre des eaux qui leur reviennent ensuite, & servent à les entretenir.

Nous ne donnons ici ces pensées que comme un échantillon des conséquences qu'on pourroit tirer d'un nombre suffisant d'observations exactes sur la hauteur des Rivières en différents temps. Nous espérons que ceux qui seront à portée de les faire, & qui auront du goût pour l'avancement de la Philosophie, seront invités par là à s'en donner la peine.

DIVERSES OBSERVATIONS

DE PHISIQUE GENERALE.

I.

Les matieres qu'on expose au Miroir ardent du Palais Royal ne peuvent être mises que dans un gros charbon creusé parce que tout autre vaisseau ou se fondroit ou se casseroit à un si grand feu. Mais M. Homberg a observé qu'il faut que ce charbon soit de bois vert, & non pas de bois sec. Celui-ci est tout crevassé, à cause que quand on l'a fait la flame a passé au travers du bois trop rapidement, & en trop grande quantité, & par conséquent il est peu propre à contenir des matieres en fusion & que l'on veut conserver.

II.

Le P. Laval Jesuite qui est à Marseille, & M^r. de Plantade & Clapiés qui sont à Montpellier envoyerent à M. Cassini, avec diverses Observations Astronomiques, la relation d'un Phenomene lumineux qui avoit été vu le 26. Dec. 1704. à 5^h 30' du soir à Marseille, & à 5^h 4' à Montpellier. On ne pouvoit douter par les circonstances

des deux relations que ce ne fût le même. A Marseille où il fut mieux observé, le P. Laval vit une Poutre fort lumineuse, poussée de l'Est à l'Ouest assés lentement. Le vent étoit à l'Est. Elle partit d'auprès de Venus, au moins à en juger par la veüe, & alla jusqu'à la Mer où elle se plongea, tout au plus à deux lieues au large. On avoit vu auparavant à Marseille, ou aux environs, deux Poutres semblables, & ayant le même mouvement. A Montpellier, on vit à l'heure marquée un globe de feu tomber à quelque distance de la Ville. L'air étoit alors fort serain, & fort calme, & une couleur jaune très-foible teignoit tout le Couchant à la hauteur de plus de 10. degrés.

III.

M. Lémery a appris de M. Delisle Maître Apoticaire à Angers, que les meilleurs vins d'Anjou faits en 1704. avoient eu 15 jours ou un mois après avoir été vendangés une odeur de corne brûlée, qui n'avoit fait qu'augmenter avec le temps. Ils en retenoient toujours beaucoup, quoi qu'on les changeât de tonneau.

IV.

Le même M. Delisle a trouvé en Anjou dans une carrière peu profonde, fort éloignée des rivières & des étangs, de ces prétendues Langues de Serpent petrifiées que l'on trouve à Malte, & qui sont en effet des dents du poisson *Carcharias* petrifiées.

Il a trouvé aussi dans une carrière dont la pierre est fort tendre & se durcit ensuite à l'air, une infinité de petites figures de Coquille, qui dans quelques endroits n'avoient que les premiers traits, & n'étoient que comme des Embrions, dans d'autres étoient plus formées, & dans d'autres parfaites.

On peut rejoindre à ces observations ce qui a été dit sur la même matière dans l'Hist. de 1703.*

* p. 12. &
suiv.

V

M. Dodart ayant reçu de M. Lippi Licentié en Médecine de la Faculté de Paris, qui fait le voyage d'Ethiopie avec M. du Roule Envoyé du Roi, une lettre dattée de Siout dans la haute Egipte du 5 Sept. 1704. & qui contenoit un fait singulier, en fit part à la Compagnie. M. Lippi trouva sur les Montagnes de Siout à l'entrée d'une vaste caverne un corps veritablement pierre, de figure irréguliere, mais tout poreux, qu'il eut la curiosité d'ouvrir. Il fut fort surpris de le voir tout partagé en cellules ovales de 3 lignes de large, & de 4 lignes de long, posées en tout sens les unes à l'égard des autres, ne communiquant nullement ensemble, tapissées toutes en dedans d'une membrane fort délicate, &, ce qui est le plus merveilleux, renfermant chacune ou un Ver, ou une Fève, ou une Mouche parfaitement semblable à une Abeille. Les Vers étoient fort durs & fort solides, & pouvoient passer pour petrifiés; ni les Fèves ni les Mouches ne l'étoient, mais seulement desséchées, & bien conservées comme d'anciennes Momies. Souvent les Mouches avoient sous elles de petits grains ovales, qui paroissoient des Oeufs. Il y avoit au fond de quantité de cellules un suc épais, noirâtre, très dur, qui paroissoit rouge à contre jour, fort doux; qui rendoit la salive jaune, & s'enflamoit comme une resine. C'étoit en un mot de veritable Miel. Qui se fût attendu à trouver du Miel dans le sein d'une Pierre?

M. Lippi conçût que c'étoit-là une Ruche naturelle, qui avoit été d'abord formée d'une terre peu liée, legere, sablonneuse, & qui ensuite s'étoit petrifiée par quelque accident particulier. Les animaux qui l'habitoient avoient été surpris par la petrification, & comme fixés dans l'état où ils se trouvoient alors. Leur mucosité desséchée avoit formé la membrane qui tapissoit les cellules. Dans le temps que la Ruche étoit encore molle, les Vers, & les Mouches en sortoient pour chercher leur nourriture, & les Mouches y faisoient leur miel.

En cherchant dans ce même lieu de nouveaux éclaircissements sur ce fait, M. Lippi trouva en plusieurs endroits des commencements d'une pareille Ruche. C'en étoit comme la première couche, formée de quantité de petites cellules qui la plupart étoient ouvertes, & contenoient l'Animal soit en Ver, soit en Féve, soit en Mouche, mais desséché & très-dur, aussi bien que ces Ruches commencées. De plus, sur une de ces premières couches, il en vit une seconde composée par un amas de petites bosses, d'environ 5 lignes de hauteur, & d'un pouce de diamètre à leur Base. Elles étoient grumeleuses, faciles à réduire en poudre, & ressembloient assés en petit à celles que font les Taupes en remuant la terre. M. Lippi les ouvroit en les frappant assés légèrement, & il y trouvoit toujours 2 ou 3 cellules ovales, remplies d'un Ver jaune, & plein de suc, qui les occupoit entières.

Il est aisé de concevoir que sur une première couche une fois formée, il s'en forme plusieurs autres, qui font toute la Ruche. Mais comment ces couches se forment-elles? d'où vient la terre dont elles sont faites? l'Animal l'apporte-t'il là? & comment l'apporte-t'il, & en si grande quantité? On ne le fait point encore. Le temps seul peut amener ces sortes de connoissances.

VI.

M. Homberg a dit qu'en distillant de l'Esprit de vin, les gouttes qui tombent du bec de l'Alembic d'environ un pied & demi de haut sur la liqueur déjà distillée, y roulent comme des pois sur une table, que plus elles tombent de haut mieux elles roulent, de sorte que si elles ne tombent que d'un pouce, cela n'arriveroit point, qu'elles roulent encore d'autant mieux qu'elles sont plus chaudes, & qu'enfin si c'étoit de l'eau au lieu d'Esprit de vin, l'expérience ne réussiroit jamais. Il prétend que les liqueurs sulphureuses étant de toutes parts pénétrées de la matière de la lumière, & en étant hérissées dans toute leur superficie, & cela d'autant plus qu'elles sont plus chaudes, ou que par une plus longue chute elles en ont ramassé une plus grande quantité dans l'air, cette matière fait

l'effet d'une infinité de petites pointes qui sortent en dehors, soutiennent les gouttes de ces liqueurs, & les font rouler. Ce petit Siftême se rapporte à celui qu'on a vu du même M. Homberg sur la chaleur des vaisseaux dans

* p. 24 & l'Hist. de 1703. *

VII.

Quelqu'un ayant demandé, si pour empêcher l'eau de se gâter dans les voyages de long cours, on ne la pourroit pas souffrir comme le vin, M. Homberg répondit que le vin ne se conservoit de cette maniere, que parce que les acides qu'il a naturellement n'étant pas en assez grande quantité par rapport aux autres principes, tous les principes se desunissoient facilement par la fermentation que causoit la chaleur des climats par où l'on passoit, ou le simple mouvement du voyage, après quoi le vin n'étoit plus vin, & que le soufre lui donnoit de nouveaux acides, qui rendoient la dose de ce principe suffisante; mais que cela ne pouvoit avoir de lieu pour l'eau, qui ne se gâte que par quelques matieres étrangères, qui y sont mêlées, & qui fermentent, ou que par des œufs de Vers qui éclosent, soit que ces œufs fussent dans l'eau même, ou dans le bois des vaisseaux. Il faudroit pour ce dernier cas une matiere qui les empêchât d'éclore sans gâter l'eau.

VIII.

A cette occasion, M. Homberg ajoûta qu'une personne de qualité en Provence, ne sachant comment faire pour avoir du parquet, que les Vers ne lui mangeassent pas en peu d'années, ainsi qu'il arrive en ce pais-là, il lui avoit conseillé de tremper son parquet dans de l'eau, où l'on auroit mêlé du sublimé corrosif, ce qui avoit très-bien réüssi,

IX.

M. de Plantade écrivit à M. Cassini une relation de l'excessive chaleur que l'on avoit sentie cet Eté à Mont-

pellier, sur tout le 30 Juillet. Il n'y avoit point de memoire de rien d'approchant. L'air fut ce jour-là presque aussi brûlant que celui qui sort des fours d'une Verrerie, & on ne trouva point d'autre asile que les caves. En plusieurs endroits on fit cuire des œufs au soleil. Les Thermometres de M. Hubin casserent par la liqueur qui monta jusqu'au haut. Un Thermometre de M. Amontons, qu'avoit M. de Plantade, quoiqu'il fût dans un lieu où l'air n'entroit pas librement, monta fort près du degré où le suif doit se fondre. La plus grande partie des Vignes furent brûlées en ce seul jour, ce qui n'étoit jamais arrivé en ce pays-là. M^{rs}. les Astronomes de Montpellier remarquerent que durant cet Eté si ardent les Pendules avancerent beaucoup.

A Paris le 6 Aoust fut beaucoup plus chaud que le 30 Juillet. Un Thermometre de M. Hubin, dont M. Cassini se servoit depuis 36 ans cassa sur les deux heures, de sorte qu'il est certain que depuis 36 ans pour le moins, il n'avoit fait un si grand chaud à Paris.

X.

Qui ne croiroit que dans les grandes chaleurs de ce même Eté le Miroir ardent du Palais Royal auroit dû faire de plus grands effets qu'en tout autre temps: c'est tout le contraire, & certainement on ne l'eût deviné par aucun Siftême. M. Homberg a vu que les rayons du Soleil retinis par le Miroir n'avoient presque aucune force, tandis que les seuls rayons directs embrasoient l'air. La raison qu'il imagine d'un Phenomene si surprenant, c'est que la grande chaleur eleve de la terre une infinité d'exhalaisons sulphureuses, & que ces matieres, par l'homogeneité qu'elles ont, selon le Siftême de M. Homberg, avec celle de la lumiere, embarrassent, arrêtent, & en quelque sorte absorbent les rayons, soit qu'elles en interceptent absolument une partie, & les empêchent de tomber sur le miroir, soit qu'elles fassent à leur égard le même effet qu'un fourreau à l'égard d'une épée, & qu'elles leur ôtent

par-là leur extrême subtilité , nécessaire pour inciser promptement les corps durs. Cette conjecture est confirmée par une expérience qu'a faite M. Homberg. Il a mis entre le Miroir & le foyer un Rechaut plein de charbon allumé, delorte que les rayons qui alloient au foyer traversoient la vapeur de ce charbon, & il a vu que le Miroir en étoit considérablement affoibli. Voilà l'image de ce qui se passe dans les grandes chaleurs , ou plutôt , la chose même en petit. Aussi M. Homberg a-t'il toujours observé, même dans les chaleurs mediocres & ordinaires, que quand le Soleil a été découvert plusieurs jours de suite, l'effet du Miroir n'est pas si grand, que quand le Soleil vient à se découvrir immédiatement après une grande pluie. C'est que cette pluie a précipité les matieres sulphureuses, & nettoyé l'air. Le tremblement de la lumiere qu'on a toujours observé par les grandes Lunettes, & qui dans de fort grands Gnomons rend le terme de l'ombre incertain , s'explique fort naturellement , par le Système de M. Homberg, & en est une nouvelle preuve.

Sur cela on peut faire réflexion que le Miroir ardent qui est un nouveau fourneau pour les Chimistes, infiniment supérieur aux fourneaux anciens & ordinaires, la cette incommodité qu'on ne le peut employer que rarement , du moins dans toute sa force. Il faut que ce soit en Eté , depuis 9 heures jusqu'à 3 , il faut que le Soleil soit découvert , & qu'il ne passe aucuns nuages pendant tout le temps des operations, il faut des jours mediocrement chauds , & qui n'aient pas été précédés de plusieurs jours de sécheresse. Il y a telle année où à peine se trouve-t'il huit jours bien conditionnés.

v. les M.
p. 1. & 5.

Nous renvoyons aux Memoires le Journal des observations de M. de la Hire, auxquelles il compara celles que M. le Baron de Pontbriand a faites de la quantité d'eau de pluie tombée dans son Château de Pontbriand

briand en Bretagne, & qui furent communiquées à l'Académie par M. du Torar.

Des Experiences communiquées par M. Carré sur la Refraction des balles de Mousquet dans l'eau. V. les M. P. 211.

Des observations de M. de la Hire le fils sur le Barometre. V. les M. P. 226.

Une Experience du même sur la chaleur des rayons de la Lune. V. les M. P. 346.

Monsieur le Marquis de Bonnac Envoyé Extraordinaire de France auprès du Roi de Suède, ayant vu dans une terre que M. Grata Général des Postes de Prusse a près de Dantzic, de l'Ambre jaune fossile de même nature que celui qui se trouve sur le bord de la Mer, il commença à faire plus d'attention à ce Mixte qu'il n'en avoit encore fait, & à douter qu'il se formât de l'écume de la Mer comme on le croit communément. M. le Cardinal Primat de Pologne avec qui il étoit, eut la même curiosité, & lui dit qu'il seroit bon de savoir sur cela le sentiment de l'Académie des Sciences. M. de Bonnac écrivit à Paris, & aussitôt l'Académie songea à rassembler toutes les connoissances qu'elle pouvoit avoir sur cette matiere. Après qu'elle eut fait ce qui étoit en son pouvoir, elle en envoya le resultat à M. le Marquis de Bonnac dans le Mémoire suivant.

M E M O I R E

S U R L' A M B R E J A U N E,

Comme l'Ambre jaune le plus beau vient des deux Prusses, & qu'il en vient en plus grande quantité que d'aucun autre Païs, l'Académie Royale des Sciences est moins instruite sur ce sujet, que ne peuvent l'être ceux qui lui font l'honneur de la consulter. Cependant elle dira ce qu'elle en fait par elle-même, & y ajoutera ses réflexions. Elle n'ira point chercher

dans les Auteurs ce qu'ils en ont écrit, persuadée que ces Auteurs sont connus, & que ce n'est pas une compilation qu'on lui demande.

M^r. Cassini & Maraldi étant allés en 1700. dans les Provinces Meridionales de la France pour y travailler à la prolongation de la Meridienne de Paris, ils trouverent des Mines de Jais ou Jayet, & une espece d'Ambre jaune dans une Montagne de Languedoc appelée Bugarach, qui est éloignée de la Mer de 27600. Toises, & en est séparée par quantité d'autres Montagnes fort élevées. Quelques-uns croient que le Jais est aussi bien que l'Ambre jaune une espece de Succin. Les Habitans de Bugarach se servent de leur Ambre jaune pour brûler dans leurs Lampes. Il ressemble assés à une Resine, & n'a pas la même dureté que celui de Prusse. Près des Mines de Bugarach il y a des sources d'eau salée qui forment une petite riviere.

Dans l'Histoire de l'Academie de l'année 1700. il est dit pag. 10, qu'il se trouve de l'Ambre jaune dans les fentes des Rochers de Provence lès plus dépouillés & les plus steriles, ce qui est encore confirmé dans l'Histoire de 1703. p. 17.

On est assuré par des Relations très-dignes de foy, qu'il s'en trouve encore en Sicile, sur le bord de la Mer, le long des côtes d'Agrigento, de Catanea, de Leocata, dans l'Isle de Corse, & même à Boulogne en Italie, vers Ancone, & dans l'Ombrie, en pleine terre, & loin de la Mer.

Cela joint à ce que mande M. le Marquis de Bonnat qu'il a veu lui-même tirer d'une Terre de M. Grata séparée de la Mer par de grands Bois & par de grandes hauteurs, de l'Ambre tout semblable à celui qu'on trouve au bord de la Mer, semble décider que cette matiere est toujours produite par la Terre.

De plus, on voit de petits Animaux enfermés dans le Succin, & ce sont toujours des Animaux terrestres, comme des Mouches, des Fourmis, &c.

Cependant pour une plus grande sûreté il seroit bon d'examiner si les Succins terrestres ont tous le caractère & la perfection du Succin qui se trouve au bord de la Mer, car il ne seroit

pas impossible que la Mer achevât par son sel de travailler cette matiere, & lui donnât comme un dernier degré de coction.

Supposé que le Succin soit toujours produit par la Terre, du moins quant à sa premiere formation, il reste à savoir s'il est vegetal ou mineral.

On n'a jamais entendu dire, que dans la Prusse il y ait aucuns arbres qui distillent le Succin en forme de Resine, ni aucune matiere approchante, cependant il paroît plus naturel que les Fourmis & les Mouches qu'on y voit quelquefois, & qui marquent certainement qu'il a été liquide, ayent été envelopés par une resine qui aura coulé d'un arbre, que par un mineral qui se sera formé dans la terre. Il faut pour sauver cette difficulté supposer que le Succin ait coulé de quelques Rochers comme une Huile de Petrole, ou du moins que celui où l'on trouve de ces petits Animaux ait été quelque temps liquide sur la surface de la terre.

Soit qu'on croye le Succin vegetal ou mineral, personne n'a jamais dit qu'il l'ait vu liquide, ou seulement mollasse. Cependant il a dû l'être, & même exposé à la veüe dans le temps où il a envelopé les Animaux qu'on y trouve.

L'Analise de ce Mixte qui a été faite par les Chimistes de l'Academie ne détermine pas entierement de quel genre il est. On y a toujours trouvé une très-petite quantité de liqueur aqueuse qui avoit l'odeur du Succin froté, beaucoup de sel volatil acide, & beaucoup d'huile en partie blanche comme de l'eau, en partie rousse, & en partie fort noire, selon les degrez de feu qu'on avoit donnés à la distillation. Il reste une tête morte, legere, spongieuse, noire, & luisante, qui ayant été calcinée au feu nu, s'en va presque en fumée, & dont on n'a pu tirer de sel fixe.

La seule difference des analises des differents Succins, est que les plus transparents ou les plus blancs ont donné plus d'huile & de sel volatil & moins de tête morte que ceux qui étoient plus sales ou plus noirs. Ceux-ci n'ont jamais donné de sel fixe, quoiqu'ils donnassent plus de tête morte.

L'Huile du Succin a une odeur d'huile bitumineuse, ce qui sembleroit marquer que le Succin est un Bitume, mais il y a

44 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

certaines résines dont l'huile distillée a la même odeur.

Il y en a aussi, comme le Benioin, qui donnent un sel volatil acide.

Mais on n'en connoît point qui donnent en même temps & un sel volatil acide, & une huile qui ait une odeur bitumineuse. Ainsi l'Academie a plus de penchant à croire que le Succin est un Bitume, & par conséquent un mineral.

Il est aisé de voir combien l'Academie auroit encore de connoissances à desirer, pour oser faire une détermination plus précise sur tout ce qui regarde le Succin. Il seroit bon de savoir

1°. Si dans le voisinage des endroits d'où se tire le Succin, il n'y a pas quelque eau salée ou vitriolique.

2°. Si l'on se trouve ordinairement envelopé ou mêlé de quelque terre, ou substance particulière.

3°. Si l'on y a quelques marques pour reconnoître dans la terre les endroits où il y a du Succin.

4°. Si le Succin fossile ne differe en rien de celui qui se trouve sur le bord de la Mer.

5°. Si l'on en tire de blanc de la terre, aussi-bien que du jaune, & si ce n'est point l'air ou la chaleur du soleil qui change le jaune en blanc.

6°. Si dans les mêmes endroits d'où se tire le jaune, on y en trouve aussi de noir.

7°. Si l'on est bien certain, comme le disent Philippe Jacques Hartmann dans son Histoire du Succin de Prusse, & Bartholin sur celui de Dannemarc, qu'il se trouve sous une espece de Terre foliée & semblable à des écorces d'arbres, & qu'il y soit accompagné d'une espece de bois fossile, où l'on ne distingue cependant ni moëlle, ni fibres, ni nœuds, ni boutons.

Tous ces faits bien averés donneroient de grandes lumières sur la nature du Succin, & si M. le Cardinal Primate vouloit bien employer quelque habile homme à ces recherches, ce seroit à Son Eminence que l'Academie auroit l'obligation de ses connoissances les plus sûres en cette matiere.

ANATOMIE.

SUR LA STRUCTURE DES

REINS.

C'Est le plus souvent aux Maladies, & principalement V. les M.
P. 122.
aux Maladies d'obstruction qui dilatent les parties, que l'on doit la connoissance de leur structure, toujours fort délicate, & fort compliquée. Les plus grandes obstructions sont les plus favorables à la curiosité des Anatomistes; déjà M. Littre avoit découvert par-là quelques particularités remarquables de la structure des Reins, ainsi qu'on l'a vu dans l'Hist. de 1702, * mais depuis ce * p. 262.
27.
temps-là une occasion plus heureuse lui a fait voir encore plus à nud l'artifice de cette structure. Nous en donnerons ici le dessein, tel qu'il a paru à M. Littre dans son Observation.

Un Rein ressemble à une grappe de raisin. Il est tout composé de Vésicules membraneuses, fort petites, fort serrées les unes contre les autres, attachées ensemble par des rameaux d'arteres, de veines, & de nerfs, qui se divisent & se subdivisent encore presque à l'infini sur leur superficie, de sorte qu'ils l'embrassent toute entière, & même communiquent entre eux en plusieurs endroits. Chaque vésicule est composée de deux membranes, entre lesquelles sont des fibres charnues disposées en réseau, dont les intervalles sont occupés par de petits sacs rouges, pleins de sang. De chacun de ces sacs sort un petit conduit, & quatre ou cinq de ces conduits se joignant ensemble vers leur fin en forment un commun, qui se décharge dans une vésicule par un trou dont la membra-

ne interieure est percée. Il y a plusieurs trous semblables dans chaque vesicule.

Il est plus que vraisemblable que le sang de l'Artere Emulgente distribué dans tous les petits rameaux qui se répandent sur la membrane extérieure d'une Vesicule, & par ce moyen déjà fort divisé, & , pour ainsi dire, atténué, entre dans les petits sacs, à qui il donne leur couleur rouge, que là il se filtre, & se separe d'avec la serosité qui fait l'Urine, que cette filtration est aidée par les contractions & les gonflements des fibres charnuës qui enferment les petits sacs, qu'après la filtration la partie du sang qui demeure sang est reprise par les rameaux capillaires des veines, que la serosité separée entre par les conduits excrétoires dans les vesicules, premiers receptacles de l'Urine.

De chaque vesicule part un conduit plus gros que ceux dont on a parlé jusqu'ici, & qui va du côté du Bassinet. Plusieurs conduits qui viennent des vesicules voisines se joignent en chemin, & forment un conduit commun qui aboutit dans le Bassinet, où se rend par conséquent l'Urine de toutes les vesicules. Après cela, tout le reste est visible, & connu.

Quelque gonflés que fussent les Reins sur lesquels M. Littre a fait ses Observations, il n'a pû découvrir qu'avec le Microscope le plus grand nombre des particularités que nous venons de remarquer.

On peut legitiment croire que les autres parties du Corps destinées à des filtrations sont à peu près disposées selon la même mechanique. La Nature est aussi uniforme qu'ingenieuse, & même d'autant plus ingenieuse, qu'elle est plus uniforme.

SUR UNE MATRICE DOUBLE.

QUand l'uniformité de la Nature semble se démentir, rien ne doit plus exciter l'attention des Philosophes. M. Littre en dissequant une petite fille morte à l'âge de deux mois, trouva qu'elle avoit le Vagin partagé par une espece de cloison en deux cavités égales, l'une à droite, l'autre à gauche, de maniere cependant que la cloison n'étoit entiere, & ne formoit deux cavités absolument séparées que depuis le milieu du Vagin jusqu'à la Matrice. Chacune de ces deux cavités aboutissoit à une Matrice particuliere qui avoit son orifice, son cou, son fond, le tout parfaitement séparé de la Matrice voisine, mais parfaitement semblable en figure, en consistance, en dimensions. Les deux Matrices depuis le cou, jusqu'à une certaine profondeur, n'étoient que comme une seule partagée en deux par une cloison, mais leurs fonds étoient entierement distincts, & détachés l'un de l'autre. Chaque Matrice n'avoit qu'une Trompe & qu'un Ovaire, qu'un Ligament rond, & qu'un Ligament large.

V. les M.
p. 382.

Les dispositions extraordinaires des parties internes doivent faire naître dans la Medecine des cas imprévus, qui rompent toutes les mesures de l'art. Selon l'opinion commune assés confirmée par l'experience, la superfetation est impossible ou du moins très-difficile. Il paroît que, comme l'a cru Hippocrate, après la conception, le cou de la Matrice se resserre, & que son orifice se ferme de maniere à ne pouvoir plus laisser rien entrer. Ensuite se joint une autre cause; la semence ne peut plus aller de la Matrice dans les Ovaires par les Trompes, dont l'embouchure dans le fond de la Matrice est alors fermée par le Placenta du foetus naissant, ou, si l'on veut, un Oeuf fécondé ne peut plus entrer dans la Matrice par une Trompe ainsi bouchée; car dans ces premiers temps

la Matrice étant encore fort petite & fort étroite, le fond en est aisément occupé par le Placenta, toujours d'autant plus grand à proportion, que le fœtus est plus petit. Enfin le fœtus devenu plus grand abaissé par son poids le fond de la Matrice, qui ne répond plus à l'orifice interne, & par conséquent la semence entreroit vainement dans la Matrice, & elle ne peut plus prendre la route des Trompes qui se sont trop abaissées avec le fond auquel elles sont attachées. Toutes ces raisons contraires à la superfétation supposent, comme l'on voit, une Matrice unique, mais elles n'auroient pas eu également lieu pour la petite fille de deux mois, si elle eût vécu. Peut-être la Dame dont on a parlé dans l'Hist. de 1702, * & qui paroît avoir eu une superfétation véritable, étoit-elle dans le même cas.

* p. 10.

Il est très-utile de remarquer avec soin ces dispositions singulieres de parties. Il y a des occasions extraordinaires où toutes les regles sont à bout, & alors on peut conjecturer que l'irrégularité tient à quelque structure pareille, dont on connoît la possibilité, & se conduire par rapport à cette veüe. C'est par cette raison que M. Littré examine dans son Memoire les singularités qui auroient pû arriver dans les accouchements de cette petite fille.

Si tous les Animaux ont été immédiatement formés par la main du Souverain Ouvrier, on ne peut guere s'empêcher de croire que tous ceux d'une même espece ont été formés entierement semblables, & que les configurations ou dispositions extraordinaires de parties viennent de quelques accidents fortuits du développement des Oeufs, & les Monstres, du mélange de plusieurs Oeufs, ainsi qu'il a été expliqué dans l'Hist. de 1702. *

* p. 18. Mais comment cette Matrice double a-t'elle pû être l'effet d'un accident fortuit du développement? il est difficile de l'imaginer. Ces accidents peuvent détruire, déplacer, alterer quelques parties, mais non pas en produire de nouvelles. Seroit-ce que deux Oeufs femelles se feroient

seroient attachés ensemble, & que toutes les parties de l'un auroient péri, excepté sa Matrice, qui par conséquent se seroit trouvée double dans le fœtus, résultant de ce mélange : cette supposition paroît un peu forcée, & peut-être cependant n'y a-t'il rien de plus recevable.

DIVERSES OBSERVATIONS

. ANATOMIQUES.

I.

UN garçon âgé de 17 ans tomboit du haut mal, plusieurs fois toutes les semaines, depuis fort longtemps. Son temperament étoit pituiteux, son visage bouffi & plombé, son esprit stupide, & cependant très-prompt à s'irriter, ce qui est ordinaire à ces sortes de Malades. Son dernier accès fut de cinq jours, pendant lesquels il demeura sans mouvement, sans parole, sans aucun sentiment, & tous les remèdes qu'on lui fit furent inutiles. Après sa mort M. Poupart lui scia le Crane. Il trouva sous les Teguments beaucoup de sang épais & noir. Après avoir levé la moitié du Crane, il vit sous la Dure-mere une pituite, blanche, épaisse, & plus solide que de la gelée. La Dure-mere étoit tellement gonflée, & confonduë avec cette pituite qui s'y étoit filtrée, qu'à peine l'en pouvoit-on démêler. Cette limphe endurcie entouroit toute la moitié de la partie supérieure de la Dure-mere, qui sembloit n'être attachée au Crane que par cette espece de colle. La Dure-mere auroit été en assez bon état si sa surface n'avoit pas été legerement enduite d'une matiere gluante. La substance du Cerveau étoit fort belle, & même plus ferme qu'elle n'a coûtume d'être. On pourroit croire que la Dure-mere étant spongieuse suçoit, pour ainsi dire, les sérosités du cerveau. Il n'y avoit rien d'extraordinaire dans les ventricules.

L'excessive quantité de Limphe épaisse qui inondoit

ce cerveau, & en appesantissoit les mouvements, paroît une cause naturelle de l'Epilepsie, & on n'auroit pas besoin d'en chercher d'autre, si ce mal n'étoit accompagné que de stupidité d'esprit, & d'une profonde melancolie. Mais, selon la remarque de M. Poupart, il y a des Epileptiques qui rient, qui chantent, qui dansent, quelques-uns même, sur tout des femmes, qui tiennent des discours agreables, & plus ingenieux qu'il ne leur appartient. La limphe seule ne peut guere produire ces effets, mais peut-être aussi y a-t'il alors deux maladies compliquées, l'Epilepsie, & la Folie.

M. Poupart connoît un Epileptique, qui lors qu'il sent venir son mal, se frote le front avec la main, renverse tant qu'il peut sa tête en arriere en l'appuyant contre une muraille, & par ce moyen se garantit de la convulsion. Il est assez vraisemblable que par-là il donne un penchant à la limphe, pour la faire couler hors de l'endroit qu'elle afflige.

II.

A cette occasion M. Poupart ajoûta qu'il connoissoit une fille Epileptique, qui aux premieres approches de son mal s'assied dans une chaise, y demeure immobile, sans parole, sans sentiment, les yeux ouverts, & ne se souvient nullement d'être tombée dans cet état, après qu'elle en est revenue. Si elle avoit commencé un discours que son accès ait interrompu, elle le reprend précisément au même endroit où elle l'avoit quitté, & elle croit avoir parlé tout de suite.

III.

Sur ce que quelqu'un avoit dit dans une Assemblée que la Dure-mere a un mouvement par lequel elle s'élève, & s'abaisse, M. Méry ayant nié la possibilité du fait, & soutenu que cette membrane est exactement collée à toute la superficie interieure du Crane, il apporta dans une Assemblée suivante le Crane d'un homme de 40 à 50 ans, tout fraîchement mort, dans lequel on vit effectivement la Dure-mere adhérente en toute son étendue.

IV.

M. du Verney le jeune ayant extirpé une tumeur carcinomateuse, grosse comme un œuf, qu'une fille de 24 ou 25 ans avoit à l'entrée du Vagina, il l'ouvrit, & au lieu de chairs ou de quelque autre substance de pareille nature, il ne trouva qu'une masse dure, blanchâtre, & qui ressembloit à un amas de tendons qu'on auroit batus, & comme colés ensemble. A l'endroit d'où cette tumeur avoit été enlevée, il ne paroissoit rien qui marquât qu'elle y eût jetté des racines.

V.

M. Poupart a parlé de deux gros Ligaments ronds, fort visibles, puisque dans les grandes personnes ils sont longs de plus d'un demi-pied, & dont cependant les Anatomistes n'ont point traité, apparemment parce qu'ils n'en ont pas connu les usages. Ils sont attachés par un bout sur la crête de l'Os des Iles, par l'autre bout sur la crête de l'Os Pubis, & le milieu porte à faux. Ils font la fonction d'os en cet endroit, car ils soutiennent les trois grands Muscles de l'Abdomen, c'est à-dire, l'Oblique externe, l'Oblique interne, & le Transverse. Leurs fibres tendineuses à peu près parallèles entre-elles vont s'attacher à ces Ligaments. Ils sont situés immédiatement au dessous des Anneaux.

La pensée de M. Poupart est qu'ils peuvent soutenir & rompre en partie l'impulsion que de grandes toux, des sauts violents &c. donnent aux Intestins, & par-là les empêcher de s'insinuer entre les Anneaux, & de former des Hernies. De plus ces Ligaments tenant lieu d'Os, quelques Os que la Nature eût mis à leur place, le Ventre en auroit eu moins de liberté de s'étendre, sur tout dans les grossesses. Par ces raisons, M. Poupart appelle ces deux Ligaments *Suspendeurs de l'Abdomen*.

VI.

M. Lémery a rapporté sur la foi de M. Delisle dont

nous avons déjà parlé, qu'un jeune Homme de 28. ans ; sujet a des accès d'Epilepsie très-fâcheux , & très-fre-quents , avoit été guéri par de la Cerveille humaine qu'on lui avoit fait manger dans sa soupe pendant 10 ou 12. jours , sans qu'il le sçût.

VII.

Une femme de 38 ans grosse de 7 mois, & pour la première fois, étant morte dans un mauvais travail , pendant lequel l'orifice interne de la Matrice ne s'étoit jamais dilaté au-delà de la largeur d'une piece de 4 sous, M. Littre lui fit ouvrir promptement le ventre & la Matrice , afin de baptiser l'enfant , & de lui sauver la vie , s'il étoit possible ; mais il le trouva mort. Il chercha aussitôt la cause qui avoit empêché la dilatation de l'orifice interne , & il la découvrit sans peine. Il vit que le col de la Matrice étoit bouché dans son commencement par une substance glanduleuse , continuë au corps de la Matrice , & percée seulement de quelques petits trous , par où avoit dû s'écouler le sang des Regles , & par où étoit entrée la partie la plus spiritueuse de la semence pour la generation de l'Enfant.

Il trouva dans l'Ovaire droit un trou rond , large à recevoir le bout d'une soye de Porc, & bordé d'une substance fort semblable à celle qu'on voit dans les cicatrices. Ce trou se terminoit dans une cellule ronde , large & profonde de 3 lignes , où il y avoit du sang noir & caillé , de la grosseur d'un pois. On peut croire que c'étoit de cette cellule , & par ce trou qu'étoit sorti l'œuf , & ce qui appuie encore cette conjecture , c'est que la Trompe de ce côté-la étoit plus dilatée , & avoit ses tuniques plus minces que l'autre.

VIII.

M. Littre a parlé d'un Polipe , remarquable pour sa grandeur & pour son étendue , qu'il a vu dans un garçon de 13 ans. Ce Polipe étoit contenu dans la cavité de l'oreillette droite du Cœur , sans y être attaché par au-

cun endroit. Il avoit deux branches, chacune environ de 4 lignes de grosseur, l'une se portoit aux parties supérieures, & se continuant par le tronc supérieur de la Veine Cave, par les Souclavieres, & les Jugulaires, alloit jusques dans les Sinus lateraux de la Dure-mere, & jusque dans les Avantbras par les Axillaires; l'autre descendoit par le tronc inférieur de la Veine Cave, par les Iliques, & les Crurales, jusqu'au milieu des Cuisses; toutes deux se divisoient presque en autant de rameaux que les Veines que nous venons de nommer.

IX.

Dans un Enfant de 9 jours mort d'un Polipe qui bouchoit l'embouchure du Ventricule droit, comme un bouchon de figure conique, M. Littre n'a trouvé nulle apparence de Vesicule du fiel, quoique le Foye fût d'ailleurs très-bien formé, ainsi que toutes les autres parties. Les deux Arteres qui doivent se distribuer à cette Vesicule, se distribuoient au Foye à l'endroit où elle auroit dû être. Le Canal Hepatique, beaucoup plus gros que de coutume, se terminoit à l'ordinaire par un seul tronc dans l'Intestin Duodenum.

X.

M. Littre a vu un garçon de 10 ans, qui étoit devenu sur le champ muët & sourd, pour avoir été ferré fortement à la gorge par un homme robuste, avec qui il s'étoit battu. Tous les remedes qu'on avoit pû imaginer avoient été inutiles. Les Muëts ordinaires ne le sont par aucun vice des Organes de la parole, mais seulement parce qu'ils sont nés sourds, celui-là est muët parce que les Organes de la parole sont alterés & blessés; il n'est point muët parce qu'il est sourd, mais muët & sourd par la même cause.

XI.

Le P. Gottiye a dit qu'un Homme de sa connoissance, à qui on avoit fait l'operation pour une fistule à l'a-

nus, ayant après cela une démangeaison universelle à la peau, qui l'empêchoit même de dormir, s'étoit avisé par une espece d'instinct de manger beaucoup de Laitue commune sans aucun aprêt, ce qui l'avoit guéri au bout de quelques jours, & lui avoit rendu le sommeil.

XII.

Un Criminel jeune & fort, qui devoit être roté, voulant prévenir son jugement, prit sa secousse de 17 pieds dans le cachot où il étoit enfermé, & la tête baissée, les mains derriere le dos, alla donner de la tête contre le mur opposé en courant de toute sa force. Il tomba sur la place roide mort, sans proferer une parole, ni pousser un seul cri.

M. Littre appelé pour visiter le Cadavre, commença par examiner la tête en dehors. Il fut surpris de n'y trouver aucune contusion, tumeur, playe, ni fracture. Il coupa & sépara ensuite tous les Teguments du Crane au sommet de la tête, où le coup avoit été donné, selon le rapport de quelques autres Criminels du même cachot, qui avoient été témoins de l'action. Il examina ces Teguments par dedans, & n'y trouva pas plus d'alteration qu'en dehors. Il n'en remarqua même aucune aux Os du Crane, après les avoir découverts, sinon que la partie écailleuse de l'Os Temporal droit étoit écartée du Parietal d'environ un tiers de ligne, & cet écartement continuoit en quelques endroits jusqu'à deux lignes de profondeur, en d'autres jusqu'à une au plus. Il n'y avoit nulle apparence que ce fût-là une cause de mort, & encore moins d'une mort si prompte, & par conséquent il n'en paroissoit aucune jusque-là.

Il falut donc scier le Crane, & examiner le Cerveau. Mais l'étonnement de M. Littre augmenta, quand il y trouva tout dans un état naturel, & pour ainsi dire, dans une parfaite santé. Seulement le Cerveau ne remplissoit pas à beaucoup près toute la capacité interieure du Crane, comme il fait ordinairement, & la substance aussi bien

que celle du Cervelet , & de la Moëlle allongée , étoit au toucher & à la vue plus serrée & plus compacte que de coûtume. M. Littre s'assura encore plus de ce fait en remettant à leur place les parties du Cerveau coupées , & la calotte du Crane par dessus , ce qu'il fit très aisément , au lieu qu'on ne le pourroit faire qu'avec beaucoup de difficulté dans d'autres Cadavres.

Voilà la seule chose à quoi l'on puisse rapporter la mort subite. Le Cerveau s'étoit affaissé très-considérablement par la violente commotion du coup , & comme il a peu de ressort il n'avoit pu revenir de cet état , & par conséquent la distribution des Esprits dans tout le reste du corps , nécessaire pour tous les mouvements , avoit cessé dans l'instant. De-là M. Littre a tiré une raison fort naturelle , pourquoi il ne s'étoit fait aucune contusion sur les Teguments du Crane à l'endroit du coup. Une contusion est formée par du sang , qui circulant à son ordinaire sort de quelques vaisseaux qu'il trouve rompus ou déchirés , & se fige dans les chairs. Ici le sang avoit cessé de circuler dans le même moment qu'il pouvoit s'être rompu quelques Vaisseaux des Teguments , car le cœur avoit aussi-tôt perdu son mouvement, faute d'Esprits.

XIII.

Un Enfant de deux ans & demi ayant jouti jusque-là d'une santé parfaite , commença à tomber en langueur , la tête lui grossissoit peu à peu , & le reste du corps maigrissoit. Au bout de 18 mois il cessa de parler aussi distinctement qu'il avoit fait , il n'apprit plus rien de nouveau , au contraire , toutes les fonctions de l'ame s'altererent à tel point qu'il vint à ne plus donner aucun signe de perception ni de mémoire , non pas même de goût , d'odorat , ni d'ouïe. Il mangeoit à toute heure , & recevoit indifféremment les bons & les mauvais aliments. Il étoit toujours couché sur le dos , ne pouvant soutenir ni remuer sa tête qui étoit devenue fort grosse & fort lourde. Il dormoit fort peu , & crioit nuit & jour. Il avoit

la respiration foible & frequente, & le poux fort petit, mais réglé. Il digeroit assez bien, & avoit le ventre libre. Il fut toujours sans fièvre.

Il mourut après deux ans de maladie, & M. Littre l'ouvrit, mais avec une extrême précipitation, & beaucoup d'incommodité à cause de plusieurs circonstances particulieres.

Le Crane de cet Enfant étoit de plus d'un tiers plus grand qu'il ne devoit être naturellement à cet âge, & plus grand même de beaucoup que celui d'un Adulte. M. Littre le scia, & coupa la Dure-mere, & parce qu'il n'en vit point sortir d'eau, il fit un trou au Cervau, par où sortit sur le champ une grande quantité d'eau claire, & sans mauvaise odeur. Toutes les parties du Cerveau étoient en leur entier, mais plus molles, plus humides, & plus dilatées, que dans l'état naturel. L'*Entonnoir* étoit large d'un pouce, & profond de deux, la *Glande Pituitaire* avoit la dureté d'un Cartilage, la figure & la grandeur d'une Lentille. La *Moëlle allongée* qui est comme une base commune du Cerveau & du Cervelet, du Cerveau par sa partie anterieure, & du Cervelet par la postérieure, étoit molle dans sa moitié anterieure, mais moins que le Cerveau. Le Cervelet étoit squirreux, ainsi que la moitié postérieure de la Moëlle allongée, avec laquelle il étoit tellement confondu qu'ils ne formoient ensemble qu'une même masse blanche comme de la craye, & toute homogene, excepté que le dedans en étoit un peu moins blanc & plus dur que le dehors, & qu'il y restoit encore deux fort petits endroits dans l'état naturel. La Moëlle de l'Epine, & les nerfs qui en sortent, aussi-bien que ceux de la Moëlle allongée étoient plus petits & plus mous que de coûtume.

Les Anatomistes sont persuadés que la glande Pinéale & celle du *Plexus Choroïde* filtrent continuellement une Limphe qui se ramasse dans l'Entonnoir, d'où elle passe dans les pores de la Glande pituitaire, & de ces pores, en partie dans les Veines, en partie dans les Vaisseaux
Lymphatiques

Limphatiques de cette glande. Les veines déchargent la Lymphé dans les Sinus lateraux de la base du Crane les plus proches, & qui se terminent aux Veines Jugulaires internes, les Vaisseaux Limphatiques, dans les Troncs Cervicaux limphatiques qui finissent aux Veines Souclavieres. Puisque dans l'Enfant dont nous parlons, le tissu de la Glande Pituitaire étoit devenu très-serré & très-compacte, M. Littre crut avec assés d'apparence que l'origine du mal avoit été l'obstruction de ses pores, comblés par quelques matieres épaisses & visqueuses, & que cependant la Glande pinéale, & celles du Plexus choroïde continuant toujours à faire leurs fonctions, la Lymphé qu'elles filtroient n'ayant plus d'issüe, avoit dû regorger & s'amasser dans l'Entonnoir & dans les Ventricules du Cerveau, & étendre peu à peu ces cavités jusqu'a les rendre enfin capables de contenir deux pintes & demie de limphe.

Le Cervelet squirreux, aussi-bien que la moitié de la Moëlle allongée qui lui répond, prouvent que ces parties ne sont pas si necessaires à la vie qu'on le croit ordinairement. Il leur a falu un temps considerable pour s'endurcir & pour se petrifier, ces sortes de changements sont toujours lents, & par consequent elles ont dû être assés long-temps à peu près dans le même état où M. Littre les a trouvées; cependant l'Enfant vivoit & conservoit plusieurs fonctions vitales. Le Cerveau & la Moëlle de l'Epine filtroient donc par leurs glandes les Esprits necessaires, & les distribuoient par des nerfs, dont elles doivent être l'origine. Cela revient à ce qui a déjà été dit dans l'Hist. de 1703. * Il n'est pas étonnant que dans un Sujet dont le Cerveau étoit inondé, & le Cervelet presque petrifié, les fonctions qui dépendent précisément de l'Ame ayent été les plus alterées. * p. 162

XIV.

A cette occasion M. Dodart a rapporté un exemple beaucoup plus extraordinaire de la dépendance où sont

1705.

H

les fonctions spirituelles de l'Ame à l'égard des dispositions materielles du Cerveau. Un Enfant de 8 ans qui apprenoit le Latin parfaitement bien, oublia tout d'un coup presque tout ce qu'il en savoit, quand les grandes chaleurs de 1705. commencerent. Deux ou trois jours de fraicheur lui rendirent la memoire, & il la perdit une seconde fois par la chaleur qui revint.

Monsieur du Verney a fait voir sur l'accouplement des Insectes Hermaphrodites, tels que les Limaçons, les Limaces, les Vers de terre, les Sang-sues &c. plusieurs particularités nouvelles. Il travaille à en donner des descriptions, & des figures exactes. On verra par la merveilleuse & singuliere Mechanique de ces Animaux, combien ils sont injustement méprisés.

Monsieur du Verney a aussi fait part de quelques Observations nouvelles qu'il a faites sur l'Oreille, & qui sont des especes d'Additions au Traité qu'il a publié sur cette partie.

Monsieur du Hamel continuant son Histoire Anatomique, a exposé les sentiments des Anciens & des Modernes sur la Structure & l'Action des Muscles, seuls organes de tous les mouvements dans les Animaux.

V. les M.
p. 32.

Nous renvoyons aux Memoires les Observations de M. Littre sur des Playes qu'un Homme s'étoit faites au Ventre dans un accès de folie.

V. les M.
p. 124.

Et ce que M. Poupert a donné sur les Ecumes printanieres, ou, ce qui est la même chose, la Description d'un Insecte nommé, *Formica pulex*.



CHIMIE.

SUR LE CAMPHRE.

UN Mixte n'est connu, que quand il a été bien tourmenté par la Chimie, & pour ainsi dire, mis à la question. C'a été de cette manière que M. Lémery a examiné le Camphre, qui meritoit assés ce travail par les usages qu'il a dans la Medecine. On s'en sert pour la carie des os, pour déterger les playes, & pour resister à la gangrene. V. les M.
P. 32.

Le Camphre est une Resine qui coule du tronc & des grosses branches d'un Arbre semblable au Noyer, que l'on trouve dans l'Isle de Borneo, & à la Chine. Elle se fige au pied de cet arbre en petits grains secs, friables, légers, blancs, transparents, d'une odeur forte & penetrante, d'un goût acré tirant sur l'amer, & échauffant beaucoup la bouche. Plusieurs grains tombant les uns sur les autres se collent legerement ensemble, & font des masses plus ou moins grosses, qui étant un peu pressées entre lesdoits s'égrenent aisément. On les ramasse doucement, en prenant garde qu'il ne s'y mesle de la terre, ou quelques autres ordures. C'est cette matiere qu'on appelle Camphre brut. On le raffine en Hollande, & on est si persuadé que les Hollandois seuls en ont le secret, que quand nos Marchands ont du Camphre brut, ils le leur envoient pour le raffinage, mais M. Lémery en a fait l'operation qui est la plus simple & la plus facile du monde, & il ne tient plus qu'à nous de revenir d'une prévention trop favorable aux Etrangers. Le Camphre est très-combustible, & il brûle même sur l'eau. On s'en

sert dans les feux d'artifice, & c'étoit le principal ingré-
dient qui entroit dans le feu Gregeois, dont on faisoit
autrefois tant d'usage. On s'aperçoit que le Camphre di-
minuë toujours à être gardé, tant ses parties sont volati-
les, & de-là vient que les Marchands l'envelopent dans
de la graine de Lin, dont la viscosité peut arrêter
les premieres parties qui s'évaporent, & par conséquent
en empêcher d'autres de s'évaporer.

M. Lémery a fait toutes ses operations sur le Camphre
brut, qui est assés rare en France. Il a voulu séparer les
principes de ce Mixte, sans y mesler aucune matiere
étrangere qui facilitât leur desunion, mais il n'en a ja-
mais pû venir à bout. Ces principes, qui selon toutes les
apparences sont une huile, & un sel volatil, sont trop
étroitement liés ensemble; ainsi tout s'est réduit à de sim-
ples Dissolutions ou Sublimations du Camphre, pareilles
à celles des Metaux ou des Mineraux, lorsque leur tissu
interieur n'est point décomposé. Voici le resultat des prin-
cipales operations de M. Lémery.

Le Camphre ne se dissout point par les liqueurs aqueu-
ses, & flegmatiques, mais par les sulphureuses, & cela lui
est commun avec tous les autres Mixtes sulphureux, du
moins quant à la partie par laquelle ils le sont.

Si l'on met le feu à une dissolution de Camphre par
l'Esprit de vin, on voit une flame bleüâtre, produite par
l'Esprit de vin qui brûle le premier; à mesure qu'il se con-
sume, le Camphre paroît comme en masse, & lorsqu'il
est entierement consumé, la flame ne discontinuë pas,
mais seulement elle devient blanche, parce qu'alors c'est
le Camphre qui brûle. Cette dissolution du Camphre
par l'Esprit de vin étant mise dans l'eau, le Camphre se
revivifie en une espece de beurre très-blanc, parce que
l'eau affoiblit l'Esprit de vin, qui tenoit le Camphre
dissous.

On fait que l'Esprit de vin & l'Esprit volatil de Sel
Armoniac meslés ensemble cessent d'être liqueurs, &
font un *coagulum* assés ferme. M. Lémery a éprouvé qu'en

jettant dans la dissolution du Camphre par l'Esprit de vin de l'Esprit de Sel armoniac fait avec le Sel de tartre, il se faisoit dans le moment un caillé fort blanc, & qu'en y jettant de l'Esprit de sel armoniac fait avec la chaux, il ne se faisoit qu'un léger précipité qui se dissolvoit en peu de temps. Quoique l'Huile de Tartre soit un Alkali aussi-bien que l'Esprit de Sel armoniac, elle ne produit aucun effet sur la dissolution du Camphre par l'Esprit de vin.

L'Esprit ou Huile étherée de Terebenthine, & l'Huile d'Olive, qui sont, aussi-bien que l'Esprit de vin, des liqueurs sulphureuses, dissolvent aussi le Camphre. Elles n'en dissolvent toutes deux que le quart de leur poids.

En faisant distiller ces dissolutions, on voit la différence de légèreté ou pesanteur des différentes substances dont elles sont composées; car il est évident que dans une même dissolution, la substance qui s'élève la première par la distillation, ou s'élève seule, est la plus légère, & que celles qui s'élèvent ensemble le sont également. Par-là, M. Lémery a reconnu que le Camphre est plus pesant que l'Esprit de vin, aussi pesant que l'Huile de Terebenthine, & moins que l'Huile d'Olive.

Voilà ce qui regarde la dissolution du Camphre par les liqueurs sulphureuses; il restoit à l'examiner par les liqueurs acides & par les alcalines.

Il ne se dissout point du tout par les alcalines, telles que l'Huile de Tartre, & l'Esprit de Sel armoniac.

Il ne se dissout point non plus par certaines liqueurs acides, telles que l'Esprit de Vitriol, l'Esprit d'Alun, le Vinaigre distillé; il ne fait que se sublimer au haut du Matras sans aucun changement. Il se dissout par quatre fois autant d'Huile de Vitriol noire, parce qu'elle contient un peu de Souffre. Il se dissout imparfaitement & à demi par trois fois autant de bon Esprit de Sel, mais il se fait une dissolution parfaite par deux fois autant d'Esprit de nitre. Le Camphre est la seule Resine connue qui se dissolve par cet Esprit, ce qui est à remarquer.

Cette dissolution est ce qu'on appelle ordinairement Huile de Camphre, & c'est à cette Huile qu'appartiennent les vertus medicinales dont nous avons parlé d'abord. L'usage n'est pas de la prendre interieurement, on l'a redoutée à cause de son acreté un peu corrosive, mais M. Lémery n'a pas laissé d'en faire prendre quelques gouttes par la bouche, dans des maladies d'obstruction, & dans des vapeurs de Mere, & il n'en a vu que de bons effets. Il est vrai qu'il l'a presque toujours meslée avec autant d'Huile de Karabé.

L'Huile de Camphre n'étant que ce que nous avons dit, il est aisé de prévoir que si on y jette de l'Huile de Tartre, ou de l'Esprit de Sel armoniac, il se fera des coagulations, & que le Camphre se revivifiera, parce que les acides du nitre qui le tenoient dissous, l'abandonneront, & se joindront aux Alkali de ces deux liqueurs, ou parce que les pointes du nitre auront été rompuës par les Alkali.

SUR LA GRATIOLE.

v. les M.
p. 126.

* p. 46.
* p. 58.
* p. 45.

Les Remedes qui nous viennent de loin sont peut-être en une trop grande estime, & ceux de ce pays-cy trop négligés. Ce qui est éloigné, de quelque maniere qu'il le soit, nous impose presque toujours. Cette reflexion a fait suspendre à M. Boulduc le travail qu'il avoit commencé sur les Purgatifs étrangers, & dont on a vu de grands morceaux dans les Hist. de 1700, * 1701 * & 1702. * Il a passé aux Purgatifs de nos climats, & pour suivre toujours le même dessein dans ce changement, il a étudié les plus violents, ou ceux qu'on craint le plus d'employer.

Il s'est d'abord attaché à la Gratiolle. C'est une Plante, dont les Medecins n'osent faire beaucoup d'usage, mais M. Boulduc s'est guéri de cette crainte par une lon-

que expérience. Outre les vertus qu'on lui connoissoit de faire vuidier les eaux par haut & par bas, prise en substance, ou en infusion, & de nettoyer les playes, auxquelles on l'applique, il a trouvé qu'infusée dans le lait, elle réussissoit très-bien pour l'Hidropisie ascite, & chassoit les Vers, & faisoit ces deux effets sans aucune violence, & de plus que la racine prise en poudre au poids de demi gros étoit presque aussi bonne pour la Disenterie que l'I. pecacuanha, pourveu que le mal ne fût pas trop inveté. Cette Plante est extrêmement amere, & peut-être est-ce delà que vient sa vertu contre les Vers. Outre l'amertume, sa racine paroît encore astringente au goût, ce qui peut la rendre propre pour la Disenterie.

M. Boulduc a travaillé ce Mixte de plusieurs manieres differentes. D'abord il a tiré par une forte expression le suc de la Plante verte, les racines n'y étant pas comprises. De ce suc, dépuré selon toutes les regles de l'Art, il en fit un Extrait fort solide, d'un goût salé acide, laissant sur la fin un peu d'amertume avec acreté & astringtion. Il l'essaya sur des Malades avec les précautions nécessaires. Cet Extrait purge, mais moins que l'on n'auroit cru, suivant l'idée que l'on a communement de la Gratiole. Il ne fait point vomir, & pousse beaucoup par les urines.

Le suc étant tiré, il étoit resté un marc fort amer, ce qui fit juger à M. Boulduc qu'il ne devoit pas être sans vertu. Il en fit donc un autre Extrait, qui fut bien moins salé acide que le premier, mais beaucoup plus amer, & plus âpre. Il purgea beaucoup plus à même dose.

Jusqu'ici on s'est contenté des Extraits des suc des Plantes, & on a negligé le marc comme inutile, mais il paroît que c'étoit une erreur à l'égard des Plantes qui ont beaucoup de suc, & dont par conséquent le marc en retient une quantité considerable. L'Extrait du marc de la Gratiole non seulement eut plus de vertu, mais encore fut en plus grande quantité que celui de son suc. M. Boulduc a fait la même expérience sur le Sirop de fleurs de Pêcher, & de Roses, le Sirop de la décoction

du marc paroît aussi pugatif, & même davantage.

Il est assez vrai-semblable que le suc chargé du sel essentiel de la Plante n'est point en état de dissoudre & d'entraîner les principes actifs, qui restent dans les parties ligneuses de la Plante, c'est-à-dire, dans le marc. Ils doivent le plus souvent être les mêmes & conditionnés de la même manière que ceux qui ont passé d'abord avec le suc, principalement quand la Plante est fort succulente, mais ils pourroient aussi être différents. L'expérience seule peut décider sur ce point, & il suffit que l'on soit averti de la possibilité de cette différence.

Cette manière d'examiner une Plante par le suc qui en sort, ou par le marc qui reste, est la plus simple de toutes. M. Boulduc passa ensuite à d'autres opérations, & appliqua à la Gratiolle les deux grands Dissolvants, l'Eau & l'Esprit de vin. Alors la Plante étoit sèche.

Comme l'Eau tire beaucoup plus de la Gratiolle que ne fait l'Esprit de vin, il est certain que cette Plante a plus de parties salines que de sulfureuses. Sur tout, c'est dans la racine que les Sels dominent le plus.

L'Extrait fait avec l'Esprit de vin purge plus violemment que celui qui est fait avec l'Eau, ce que l'on voit qui convient à la nature des Souffres. L'Extrait de la racine purge moins que celui des feuilles, l'un & l'autre étant fait avec l'Eau. Peut-être la vertu de la racine est-elle affoiblie par la quantité d'humidité superflue dont elle est abreuvée, ou plutôt noyée. 14 onces de la racine verte ne pèsent plus, étant bien séchées, que 3 onces & demie.

S U R L A G E N E R A T I O N D U F E R.

v. les M.
p. 362.

TRouver le dénouement des anciennes difficultés, c'est sans doute un progrès dans les Sciences, mais c'en est un aussi que de trouver des difficultés nouvelles.

& encore plus d'en trouver où il n'en paroïssoit point du tout. M. Geoffroy demande ici aux Chimistes, si l'on peut avoir des Cendres, où il n'y ait nul mélange de fer ? apparemment on sera étonné de la Question, car d'où pourroit venir l'impossibilité ? Pourquoi des cendres de bois brûlé contiendroient-elles du fer ? cependant le fait est qu'elles en contiennent toujours, du moins toutes celles que M. Geoffroy a examinées, & voici à quelle occasion il s'en est aperçu.

Il avoit fait du Fer artificiel, composé, comme le Souf-
fre commun, du Souffre principe, ou d'une matiere in-
flammable, d'un Sel vitriolique, & d'une Terre. Pour
recommencer cette experience, & pour s'en assurer da-
vantage, il chercha une Terre, ou des Cendres parfaite-
ment dépouillées de Sels vitrioliques, & sur tout de par-
ties ferrugineuses, puisque son intention étoit de faire du
Fer, mais quelques précautions qu'il prit, quoiqu'il fit
des Cendres dans des lieux où il n'y avoit point de Fer,
& qu'il les fit d'un bois qui n'avoit point été scié avec du
Fer, jamais il ne les put avoir entierement exemptes de
particules de Fer, si du moins on peut conter pour telles
des particules qui s'attachent à l'Aïman, ce qui paroît
hors de doute.

V. l'Hist.
de 1704,
p. 39.

Il n'est guere vraisemblable que ces parcelles de Fer, pesantes comme elles sont, & si peu homogenes à la séve des Plantes, ayent pû monter avec elles dans le bois, dont on a fait les cendres. Seroit-ce donc que toutes les fois que du bois brûle, il se produit du Fer, par le mélange des trois matieres dont il est formé ? M. Geoffroy commence à le conjecturer, & rien ne s'accorderoit mieux avec la pensée qu'il a déjà eue sur son Fer artificiel, mais avant toutes choses il faut être bien sur s'il n'y a point de Cendres sans Fer. Ne point précipiter les Systèmes est une des grandes difficultés de la Philosophie.

DIVERSES OBSERVATIONS CHIMIQUES.

I.

Monsieur Lémery a eu entre les mains un Sel tiré du Mont Vesuve, & que l'on appelle Sel Armoniac naturel. Il étoit compacte, assés pesant, d'une grande blancheur, cristallin en dedans, ne s'humectant pas beaucoup à l'air, sans odeur, d'un goût salé acre, & approchant beaucoup de celui du Sel Armoniac. M. Lémery l'a essayé de différentes manieres. Entre autres experiences, il l'a meslé avec trois fois autant d'Esprit de nitre, & en a fait de l'Eau regale, toute pareille à celle qu'on auroit faite avec le Sel Armoniac ordinaire. Il lui a encore trouvé plusieurs effets du Sel armoniac, & même du Sel marin, ce qui n'est pas surprenant, puisque dans le Sel armoniac, tel que nous l'avons, il y entre, outre sa partie urineuse, alcaline, & volatile, une partie fixe de Sel marin. M. Lémery croit que son Sel du Vesuve n'est qu'un Sel fossile, semblable à celui que la Mer a dissous, sublimé au haut de la Montagne par les feux souterrains.

II.

M. Homberg a dit que le Caillou, & le Marbre, exposés séparément au Miroir ardent du Palais Royal, se calcinent, & que mis en poudre & meslés ensemble, ils se fondent.

III.

M. Lémery a examiné l'Eau minerale de Vezelay en Bourgogne. Il reconnut d'abord par les Essais Chimiques qu'elle ne devoit avoir ni Sel vitriolique, ni aucun

autre acide, du moins en une quantité considérable, ni aucun alcali manifeste & développé. Et en effet, après l'avoir distillée au Bain-Marie, il trouva sur 4 livres d'eau 2 gros & 2 grains d'un Sel gris, tout semblable au Sel marin, or on sait que le Sel marin n'est ni un acide ni un alcali, mais un composé des deux. Le Sel de l'Eau de Vezelay contenoit encore quelque terre, ou, ce qui revient au même, quelque partie alcaline, qui n'avoit point été pénétrée par un acide, car il bouillonna un peu avec l'Esprit de vitriol, & M. Lémery l'ayant purifié & en ayant séparé un peu de terre grise, ce bouillonnement n'arriva plus.

Le Sel gris, quoique plus terrestre, avoit un goût plus salé & plus piquant, qu'après avoir été purifié, parce que les opérations employées pour le purifier en avoient brisé ou emporté les pointes les plus subtiles & les plus actives. C'est ainsi que le Sel Marin formé par coagulation dans les Marais salants de la Rochelle, quoique mêlé avec de la terre grise, est plus salé & plus fort que celui qu'on tire par évaporation en Normandie, & qui est plus pur & plus blanc.

IV.

M. Lémery a aussi examiné l'Eau minérale de Carenfac dans le bas Rouërgue. Elle a un goût tant soit peu acre & vitriolique, elle est froide, & sans odeur. 12 onces de cette eau, étant évaporées, laissent 18 grains d'un Sel gris, tirant sur le blanc, salé, & un peu vitriolique. Elle est aperitive & purgative, on s'en sert comme de l'Eau de Forges.

Monsieur Homberg a donné le Traité du Souffre ^{V les M.}
 principe, qui fait partie de ses Elements de Chi- ^{p. 38.}
 mie, & que nous avons annoncé dans l'Hist. de 1703. * ^{* p. 47.}

V. les. M.

P. 83.

* P. 93.

L Es Experiences de M. Geoffroy sur les Dissolutions & les Fermentations froides, dont il a été parlé dans l'Hist. de 1700 * parurent à M. Amontons si importantes pour le Siftême du Chaud & du Froid, que quand il eut trouvé son nouveau Thermometre, plus exact & plus sur què l'ancien, il s'en servit à les repeter, & voulut même que ce fût dans les Caves de l'Observatoire, parce que la temperature de l'air y étant toujous à peu près égale, on ne pourroit soupçonner que les changements de l'air extérieur eussent aucune part aux effets que l'on verroit. Le détail de ces Experiences est dans les Memoires.



BOTANIQUE.

OBSERVATION

BOTANIQUE.

* P. 96.

Monsieur Lippi dont nous avons déjà parlé, * étant à Malte y vit la Plante nommée *Fungus coccineus Melitenfis riphoides*. Bocc. rar. plant. Quoiqu'il n'eût pû la voir jusque-là que sèche, il n'avoit pû se persuader que ce fût un Champignon; ses racines ligneuses, le vermeil & la solidité de sa chair, le duvet serré qui la tapisse, & ses graines lui sembloient contraires au nom qu'elle porte. Il fut confirmé dans sa pensée par la vue de la Plante; & comme elle est rare, il la dessina exactement, pour

la pouvoir mieux consulter aux Botanistes , & trouver avec eux à quel genre on la doit rapporter. En attendant il en envoya par avance une petite Description à M. Dodart.

Monsieur Chomel a donné la Description de l'Eupatorium.

Nous renvoyons aux Memoires. De nouveaux genres de Plantes dont les Botanistes n'ont point encore assigné le caractère essentiel , & que M. Tournefort propose.

V. les M.
P. 236.

La Description qu'il a faite de l'Oeillet de la Chine. Et son Traité des Maladies des Plantes.

V. les M.
P. 264.
V. les M.
P. 332.



ARITHMETIQUE.

SUR LES QUARRÉS

MAGIQUES.

Tous les Nombres qui composent un nombre quarré quelconque , par exemple 1. 2. 3. 4. &c. jusqu'à 25 , inclusivement , qui composent le nombre quarré 25 , ayant été disposés de suite dans une figure quarrée de 25 cellules , chacun dans la sienne , si après cela on change l'ordre de ces nombres & qu'on les dispose dans les

V. les M.
P. 227. &
364.

cellules de façon que les 5 nombres qui composeront une bande horizontale de cellules quelconque, étant ajoutés ensemble fassent toujours la même somme que les 5 nombres qui composeront toute autre bande de cellules soit horizontale, soit verticale, & même que les 5 qui composeront chacune des deux bandes diagonales, cette disposition de nombres s'appelle un *Quarré Magique*, & s'oppose à la premiere disposition qu'on appelle *Quarré Naturel*.

On pourroit croire que les Quarrés Magiques ont eu ce nom, parce que cette propriété de toutes leurs bandes, qui prises en quelque sens que ce soit font toujours la même somme, a paru fort surprenante, sur tout dans certains siècles où les Mathematiques étoient suspectes de Magie; mais il y a aussi beaucoup d'apparence que ces Quarrés ont encore mieux merité leur nom par des operations superstitieuses où ils ont été employés, telles que la construction des Talismans, car selon la puerile Philosophie de ceux qui donnoient des vertus aux Nombres, quelle vertu ne devoient pas avoir des Nombres si merveilleux?

Ce qui a donc commencé par être une vaine pratique de Faiseurs de Talismans ou de Devins, est devenu dans la suite le sujet d'une recherche serieuse pour les Mathematiciens; non qu'ils ayent crû qu'elle les pût mener à rien d'utile ni de solide, les Quarrés Magiques se sentent toujours de leur origine sur ce point, ils ne peuvent être d'aucun usage; ce n'est qu'un jeu dont la difficulté fait le merite, & qui peut seulement faire naître sur les Nombres quelques veües nouvelles, dont les Mathematiciens ne veulent pas perdre l'occasion.

Manuel Moschopule Auteur Grec peu ancien est le premier que l'on connoisse qui ait parlé des Quarrés Magiques, & par le temps où il vivoit, on peut soupçonner qu'il ne les a pas regardés en simple Mathematicien. Il a donné quelques Regles pour les construire. On trouve dans le Livre d'Agrippa, que l'on a tant accusé de Magie, les

Quarrés des 7 nombres, qui sont depuis 3 jusqu'à 9, disposés magiquement, & il ne faut pas croire que ces 7 nombres aient été préférés à tous les autres sans une grande raison. C'est que leurs Quarrés sont *Planétaires* selon le Système d'Agrippa, & de ses pareils. Le quarré de 3 appartient à Saturne, celui de 4 à Jupiter, celui de 5 à Mars, celui de 6 au Soleil, celui de 7 à Venus, celui de 8 à Mercure, celui de 9 à la Lune. M. Bachet de Meziriac de l'Académie Française, & qui auroit eu aussi une des premières places dans celle des Sciences, si elle eût été établie de son temps, étudia les Quarrés Magiques, sur l'idée qu'il en avoit prise par les Quarrés Planétaires d'Agrippa, car il ne connoissoit point l'ouvrage de Moschopule qui n'est que manuscrit dans la Bibliothèque du Roi. Il trouva sans le secours d'aucun Auteur qui l'eût précédé une Méthode pour les Quarrés dont la racine est impaire, comme pour 25, 49 &c. mais il ne put rien trouver qui le contentât sur ceux dont la racine est paire.

Après lui vint feu M. Frenicle de l'Académie des Sciences, si fameux par sa profonde capacité, & par ses grandes découvertes sur les Nombres. Un habile Algébriste avoit cru que les 16 nombres qui composent le quarré de 4, pouvant être disposés de 20922789888000 manières différentes dans un Quarré Magique ou non Magique, ce qui est certain par les règles des Combinaisons, ne pouvoient être disposés différemment dans un Quarré Magique qu'en 16 manières; mais M. Frenicle fit voir qu'il y en avoit encore 864 de plus, augmentation presque incroyable, d'où il est aisé de conclure combien sa méthode devoit être supérieure à celle qui n'avoit produit que la 55^{ème} partie des Quarrés Magiques qu'il trouvoit.

Il s'avisa d'ajouter à cette recherche une difficulté qui n'y avoit point encore eu de lieu. Le Quarré Magique de 7, par exemple, étant construit, & ses 49 cellules remplies, si on en retranche les deux bandes horisonta-

les de cellules, & les deux verticales les plus éloignées du milieu, c'est-à-dire, toute l'Enceinte extérieure du Quarré, il restera un quarré dont la racine sera 5, & qui n'aura que 25 cellules. Il ne sera pas étonnant que ce petit quarré ne soit plus magique, car les bandes du grand n'étoient, pour ainsi dire, obligées à faire toutes la même somme, que prises dans leur tout, & avec les 7 nombres qu'elles renfermoient chacune dans leur 7 cellules, mais ayant été mutilées chacune de deux cellules, & ayant perdu 2 de leurs nombres, il peut bien arriver, & c'est ce qui doit être sans comparaison le plus ordinaire, que leurs restes ne fassent plus par tout une même somme. M. Frenicle voulut qu'une Enceinte d'un Quarré Magique étant ôtée, & même telle Enceinte qu'on voudroit, lorsqu'il y en a assez pour cela, ou enfin plusieurs Enceintes à la fois, le Quarré restant fût encore magique, & sans doute cette nouvelle condition rendoit ces Quarrés beaucoup plus magiques qu'ils n'avoient jamais été.

Il renversa aussi cette condition. Il voulut qu'une certaine Enceinte prise à volonté, ou plusieurs, fussent inséparables du Quarré, c'est-à-dire qu'il cessât d'être magique si on les ôtoit, & non, si on en ôtoit d'autres. M. Frenicle ne donne point de démonstration générale de ses méthodes, & quelquefois il ne se conduit qu'en tâtonnant. Il est vrai que son Traité des Quarrés Magiques n'a pas été donné au public par lui-même. Il ne parut qu'après sa mort, & fut imprimé par M. de la Hire en 1693.

M. Poignard, grand Chanoine de Bruxelles, publia en 1703 un Livre sur les Quarrés Magiques, qu'il appelle *Sublimes*. M. de la Hire l'examina, & en rendit compte à l'Académie. Il y a dans cet Ouvrage des méthodes fort ingénieuses, & beaucoup de nouveauté. Jusqu'ici on n'avoit construit les Quarrés Magiques que pour des suites de Nombres naturels qui remplissoient un Quarré; mais à cela M. Poignard fait deux innovations qui embellissent

sent & qui élèvent le Problème. 1°. Au lieu de prendre tous les nombres qui remplissent un quarré, par exemple les 36 nombres consecutifs qui rempliroient toutes les cellules d'un Quarré naturel dont le côté seroit 6, il ne prend qu'autant de nombres consecutifs qu'il y a d'unités dans le côté du quarré, c'est-à-dire ici 6 nombres, & ces 6 nombres seuls il les dispose de maniere dans les 36 cellules, qu'aucun ne soit repeté deux fois dans une même bande soit horisontale, soit verticale, soit diagonale, d'où il suit necessairement que toutes les bandes, prises en quelque sens que ce soit, font toujours la même somme. M. Poignard appelle cela *ProgreSSION repetée*. 2°. Au lieu de ne prendre ces nombres que selon la suite des Nombres naturels, c'est-à-dire en progression Arithmetique, il les prend aussi & en progression Geometrique, & en progression Harmonique, mais avec ces deux dernieres progressions il faut necessairement que la *Magie* soit differente de ce qu'elle étoit. Dans les Quarrés remplis par des nombres en progression Geometrique, elle consiste en ce que les produits de toutes les bandes sont égaux, & dans la progression Harmonique, les nombres de toutes les bandes suivent toujours cette progression. M. Poignard fait également des Quarrés de ces trois progressions repetées.

La Lecture & l'examen de cet Ouvrage ont donné occasion à M. de la Hire de rappeler des idées qu'il avoit eues autrefois sur les Quarrés Magiques, & d'y en ajouter un grand nombre de nouvelles.

Il considere d'abord les Quarrés impairs. Tous ceux qui ont travaillé sur cette matiere ont trouvé plus de difficulté dans la construction des Quarrés pairs, & par cette raison M. de la Hire les garde pour les derniers. Ce plus de difficulté peut venir en partie de ce qu'on prend les nombres en progression Arithmetique, or dans cette progression si le nombre des termes est impair, celui du milieu a certaines propriétés qui peuvent être commodés. Par exemple, étant multiplié par le nom-

bre des termes de la progression, ce produit est é gal à la somme de tous les termes.

M. de la Hire propose un emethode generale pour les Quarrés impairs, & elle a quelque rapport avec la Theorie des Mouvements composés, si utile & si féconde dans la Mechanique. Comme elle consiste à décomposer les mouvements, & à les resoudre en d'autres plus simples, de même la methode de M. de la Hire consiste à resoudre en deux quarrés plus simples & *primitifs*, le quarré qu'il veut construire. Mais il n'étoit pas si aisé de découvrir ou d'imaginer ces deux quarrés primitifs dans le quarré composé ou *parfait*, qu'il l'est d'appercevoir dans un mouvement oblique un mouvement parallele, & un perpendiculaire.

S'il faut, par exemple remplir magiquement avec les 49 premiers nombres de la progression naturelle les 49 cellules d'un quarré qui a 7 de racine, M. de la Hire prend d'un côté les 7 premiers nombres depuis l'unité jusqu'à la racine 7, & de l'autre 7 & tous ses multiples jusqu'à 49 exclusivement, & comme il n'a par-là que 6 nombres il y joint 0, ce qui fait cette progression Arithmetique de 7 termes, aussibien que la premiere, 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42.

Ensuite avec sa premiere progression repetée à la maniere de M. Poignard il remplit magiquement le quarré de 7 de racine. Pour cela il écrit d'abord dans les 7 cellules de la premiere bande horisontale les 7 nombres proposés, selon tel ordre que l'on veut, car cela est absolument indifferent, & il est bon de remarquer ici que ces 7 nombres seuls peuvent être arrangés en 5040 manieres differentes dans une seule bande. L'arrangement qui leur sera donné dans la premiere bande horisontale, quel qu'il soit, est le fondement de celui qu'ils auront dans toutes les autres. Pour la seconde bande horisontale, il faut mettre dans sa premiere cellule, ou le 3^{eme}, ou le 4^{eme}, ou le 5^{eme}, ou le 6^{eme}, qui suit le premier de la premiere bande horisontale, & après cela écrire les 6 au-

tres de suite. Pour la troisième bande horizontale, on observe à l'égard de la seconde, le même ordre qu'on a observé pour la seconde à l'égard de la première, & toujours ainsi jusqu'à la fin. Par exemple, si on a rangé les 7 nombres dans la première bande horizontale selon l'ordre naturel, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. on peut commencer la seconde bande horizontale par 3, ou par 4, ou par 5, ou par 6, mais si on l'a commencée par trois, la troisième doit commencer par 5, la quatrième par 7, la cinquième par 2, la sixième par 4, la septième par 6. Le commencement des bandes qui suivent la première, étant ainsi déterminé, nous avons déjà dit que les autres nombres s'écrivoient tout de suite dans chaque bande selon l'ordre qui a été arbitrairement choisi pour la première.

Par ce moyen, il est évident qu'aucun nombre ne sera répété deux fois dans une même bande, quelle qu'elle soit, & par conséquent les 7 nombres 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. étant toujours dans chaque bande, ils ne pourront faire que la même somme.

On voit déjà dans l'exemple présent que l'arrangement des nombres dans la première bande ayant été choisi à volonté, on a pu continuer les autres bandes de 4 manières différentes, & puisque la première bande a pu avoir 5040 arrangements différents, ce sont 20160 manières différentes dont le *Quarré Magique* de 7 nombres répétés peut être construit.

L'ordre des nombres dans la première bande étant déterminé, si l'on prenoit pour recommencer la seconde le 2^d ou le dernier, M. de la Hire a remarqué que dans un de ces cas une des bandes diagonales auroit toujours le même nombre répété, & que dans l'autre cas, ce seroit l'autre diagonale. Par conséquent l'une ou l'autre diagonale seroit fautive, à moins que le nombre répété 7 fois ne fût 4, car 4 fois 7 est égal à la somme de 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. & en général dans tout *quarré* construit d'un nombre de termes impair en progression Arithmétique, une des diagonales seroit fautive par ces

deux constructions, à moins que le nombre toujours repeté dans cette diagonale ne fût le terme du milieu de la progression. Or il n'est nullement nécessaire de prendre des termes en progression Arithmetique, & on peut faire suivant la regle de M. de la Hire un Quarré Magique de tels nombres qu'on voudra qui ne suivent aucune progression. Deplus, quand même on les prendra en progression Arithmetique, il y aura un très-grand nombre de quarrés, où le terme toujours repeté dans une des diagonales en vertu de la construction ne sera point le terme du milieu de la progression, car cela dépend de l'ordre qu'on aura donné aux nombres de la premiere bande. Il a donc falu excepter de la Methode générale les deux constructions qui produisent la repetition continue d'un même terme dans l'une des deux diagonales, & marquer seulement le cas où cette repetition n'empêcheroit pas la diagonale d'être juste. Ce cas ayant été absolument exclus, quand nous avons trouvé que le quarré de 7 pouvoit avoir 20160 constructions différentes, il est clair qu'il doit en avoir davantage, & même beaucoup davantage.

Recommencer la seconde bande par tout autre nombre que le second ou le dernier de la premiere, ce n'est pas une regle générale. Elle est bonne pour le quarré de 7, mais s'il s'agissoit, par exemple, du quarré de 9, & qu'on prit pour le premier nombre de la seconde bande horizontale, le 4^{ème} de la premiere, on verroit que ce même nombre commenceroit aussi la cinquième & la huitième bande, & par consequent seroit repeté 3 fois dans la premiere bande verticale, qui par là deviendroit fausse, hormis dans certains cas particuliers, que pareillement le premier & le septième nombre seroient repetés 3 fois dans cette même bande, ce qui entraîneroit de semblables repetitions dans toutes les autres. Voici donc comment doit être conçue la Regle générale. Il faut que le nombre que l'on choisit dans la premiere bande pour recommencer la seconde, ait un *exposant de son quansième*

tel que diminué d'une unité il ne puisse diviser la racine du carré. Si, par exemple, dans le carré de 7 on a pris pour recommencer la seconde bande, le 3^{ème} nombre de la première, cette construction est bonne, parce que l'exposant du quantième de ce nombre qui est 3, moins 1, c'est-à-dire 2, ne peut diviser 7. De même on peut prendre le 4^{ème} nombre de la première bande, parce que 4 moins 1, ou 3 ne divise point 7. C'est la même raison pour le 5^{ème} & 6^{ème} nombre. Mais dans le carré de 9, le 4^{ème} nombre de la première bande ne doit pas être pris, parce que 3 divise 9. La raison de cette règle sera évidente, pourveu que l'on observe un moment, comment se font ou ne se font point les retours des mêmes nombres, en les prenant toujours d'une même manière dans une suite quelconque donnée.

Il suit de là que moins la racine du carré que l'on construit a de diviseurs, plus il y a à cet égard de manières différentes de le construire, & que les nombres premiers, c'est-à-dire qui n'ont aucuns diviseurs, tels que 5, 7, 11, 13, &c. sont ceux dont les carrés doivent recevoir le plus de variations à proportion de leur grandeur.

Les Carrés construits suivant la méthode de M. de la Hire ont une propriété particulière, & que l'on n'avoit point encore exigée dans ce Problème. Les nombres qui composent une bande quelconque parallèle à une des deux diagonales, sont rangés dans le même ordre que ceux de la diagonale à laquelle cette bande est parallèle, & comme une bande parallèle à une diagonale est nécessairement plus courte qu'elle, & a moins de cellules, si on lui joint la parallèle correspondante qui a le nombre de cellules qui lui manque pour en avoir autant que la diagonale, on trouvera que les nombres des deux parallèles mises, pour ainsi dire, bout à bout, garderont entre eux le même ordre que ceux de la diagonale. A plus forte raison ils feront la même somme, ce qui fait que ces carrés sont encore magiques en ce sens là.

Au lieu que nous avons formé jusqu'ici les Carrés

par les bandes horisontales, on pourroit en former par les verticales, & ce seroit la même chose.

Tout ceci ne regarde encore que le premier Quarré primitif, dont les nombres étoient dans l'exemple proposé, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. reste le second primitif, dont les nombres sont 0. 7. 14. 21. 28. 35. 42. M. de la Hire opere de la même façon sur ce second quarré, & il peut être construit selon sa methode en 20160 manieres différentes, aussibien que le premier, puisqu'il est composé du même nombre de termes. Sa construction étant faite, & par consequent toutes ses bandes composant la même somme, il est évident que si l'on ajoute l'un à l'autre les nombres de deux cellules correspondantes dans les deux quarrés, c'est-à-dire les deux nombres de la premiere de chacun, les deux de la seconde, de la troisième &c. & qu'on les dispose dans les 49 cellules correspondantes d'un troisième Quarré, il sera encore magique, puisque ses bandes formées par l'Addition de sommes toujours égales à sommes égales seront necessairement égales entre elles. Il s'agit seulement de savoir si par l'Addition des cellules correspondantes des deux premiers Quarrés, toutes les cellules du troisième seront remplis de maniere que chacune contienne un des nombres de la progression depuis un jusqu'à 49 & un nombre different de celui de toutes les autres, ce qui est la fin & le dessein de toute l'operation.

Sur cela, M. de la Hire démontre que si dans la construction du second Quarré primitif, on a observé en recommençant la seconde bande un ordre par rapport à la premiere different de celui qu'on avoit observé dans la construction du premier quarré, si, par exemple, on a recommencé la seconde bande du premier par le 3^{me} terme, & que l'on recommence la seconde bande du second quarré par le 4^{me}, chaque nombre du premier quarré se combinera une fois par l'Addition, & une fois seulement, avec tous les nombres du second, & comme les nombres du premier sont ici 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. &

ceux du second 0. 7. 14. 21. 28. 35. 42. on verra qu'en les combinant ainsi on aura tous les nombres de la progression depuis 1 jusqu'à 49, sans qu'il y en ait aucun repeté, & c'est-là le Quarré parfait qu'il s'agissoit de construire.

La sujétion de construire différemment les deux quarrés primitifs n'empêche nullement que chacune des 20160 constructions de l'un ne puisse être combinée avec toutes les 20160 constructions de l'autre, & par conséquent 20160 multiplié par lui-même, c'est-à-dire 406425600 est le nombre de toutes les constructions différentes que peut avoir le Quarré parfait, qui est ici celui des 49 premiers nombres de la progression naturelle. Et même comme nous avons vu qu'un quarré primitif de 7 nombres repetés peut avoir plus de 20160 constructions, il s'en faut bien que le nombre de 406425600 soit assés grand pour exprimer toutes les constructions possibles du Quarré magique des 49 premiers nombres.

Il y a encore plus. M. de la Hire remarque qu'un quarré étant construit, on y peut faire certaines transpositions de bandes qui ne l'empêcheront pas d'être encore magique, mais qui en rendront la construction différente de toutes celles qu'on auroit trouvées par les regles que nous venons d'expliquer.

Mais quelque grand que soit ce nombre de 406425600. augmenté même par toutes ces raisons autant qu'il sera nécessaire, on ne doit point en être surpris. Il n'est qu'une très-petite partie de celui qui exprimeroit toutes les dispositions magiques, ou non magiques que l'on pourroit donner aux 49 termes. Et pour en prendre une idée, il faut savoir que 16 termes pouvant recevoir, ainsi que nous l'avons déjà dit, 20922789888000 dispositions magiques, ou non magiques, si l'on veut avoir le nombre des dispositions quelconques que peuvent recevoir 17 termes, il faut multiplier ce nombre 20922789888000 par 17. Le produit qu'on trouvera étant multiplié par 18, donnera le nombre de toutes les dispositions que peuvent avoir 18 termes, & si l'on procede toujours ainsi

jusqu'à 49, on aura le nombre de toutes les dispositions magiques, ou non magiques de 49 termes, & il est aisé de voir que ce nombre sera presque immense en comparaison de celui des seules dispositions magiques.

Telle est la methode générale de M. de la Hire pour les Quarrés impairs. Celles que l'on a trouvées jusqu'à présent n'en sont que des cas particuliers qu'elle comprend, & qu'elle absorbe. Il nous suffit d'en avoir donné une idée en général, & nous passons sous silence un grand nombre de remarques, soit instructives, soit curieuses, qui nous jetteroient dans un trop grand détail.

M. de la Hire, aussi bien que M. Frenicle, étend sa methode aux Quarrés qui demeurent magiques, après qu'on a ôté quelques Enceintes, mais ce qu'il fait de plus que M. Frenicle, c'est qu'il démontre ses opérations.

Restent les Quarrés pairs. Il les construit ainsi que les impairs par deux quarrés primitifs, mais la construction des primitifs est différente en general, & peut l'être même en plusieurs manieres, & ces différences generales reçoivent plusieurs variations particulieres, qui donnent autant de constructions différentes pour un même quarré pair. Il ne paroît pas que l'on puisse déterminer, ne fût-ce qu'à peu près, ni combien de différences generales il peut y avoir entre la construction des quarrés primitifs d'un quarré pair, & d'un impair, ni combien chaque différence générale peut recevoir de variations particulieres, & par conséquent on est encore bien éloigné de pouvoir déterminer le nombre des constructions d'un quarré pair, sans conter qu'il peut y avoir des constructions différentes de toutes celles qui se feront par des quarrés primitifs, à la maniere de M. de la Hire.

Il ajoute aux quarrés pairs, de même qu'il l'a fait aux impairs, la condition des Enceintes qui s'en peuvent retrancher.

Nous n'en dirons pas davantage sur ce sujet. Nous ne voulons que donner ici l'esprit de la Methode de M. de la

la Hire, & faire apercevoir, du moins confusément, ce nombre prodigieux de solutions pour un Problème, auquel on eût été bien glorieux d'en trouver une seule dans les commencements qu'il fut proposé. Si l'on veut concevoir la différence de l'Esprit humain sans culture à lui-même cultivé, on n'a qu'à imaginer quelle distance il y a de ceux qui résolvent ces sortes de Problèmes, à ces Sauvages qui ne content que jusqu'à 10, parce qu'ils n'ont que 10 doigts.

LA matiere qui vient d'être traitée nous rappelle dans la memoire un article qui a été oublié dans le Volume précédent de l'Histoire de l'Academie. Un jeune Ecclesiastique nommé M. de Moulieres presenta à la Compagnie en 1704 une Methode qu'il avoit inventée pour trouver en peu de temps les Nombres *premiers*. Ces Nombres, tels que 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. &c. qui ne sont divisibles par aucun autre nombre, que par l'unité ou par eux-mêmes, c'est-à-dire proprement, qui ne sont divisibles par aucun nombre, sont, pour ainsi dire, semés irrégulièrement & sans aucun ordre visible, dans la suite des nombres naturels. Il seroit souvent commode dans la pratique, & en général il seroit très-curieux d'avoir une regle par laquelle on pût les reconnoître sûrement tout d'un coup, & les démêler de la foule. M. Frenicle avoit médité sur cette matiere, & il y avoit fait des découvertes, mais elles n'ont point été imprimées. Il se trouva que la Methode de M. de Moulieres retomboit en partie dans les idées d'un homme si fameux pour la science des nombres, & cette conformité ne pouvoit être suspecte, car les Manuscrits de M. Frenicle n'ont été qu'entre les mains de M. de la Hire. En général, ce que M. de Moulieres avoit pensé étoit fort ingenieux, & l'on pourroit par cette voye trouver en 2 ou 3 heures tous les nombres premiers, jusqu'à 25000, ce qui est très-expeditif. Nous sommes fâchés de n'avoir pas rendu plutôt à l'Auteur le témoignage qu'il meritoit.

ALGEBRE.

SUR UNE METHODE GENERALE POUR LA RESOLUTION DES EQUATIONS.

V. les M.
P. 277.

IL est glorieux aux premiers Auteurs qui ont travaillé sur l'Algebre, que des difficultés qu'ils n'ont pû vaincre ne soient pas encore surmontées. Le cas *irréductible* du troisiéme degré l'est encore comme il l'étoit du temps de Cardan, car l'Algebre n'est proprement connuë que depuis deux cens ans, & nous l'avons reçue des mains des Italiens. Il n'y a que le second degré pour lequel on ait des formules absolument générales, & sans exception, & il y a déjà long-temps qu'on en est là.

Tout le monde fait que quand dans une Equation algebrique il n'y a qu'une seule grandeur inconnuë mêlée & combinée avec des grandeurs connuës, on trouve aussi-tôt par les grandeurs connuës la valeur de cette inconnuë, si dans tous les termes où elle se rencontre elle est toujours au même degré, c'est-à-dire toujours lineaire, ou toujours quarrée, ou toujours cubique &c, mais qu'au contraire si elle monte à differents degrés, il est difficile de trouver sa valeur, & d'autant plus difficile que le plus haut degré où elle monte est plus haut, parce qu'elle est ensuite d'autant plus souvent mêlée dans ses degrés inferieurs avec les grandeurs connuës, & d'autant plus malaisée à dégager d'avec elles. Tant qu'elle ne passe point le second degré, on a tout d'un coup sa valeur exprimée en grandeurs connuës

par une Formule générale qui comprend tous les cas possibles de ce degré. On auroit de même une Formule générale pour le troisième, si ce n'étoit le fameux cas irréductible qui échape à la Formule, & on en auroit une pour le quatrième, si ce n'étoit qu'il le faut abaisser au troisième, & que par là on tombe quelquefois dans le cas irréductible; hors du quatrième degré, plus de Formule.

Si chaque degré pouvoit avoir sa Formule générale, l'Algebre seroit à sa dernière perfection, & encore plus, si toutes les Formules de chaque degré pouvoient s'accorder à en produire une infiniment générale pour tous les degrés, quels qu'ils fussent. Mais ce n'est-là qu'un souhait, sur lequel il ne seroit pas même raisonnable d'insister.

Ce que M. de Lagni propose présentement peut tenir la place d'une idée qui apparemment ne s'exécutera jamais. Il donne pour chaque degré, non une Formule générale qui développe tout d'un coup la valeur de l'inconnue, mais une Methode générale qui la trouve après en avoir essayé plusieurs de fausses, & ce qui relève encore le prix de cette Methode, c'est qu'elle est générale pour tous les degrés à l'infini.

Les Mathématiciens avoient remarqué que les différences des Quarrés naturels 0. 1. 4. 9. &c. étant les nombres impairs naturels, 1, 3, 5, &c. les différences de ces différences, ou les différences *secondes* des Quarrés étoient toujours 2; ou plus généralement, que des nombres étant en Progression Arithmétique quelconque, la seconde différence de leurs quarrés étoit constante, & toujours égale à deux fois le quarré de la différence de la progression. Comme dans la progression naturelle la différence est 1 dont le quarré est 1, la différence seconde des Quarrés naturels à l'infini doit être 2. De même on savoit que la différence *troisième* des Cubes naturels 0, 1, 8, 27, &c. étoit constante & toujours 6, ou plus généralement, que des nombres étant en progression Arithmétique la diffé-

rence troisiéme de leurs cubes étoit constante, & toujours égale à 6 fois le cube de la différence de la progression.

Il ne paroît pas qu'on eût poussé ces Observations plus loin ; mais, ainsi que nous l'avons dit plus d'une fois, les propriétés qui ne se manifestent qu'en certaines especes de grandeurs ne laissent pas de se trouver dans les autres especes de même genre, seulement elles y sont modifiées de la maniere que l'a exigé la différence d'espece, & par là elles sont devenues moins visibles, & plus envelopées. Aussi M. de Lagni remarqua-t'il que ces différences constantes qui n'avoient été aperçues que dans la seconde & dans la troisiéme puissance, se trouvoient à l'infini dans toutes les autres, mais avec les deux modifications suivantes, qui ne sont que des conséquences de ce qui a déjà été établi.

1°. Comme il faut pour trouver la différence constante des quarrés aller jusqu'à la différence seconde, & pour celle des cubes, jusqu'à la différence troisiéme, c'est à-dire jusqu'à la différence d'un degré égal à celui de la puissance, de même pour trouver la différence constante des quatriémes puissances des nombres d'une progression Arithmetique, il faut aller jusqu'à la différence quatriéme, & ainsi de suite à l'infini. Les différences d'un degré plus élevé, étant, pour ainsi dire, à une plus grande profondeur, elles n'ont pas dû être si tôt aperçues.

2°. Comme la différence constante des Quarrés est deux fois le quarré de la différence de la progression, la différence constante des Cubes, 6 fois le Cube de la différence de la progression, ainsi la différence constante des Quatriémes puissances est 24 fois la quatriéme puissance de la différence de la progression ; la différence constante des Cinquiémes puissances 120 fois la cinquiéme puissance de cette même différence &c. Or ces nombres *coefficients*, 2, 6, 24, 120 sont tels que le premier 2 est le produit des deux premiers nombres de la suite naturelle ; le second 6, le produit des trois premiers nombres de cette même suite ; le troisiéme 24, le produit des quatre

premiers nombres, & toujours ainsi; de sorte qu'après 120 on trouve très-facilement par ces produits continuels, les nombres 720, 5040, 40320 &c. coefficients des différences constantes de la sixième, septième, & huitième puissances &c. Ces mêmes nombres 2. 6. 24. 720. 5040. 40320 &c. sont aussi les nombres de toutes les combinaisons différentes qu'on peut faire de deux choses prises deux à deux, de trois prises trois à trois, de quatre prises quatre à quatre &c.

Par ces deux Observations de M. de Lagni, on peut construire des Tables de telle puissance qu'on voudra des nombres naturels, ou de termes de toute autre progression Arithmétique. Car, par exemple, puisque la différence seconde des Quarrés naturels est toujours 2, dès que l'on a les trois premiers Quarrés, 1. 4. 9, on a leurs différences premières, 3 & 5, & en ajoutant à 5 leur différence seconde 2, on a 7 différence première du troisième Quarré au quatrième. Donc ce quatrième Quarré est 9 plus 7, c'est-à-dire, 16, & toujours ainsi de suite. Cette manière d'operer est la plus simple, la plus facile, & la plus sûre de toutes, parce qu'elle ne consiste que dans l'Addition, & en même temps, à cause de son extrême facilité, elle porte sa preuve avec soi, & ne laisse aucune crainte que le Calculateur puisse s'être mépris, même dans les plus grands Quarrés. Ce sera la même chose pour toutes les autres puissances, en y observant les changements nécessaires; l'Addition sera toujours la seule operation que l'on emploiera, mais comme il faudra se servir d'une différence constante plus reculée, il faudra selon la même proportion un plus grand nombre d'Additions.

Cette manière d'élever à une puissance quelconque par la seule Addition les termes d'une progression Arithmétique, a conduit plus loin M. de Lagni. Il a songé à en faire l'application aux Equations algebriques d'un degré quelconque déterminées, c'est-à-dire qui n'ont qu'une inconnue dont on cherche les valeurs. Il suppose que

L'Equation ait reçu trois préparations qui sont ordinaires ; 1°. Qu'elle soit délivrée de fractions, 2°. d'incommensurables, 3°. que le coëfficient de la haute puissance soit évanouï. Les deux premières préparations sont nécessaires pour le calcul, la troisième assure qu'aucune des valeurs de l'inconnuë ne sera un nombre rompu, mais seulement un nombre entier, ou un nombre irrationnel. Il y a beaucoup de cas où elle n'est pas nécessaire ; mais nous la supposons toujours faite, parce qu'enfin elle ne peut nuire. Du reste, il n'est nullement besoin de faire évanouïr aucun terme moyen de l'Equation, ce que l'on fait souvent par d'autres methodes, & la disposition des Signes plus & moins est indifferente. On suppose aussi que la grandeur entierement connuë dans l'Equation soit positive, car si elle ne l'étoit pas telle qu'elle est donnée, elle le deviendrait aisément par un simple changement des Signes. Cette grandeur s'appelle *Homogene de comparaison*, à la difference des autres termes qui étant homogenes aussi bien qu'elle, c'est-à-dire élevés à un certain degré toujours le même dans une même équation, ne sont pas comme elle les grandeurs auxquelles il faut tout rapporter & tout comparer.

Les préparations étant donc supposées, voici quelle est l'idée de M. de Lagni. Il a vu que comme en quarant les termes d'une progression Arithmetique, leur difference seconde étoit constante, de même si dans une Equation du second degré l'on donnoit successivement à l'inconnuë les differentes valeurs des termes d'une progression Arithmetique quelconque, celles qui venoient ensuite nécessairement pour l'homogene de comparaison avoient des differences secondes constantes, & constantes de la même maniere, c'est-à-dire, toujours égales à deux fois le quarré de la difference de la progression. Si le coëfficient du quarré de l'inconnuë n'étoit pas évanouï, il faudroit que le quarré de la difference de la progression fût multiplié par ce coëfficient. Par ce qui a été dit sur les puissances des Nombres, il est aisé d'appli-

quer cette regle des Equations du second degré aux Equations du troisieme, du quatrieme &c. à l'infini.

Par les differences constantes on a la commodité de pouvoir trouver avec la seule Addition tous les homogenes de comparaison, qui dans une Equation quelconque proposée répondront aux différentes valeurs des termes de la progression Arithmetique, substituées à l'inconnuë. Si par quelqu'une de ces substitutions, il vient un homogene de comparaison égal à l'homogene donné dans l'Equation, il est sur que le terme de la progression Arithmetique qui aura été substitué dans cette operation est une des valeurs de l'inconnuë, & une des résolutions de l'Equation proposée. Et afin qu'entre tous les homogenes de comparaison que l'on trouvera successivement, celui qui est donné dans l'Equation vienne necessairement, s'il peut venir, il faut que la progression Arithmetique dont on applique les nombres l'un après l'autre à l'inconnuë, soit la progression naturelle qui comprend tous les nombres entiers, car on suppose que les valeurs de l'inconnuë ne peuvent être des fractions. Mais comme ces mêmes valeurs peuvent être des nombres irrationnels, qui ne sont pas compris dans la progression, il arivera alors que l'on trouvera par les substitutions deux homogenes consecutifs, l'un d'une unité plus petit, l'autre d'une unité plus grand que le donné, marque certaine que la valeur de l'inconnuë sera un nombre irrationnel compris dans l'intervalle des deux nombres correspondants de la progression naturelle qui auront produit ces homogenes, par exemple, entre 10 & 11. On trouvera par les Regles des Approximations des nombres rationnels toujours plus approchans à l'infini, & si approchans que l'on voudra de ce nombre irrationnel.

L'homogene donné ou est positif ou a été rendu tel. Mais il peut arriver que par les substitutions il vienne d'abord des homogenes negatifs. Si ces homogenes negatifs forment une suite qui aille en décroissant, il la faut

épuiser, après quoi viendront les homogenes positifs, parmi lesquels le donné doit être compris. Si les homogenes negatifs vont en croissant, il faut qu'ils croissent jusqu'à un certain terme, qu'ils décroissent ensuite, & qu'après cela viennent les positifs.

Il peut arriver aussi que les homogenes positifs croissent jusqu'à un certain terme, décroissent ensuite, deviennent après cela negatifs & croissants à l'infini, & que le plus grand des homogenes positifs trouvés soit plus petit que le donné. Alors toutes les racines de l'Equation, ou valeurs de l'inconnuë sont imaginaires.

Si par la substitution de 1, premier terme de la progression naturelle, on trouve un homogene plus grand que le donné, la valeur de l'inconnuë est donc moindre que l'unité, & comme ce ne peut être une fraction rationnelle, ainsi que nous l'avons toujours supposé, c'est une fraction irrationnelle.

Une valeur de l'inconnuë une fois trouvée, l'Equation est abaissée d'un degré, & il faut operer selon la même methode sur cette équation abaissée, ce qui donne les autres valeurs. Le principe de cette pratique est, que dans une Equation quelconque l'homogene de comparaison est le produit de toutes les valeurs de l'inconnuë; par-là on voit aisément ce qu'il y a à faire pour parvenir de la connoissance d'une des valeurs à celle de toutes les autres.

Nous ne donnons ici que l'esprit général de la Methode de M. de Lagni. S'il la faisoit suivre dans toute l'étenduë que nous avons représentée, les operations en seroient souvent trop longues, à cause du grand nombre de substitutions nécessaires. Aussi M. de Lagni ne la propose-t'il qu'avec les abreviations qui en facilitent la pratique, & qui épargnent de longs circuits.





G E O M E T R I E.

SUR LES TANGENTES ET ET LES SECANTES DES ARCS CIRCULAIRES.

VOici ce qui avoit déjà été annoncé dans l'Hist. de 1703.* Un arc circulaire quelconque étant donné, avec son Rayon, sa Tangente, & sa Secante, M. de Lagni trouvoit par une Regle générale la Tangente & la Secante de tout autre arc multiple du premier. Il avoit envoyé cette Formule à l'Academie, mais sans en donner la démonstration qu'il disoit être très longue, peut-être pour détourner les Geometres de la chercher & de la lui enlever, quoi qu'elle ne fût fondée, à ce qu'il avoit lui-même, que sur deux Propositions d'Euclide. Maintenant il donne ici & la Regle & la Démonstration, qui est très-courte, & très-aisée, nouveau mérite pour cette Démonstration, & dont il n'avoit pas voulu d'abord lui faire honneur.

v. les M.
P. 154.
* P. 64.

Il a été dit dans l'endroit cité de l'Hist. de 1703, que les Tangentes & les Secantes de différents arcs, ni ne suivent la proportion des arcs auxquels elles répondent, ni n'ont entre elles une raison fixe & constante qui les règle. Cela saute aux yeux par l'exemple de la Tangente de 45, & de celle de 90. L'un de ces arcs est double de l'autre, la Tangente de 45 est égale au Rayon, & celle de 90 est infiniment grande. Il paroît par-là que les Tan-

1705.

M

gentes doivent avoir une marche, pour ainsi dire, fort irrégulière, & qu'elles ne vont que par sauts, & de là vient la difficulté de découvrir celles que l'on ne connoît point par celles que l'on connoît; car ce chemin ne se peut faire, si l'on ne tient une espèce de fil qui conduise des unes aux autres, c'est-à-dire, quelque chose qui leur soit commun à toutes, & qui détermine chacune d'elles à une certaine grandeur.

Aussi ce Problème n'avoit-il point encore été résolu. Il est bien vrai que l'on trouvoit les Tangentes une à une pour chaque arc en particulier, & de plus on avoit une règle générale pour les Tangentes des arcs doubles & soudoubles, mais on ne pouvoit avoir par cette règle les Tangentes des arcs triples, quintuples &c. & par conséquent elle n'étoit qu'une petite portion d'une Règle générale qui auroit compris les Tangentes de tous les arcs multiples indéfiniment. Il est vrai aussi que comme on a la * Règle générale des Cordes ou des Sinus des Arcs multiples quelconques, & que les Tangentes ont un certain rapport constant aux Sinus, on pouvoit par la progression des Sinus avoir celle des Tangentes, mais ce n'étoit pas avoir les Tangentes immédiatement; & d'ailleurs M. de Lagni remarque que par cette voye on seroit tombé dans de grands embarras de calcul, & quelquefois dans des impossibilités.

Non seulement il trouve la progression ou la Règle générale des Tangentes, mais il la trouve si immédiatement qu'il n'a pas même besoin de les considérer dans le Cercle, ni d'employer aucune des propriétés du Cercle. Il lui suffit d'avoir un seul Triangle rectangle où tout soit connu, & tel qu'un de ses angles aigus soit celui dont la Tangente doit être la première dans la progression. Par exemple, cet angle sera d'un degré, d'une minute, si l'on veut avoir la suite des Tangentes de degré en degré, ou de minute en minute. La base de cet angle est la Tangente, l'hypoténuse est la Secante, & le troisième côté est le Rayon. Ces trois lignes étant supposées connues, il

* V. l'Hist.
de 1702. P.
58.

ne faut pour avoir la Tangente de l'angle double, qu'ajouter à cet angle un angle égal, tirer une nouvelle hypoténuse, & prolonger la premiere Tangente jusqu'à ce qu'elle la rencontre. On connoîtra très-facilement ce que vaut la prolongation de la Tangente par cette seule proposition d'Euclide, que si un angle est divisé en deux également par une ligne qui coupe la base, les deux parties de la base sont proportionnelles aux deux côtés de l'angle. La prolongation de la premiere Tangente étant connue par là, on a la Tangente entiere de l'angle double, & par la même voye celle de l'angle triple, & toujours ainsi de suite.

Dans l'expression de toutes les Tangentes à l'infini, il n'entre que le Rayon & la Tangente du premier angle, mais ces grandeurs sont d'autant plus multipliées que les Tangentes qu'elles expriment sont Tangentes d'un angle plus multiple du premier, & ç'a été en observant ces expressions toujours plus compliquées que M. de Lagni a découvert qu'elles n'étoient que des Puissances de la somme du rayon & de la Tangente du premier angle, d'autant plus élevées qu'elles exprimoient des Tangentes d'un angle plus multiple, & de plus disposées en fractions d'une certaine façon particuliere, & avec un certain arrangement indispensable des Signes plus & moins.

Les Secantes sont venues nécessairement par la même voye, & tout cela ne demande que la proposition d'Euclide que nous avons rapportée, avec la 47^{me} du premier Livre. Cet excès de simplicité & de facilité sembleroit peut-être diminuer le prix de la découverte, si elle ne s'étoit dérobée jusqu'à présent aux yeux des plus grands Geometres. C'est une gloire qui manque ordinairement aux premiers Inventeurs, que celle d'avoir pris le chemin le plus court & le plus facile.

Comme par la Methode de M. de Lagni on monte de la Tangente d'un angle quelconque aux Tangentes de tous ses multiples, on redescend aussi aisément de la Tan-

gente d'un angle multiple, à celles de ses soumultiples quelconques. Si, par exemple, ayant la Tangente d'un angle, on veut avoir celle du tiers de cet angle, il ne faut que prendre la Formule qui appartient à la Tangente de l'angle triple, la Tangente du tiers de cet angle y est nécessairement comprise, & on l'en tire par une seule équation. Les Tangentes des soumultiples de l'angle droit se présentent en un moment, car la Tangente de l'angle droit étant infinie; & par conséquent le dénominateur de la fraction qui l'exprime égal à zero, si l'on veut, par exemple, la Tangente de l'angle de 45, il faut prendre la Formule de la Tangente de l'angle double, qui est alors le droit, & en égalant son dénominateur à zero, on voit aussitôt la Tangente de 45 qui vient égale au Rayon.

SUR LES FORCES CENTRALES

DES PLANETES.

v. les M.
p. 347.
* p. 76.

Nous avons avancé dans l'Hist. de 1703. * que les Forces centrales étoient un *sujet que l'on pouvoit deformer* mettre à part comme épuisé. Il paroît l'être effectivement, & ce que M. Varignon donne ici n'est point une augmentation d'une Theorie qui est incapable d'en recevoir, puisqu'elle est infiniment generale; c'est seulement une nouvelle application, mais qui merite presqu'une mise au même rang que si c'étoit une augmentation veritable.

* p. 89. &
90.

Il a été prouvé dans l'Hist. de 1700 * que la Force centrale d'un Corps qui se meut en ligne droite, par exemple, la pesanteur d'un Corps qui tombe & tend au centre de la Terre, supposé qu'elle soit constante, & continuellement appliquée, doit s'exprimer par une Division ou fraction dont le Numerateur est l'infiniment petit de l'infiniment petit de l'espace parcouru dans un temps in-

finiment petit & le Dénominateur le quarré de ce temps. Mais si l'on considère les Forces centrales dans des mouvements faits par des lignes courbes, alors, ainsi qu'il a été dit dans cette même Histoire *, ces Forces, quoique constantes en elles-mêmes, ont une action inégale, selon que la direction ou la ligne droite par laquelle elles font tendre le Mobile à un centre, est plus ou moins oblique à l'Arc de la Courbe décrit pendant chaque instant. C'est-là toute la différence des Forces centrales considérées dans des mouvements rectilignes, ou dans des mouvements curvilignes. Or il est très-aisé de faire voir que dans ces derniers mouvements, l'action de la Force centrale est d'autant moins oblique à l'Arc de la Courbe décrit pendant un instant infiniment petit, ou, ce qui revient au même, est d'autant plus forte, que cet arc est plus grand par rapport à l'infiniment petit de la ligne droite tirée du point de la Courbe où est alors le Mobile au centre auquel il tend. Par conséquent l'inégalité de l'action de la Force centrale dans un mouvement curviligne doit s'exprimer par une fraction dont le numérateur est un arc quelconque de la Courbe infiniment petit, & le dénominateur l'infiniment petit de la ligne droite correspondante par laquelle agit la Force centrale. Donc cette fraction multipliée par celle qui convient aux Forces centrales considérées dans les mouvements rectilignes, exprime les Forces centrales des mouvements curvilignes, accompagnées de l'inégalité de leur action. Il seroit inutile de faire observer que dans ces derniers mouvements les espaces parcourus qui font le numérateur de la première fraction, ne peuvent être que des infiniment petits du second genre des arcs de la Courbe. Les deux fractions ainsi multipliées l'une par l'autre font la Formule générale de M. Varignon pour toutes les Forces centrales possibles des mouvements curvilignes.

Il n'étoit plus question que d'appliquer à cette Formule différentes Courbes, & de voir quelles Forces centra-

les en resuſtoient. C'eſt-là, comme on l'a déjà veu, ce que M. Varignon a exécuté dans une aſſés grande étendue. Sur tout il a examiné les Forces centrales qui devoient naître du mouvement des Planetes ſur les différentes Courbes que leur aſſignent differens Aſtronomes ; les deux principales ſont l'Ellipſe ordinaire ou de Kepler, & celle de M. Caſſini, dont on a marqué la différence dans l'Hiſt. de 1700. * Selon l'une & l'autre hypotheſe, des Ellipſes décrites par les Planetes ſont telles que le Soleil eſt un des foyers de chacune, ou, ce qui eſt la même choſe, un foyer commun à toutes.

* p. 96.

Il ſuit de-là neceſſairement que le mouvement des Planetes eſt excentrique au Soleil, & qu'elles ont toutes un Aphelie & un Perihelie, c'eſt-à-dire deux points de leur Ellipſe diametralement oppoſés, dont l'un eſt plus éloigné du Soleil & l'autre plus proche que tout autre. Il eſt conſtant chés les Aſtronomes que cet Aphelie & ce Perihelie ſont mobiles, & que ſi une Planete dans une de ſes revolutions a ſon Aphelie à un certain point du Ciel, elle ne l'a plus au même point dans la revolution ſuivante. Ce mouvement de l'Aphelie empêche que les Ellipſes ne ſoient exactement des Ellipſes, ou toute autre eſpece de Courbe ſuppoſée ; car il arrive la même choſe que ſi pendant le temps qu'une Planete décrit ſon Ellipſe, le plan où ſeroit cette Ellipſe avoit lui-même un mouvement égal à celui qu'on trouve dans l'Aphelie par les Obſervations ; le mouvement de la Planete ſeroit compoſé & de ſon mouvement Elliptique, & de celui de ſon plan, & par conſéquent la Courbe qu'elle décriroit réellement ne ſeroit plus une Ellipſe, mais une autre Courbe, d'autant plus différente de l'Ellipſe, que le mouvement de l'Aphelie ſeroit plus grand pendant une revolution de la Planete.

Si l'on veut ſe faire une idée de tout ceci ſelon la Phiſique, & ſelon quelque Siſtème des Cieux, on peut concevoir que la figure du Tourbillon, où nôtre Soleil termine, eſt déterminée par la différente force des Tour-

billons voisins, qui l'environnent & le pressent, & par les différentes pesanteurs des différentes couches de la matière fluide dont il est composé, que ce Tourbillon étant divisé par le Soleil en deux moitiés, elles sont inégales, & l'une plus grande que l'autre, parce qu'elle est moins pressée par les Tourbillons voisins, ou qu'elle contient une matière qui a plus de force pour s'éloigner du Soleil, que les Orbes décrits par les Planètes autour du Soleil prennent la figure générale du Tourbillon, & ont leur Aphélie vers la même extrémité où le Tourbillon a aussi le sien, que comme tout ce qui est en mouvement change & varie continuellement, l'action des Tourbillons voisins qui étoit plus foible vers l'Aphélie de nôtre Tourbillon, devenant peu à peu plus forte, ou la matière qui est vers cet Aphélie, moins propre à s'éloigner du Soleil avec une certaine force, la figure du Tourbillon se renverse avec le temps, & l'Aphélie se transporte où étoit auparavant le Périhélie. Il faut observer que le renversement total ne se peut faire que dans une très-longue suite de siècles. L'Aphélie de la Terre, par exemple, ne change en un an que d'une Minute & de deux Secondes, avec quelques Tierces.

Quoiqu'il en soit de cette espèce de petit Système, les faits sont constants, & c'en est assés. Les Planètes ne décrivent point les mêmes Courbes que si leurs Aphélies étoient immobiles, & quoi que les Ellipses qu'on leur attribué soient peu altérées, à cause de l'extrême lenteur du mouvement des Aphélies, elles le sont dans la rigueur Geometrique, & cessent d'être des Ellipses. M. Varignon en avoit considéré les Forces centrales, en les supposant purement Ellipses, & en ne considérant point le mouvement des Aphélies; maintenant il le considère, & par conséquent les Courbes étant différentes, les Forces centrales le sont aussi. La difficulté n'est que de déterminer la nouvelle Courbe résultante de la composition des deux mouvements.

Pour cela; l'Orbe de la Planète étant supposé Ellipti-

que, ou même de telle autre figure qu'on voudra, M. Varignon suppose que le plan de cet Orbe se meut circulairement autour d'un point fixe, & que ce point fixe est le foyer de l'Ellipse où est le centre du Soleil. Si au bout d'un certain temps, la Planete par son mouvement particulier doit se trouver à un certain point de son Ellipse, il est visible que par le mouvement circulaire du plan de cette Ellipse fait en même temps, elle doit se trouver à un autre point, qui n'appartiendra point à l'Ellipse, mais à la Courbe composée des deux mouvements. Ce point se détermine par la proportion qu'on suppose entre le mouvement Elliptique & le circulaire. Après cela, M. Varignon considère un pas infiniment petit de chacun des deux mouvements, fait dans le même instant, & trouve de la même manière le point où la composition des deux mouvements porte la Planete, différent de celui où l'auroit mise le mouvement elliptique seul. La ligne droite infiniment petite, tirée de ce second point au premier qui a été trouvé, est un arc infiniment petit de la Courbe cherchée.

Cet arc infiniment petit de la Courbe est, comme tout autre arc de cette espèce, l'hipoténuse d'un triangle rectangle. Ici, un des côtés qui comprennent l'angle droit est la différence infiniment petite d'un rayon de l'Ellipse, tiré du foyer où est le Soleil à la circonférence, l'autre côté est un arc circulaire infiniment petit composé de deux arcs circulaires mis bout à bout, le premier pris dans l'Ellipse, & correspondant à l'infiniment petit du mouvement Elliptique, le second produit par le mouvement circulaire du plan de l'Ellipse. La connoissance du rapport que ces deux arcs ont entre eux ou de celui qu'ils ont l'un ou l'autre à l'arc total qu'ils forment, est absolument nécessaire pour parvenir à celle du petit arc de la Courbe composée des deux mouvements.

Kepler a établi sur un grand nombre d'observations, que les temps employés par une Planete à parcourir différents arcs de son Ellipse, sont entre eux comme les espaces correspondants du plan de cette Ellipse, compris

pris entre ses rayons, tirés du foyer où est le Soleil aux extrémités de ces arcs. Ainsi si l'on a trois points du mouvement d'une Planete sur son Ellipse, c'est-à-dire, deux arcs qu'elle ait décrits, il faut tirer du Soleil à ces trois points trois lignes, mesurer par les Methodes Geometriques les deux espaces compris entre ces trois lignes, & le rapport de ces espaces sera celui des temps que la Planete a employés à parcourir les deux arcs correspondants. Si l'on applique cette hipothese de Kepler, non seulement au mouvement circulaire du plan de l'Ellipse de la Planete, mais aussi au mouvement composé de la Planete, on trouvera que les espaces parcourus en même temps, & par conséquent leurs infiniment petits, auront toujours entre eux un rapport constant & invariable. Or dans les infiniment petits de ces espaces entrent necessairement ces arcs circulaires dont nous venons de dire qu'il falloit connoître le rapport, & par-là vient aussi ce rapport que l'on cherchoit.

Après tout cela, il ne reste plus qu'à déterminer l'Ellipse, ou quelque autre Courbe, que l'on voudra faire décrire à la Planete par son mouvement particulier, & l'on aura aussi-tôt la Courbe composée qui est celle de son mouvement réel & effectif. Dès qu'elle est trouvée, la Formule générale des Forces centrales donne celles qui lui conviennent à tous ses differents points, & il n'est plus question que d'en faire le calcul.

En cherchant la Courbe composée que la Planete décrit réellement, M. Varignon trouve en son chemin une autre Courbe qui s'offre d'elle-même. Il l'appelle *Déterminatrice de l'Aphelie*, parce qu'à chaque moment du cours réel de la Planete, elle marque le point correspondant où l'Aphelie se trouve sur le cercle qu'il décrit.

Jusqu'ici la maniere dont M. Varignon s'est conduit dans la recherche a été de comparer le mouvement de l'Aphelie au mouvement de la Planete réel & composé. Mais M. Neuton qui dans le fameux Ouvrage des *Principes Mathematiques de la Philosophie naturelle* a fait la

même recherche, s'y est conduit autrement, & a comparé le mouvement réel & composé de la Planete, au mouvement simple qu'elle auroit sur son Ellipse, si l'Aphele étoit immobile.

M. Varignon prend aussi ce tour, & fait voir par-là l'universalité, &, pour ainsi dire, la flexibilité de sa methode. Il est aisé de voir que quand on feroit décrire à la Planete quelque autre Courbe que l'Ellipse de Kepler, ou celle de M. Cassini, quand on feroit tourner le plan de cette Courbe, non autour du Soleil, mais autour de tout autre point fixe quelconque, quand même on imagineroit pour cette composition de mouvements, comme a fait M. Neuton en quelques exemples, des mouvements simples qui ne pourroient convenir aux corps célestes, tout cela s'expedieroit avec la même facilité, & ce n'est pas la peine qu'on s'y arrête. Une Methode est en Géometrie ce qu'est en Chimie un Esprit, & les exemples qu'on donne de cette Methode sont le flegme de l'Esprit. Il faut quelque exemple pour faire sentir la methode comme il faut toujours un peu de flegme pour porter l'Esprit, mais il faut bien se garder de noyer l'Esprit par la trop grande quantité de flegme.

V. les M.
p. 56.

Nous renvoyons aux Memoires une Recherche purement Geometrique de M. Carré sur une Courbe formée par un mouvement qu'il donne au diametre d'un Cercle.

Cette année, parut un Livre de M. Guisnée, intitulé, *Application de l'Algebre à la Geometrie*, &c. quoique cet Ouvrage ne soit fait que pour ceux qui commencent, il merite par l'importance de la matiere que nous en parlions ici avec quelque étendue.

L'Algebre exprime par des Lettres toutes les grandeurs, soit nombres, soit lignes, soit degrés de vitesse &c. Comme il y a dans toutes les recherches quelque chose

de connu ou de donné , elle exprime par certaines Lettres qu'on appelle *Inconnuës* les grandeurs dont on veut découvrir la valeur , ou , ce qui est la même chose , le rapport à des grandeurs ou lettres connus. Par exemple , si on cherche une moyenne proportionnelle entre deux grandeurs données , on trouve aussi tôt par une Equation d'Algebre très-simple , que la lettre inconnuë , ou la moyenne proportionnelle cherchée est égale à la Racine quarrée du produit des deux grandeurs données & connus. Cette racine quarrée est *l'expression* algebrique de la grandeur qu'on cherchoit. Si dans ce même exemple il s'agissoit de lignes , & que par conséquent la grandeur cherchée en fût une , il faudroit ensuite trouver une ligne dont cette Racine quarrée fût l'expression , & il est visible par les premiers Elements de Geometrie qu'étant décrit un cercle qui eût pour diametre les deux grandeurs données mises bout à bout , si on élevoit au point où elles se joindroient une perpendiculaire qui se terminât à la circonference , cette perpendiculaire seroit la ligne cherchée. Trouver par la propriété Geometrique du Cercle cette ligne telle que la demandoit l'expression algebrique , c'est *appliquer l'Algebre à la Geometrie* ; décrire ce Cercle d'un certain diametre déterminé , & élever cette perpendiculaire , c'est *construire le Problème* qui avoit été proposé.

Si tous les cas étoient aussi simples que celui-là , l'Application de l'Algebre à la Geometrie n'auroit pas beaucoup de difficulté , mais ordinairement les expressions que donnent les operations d'Algebre pour les grandeurs inconnuës sont beaucoup plus *composées*. Elles le sont d'autant plus en général que les lettres inconnuës montent à des puissances ou degrés plus hauts , ou , ce qui est conté pour la même chose , que les lettres inconnuës , lorsqu'il y en a plus d'une , forment entre-elles des produits d'un plus grand nombre de dimensions. En voici la raison essentielle. L'objet & la fin de toutes les operations d'Algebre est d'avoir dans un membre d'une Equation la let-

tre inconnue seule, & dans l'autre toutes les lettres connues, seules aussi & sans mélanges d'inconnues; car alors il est clair que la valeur de l'inconnue est trouvée. Mais on fait par la maniere dont les puissances se forment, que si une lettre inconnue monte à une puissance plus élevée, elle se trouvera ensuite dans ses puissances inferieures mêlée & combinée un plus grand nombre de fois avec des grandeurs connues, & par conséquent il sera d'autant plus difficile de l'en dégager. C'est la même difficulté pour plusieurs lettres inconnues qui se multiplient seules les unes les autres, & qui ensuite sont différemment multipliées par les lettres connues. Les Problèmes tirent leur nom du degré où monte la lettre inconnue. Ils sont *simples* ou du *premier degré* si elle ne passe pas ce degré; *plans* ou du *second degré*, si elle est quarrée; *solides* ou du *troisième degré*, si elle va jusqu'au cube, & ainsi de suite. C'est la même chose pour les produits des lettres inconnues entre-elles, horsmis qu'alors il ne peut y avoir de premier degré. Ces dénominations des Problèmes portent en même temps le caractère de leur difficulté.

Une grandeur inconnue élevée à un degré quelconque, n'est connue que quand on connoît la racine correspondante à ce degré. Ainsi un cube inconnu ne vient à être connu que quand on connoît sa racine cubique. Or une grandeur élevée à un degré quelconque a toujours autant de racines soit *réelles*, soit *imaginaires*, qu'il y a d'unités dans ce degré, & par conséquent si pour résoudre un Problème on est arrivé à une Equation où il n'y ait qu'une lettre inconnue, on ne lui pourra trouver qu'autant de racines qui satisfassent au Problème, ou, ce qui est la même chose, autant de solutions du Problème tout au plus, que le degré de cette lettre inconnue aura d'unités. Je dis *tout au plus*, car il se pourra trouver des racines imaginaires, qui n'étant rien, & même ne pouvant être, ne donneront aucune solution, & s'il n'y en avoit point d'autres, le Problème seroit impossible & contradictoire. Comme il n'y a donc qu'un certain

nombre de solutions pour les Problèmes qui se reduisent à une seule inconnue, on les appelle *déterminés*. Au contraire ils sont *indéterminés*, s'il y reste dans une seule Equation deux ou plusieurs inconnues, que l'on ne puisse reduire à une seule par le moyen de quelques autres Equations. Supposons qu'il n'y en ait que deux, ce qui est le cas le plus ordinaire. Alors en donnant arbitrairement à une des inconnues telle valeur qu'on voudra, on détermine necessairement la valeur de l'autre, qui en est absolument dépendante en vertu de l'Equation, & comme le nombre des valeurs arbitraires qu'on peut donner à une inconnue est infini, celui des valeurs qui naissent de-là pour l'autre inconnue, l'est pareillement, & par conséquent aussi le nombre des solutions du Problème indéterminé.

Par exemple, si l'on cherche deux lignes proportionnelles à deux lignes données, on trouvera une equation où seront les deux lignes inconnues, multipliées l'une par une des données, l'autre par l'autre, & l'on ne pourra avancer ni découvrir rien de plus, à moins que de donner une valeur arbitraire à l'une des inconnues, après quoi l'autre viendra necessairement, ce qui peut être recommencé une infinité de fois. Ainsi les Algebristes ont raison de dire, que résoudre un Problème indéterminé c'est résoudre une infinité de fois un Problème déterminé. De même si l'on cherche une ligne qui coupant en deux parties quelconques le diamètre d'un cercle, soit moyenne proportionnelle entre ses deux parties, on trouvera que toute ligne perpendiculaire menée de la circonference sur le diamètre a cette propriété, & pour en avoir une il faudra déterminer arbitrairement un point du diamètre sur lequel elle tombera. Il est visible que ce diamètre ayant une infinité de points, ce Problème a une infinité de solutions.

Si l'on vouloit construire le premier Problème que nous venons de donner en exemple, il faudroit tirer l'une des deux lignes données, & sur son extrémité poser l'autre

qui feroit avec elle un angle quelconque , par exemple , un angle droit. Ensuite on tireroit l'hipotenuse de cet angle , on prolongeroit à l'infini la premiere ligne donnée , & l'hipotenuse ; & alors toutes les lignes tirées de la premiere ligne prolongée à cette hipotenuse parallèlement à la seconde ligne donnée , auroient aux parties correspondantes de la premiere ligne le même rapport que les deux lignes données avoient entre elles. Cela est évident , puisque ce n'est qu'un triangle infini , qui a une infinité de bases paralleles. En ce cas l'hipotenuse infinie de ce triangle , d'où l'on peut tirer une infinité de paralleles qui toutes satisferont à la question est appelée un *Lieu* , parce qu'elle contient tout ce qu'on cherchoit. De même c'est un Lieu que la demicirconference d'un cercle d'où l'on peut tirer toutes les perpendiculaires qui couperont le diametre de façon qu'elles soient moyennes proportionnelles entre ses deux parties.

On appelle *Origine* d'un lieu le point d'où partent & d'où naissent , pour ainsi dire , toutes les lignes qui résolvent un Problème indéterminé. Ainsi le sommet du triangle infini est l'origine du lieu qui contient toutes les lignes proportionnelles aux deux lignes données. L'une ou l'autre extrémité du diametre d'un cercle est l'origine du lieu qui contient les moyennes proportionnelles aux deux parties quelconques de ce diametre. Je dis *l'une ou l'autre* parce qu'il en faut déterminer arbitrairement l'une des deux , d'où l'on commencera à diviser le diametre.

Dans le triangle infini , l'hipotenuse qui passe par les extrémités de toutes les bases paralleles est une ligne droite , parce que toutes ces bases sont entre-elles comme les parties correspondantes de la ligne infinie sur laquelle elles sont posées , à conter depuis l'origine du lieu. Mais si c'étoient , non pas ces lignes paralleles ou bases , mais leurs quartés qui fussent entre-eux comme les mêmes parties correspondantes de la ligne infinie qui les porte , alors l'hipotenuse qui passeroit par leurs extrémi-

tés ne pourroit plus être une ligne droite, mais une Courbe, & on fait que ce seroit une Parabole. Si au lieu des quarrés des lignes paralleles, *e'toient* leurs cubes, qui eussent entre eux ce rapport, ou enfin toute autre puissance, ce seroit encore une Courbe qui passeroit par leurs extrémités, mais une Courbe d'une autre espece. De là il suit que dans tout Problème indéterminé où les inconnües ne passent point la premiere puissance, on ne trouve qu'un *lieu à la ligne droite*; mais si elles montent au dessus de la premiere puissance, le lieu sera necessairement *à une ligne Courbe*. Ce qu'on dit ici des puissances d'une seule inconnüe, il le faut entendre aussi des produits de deux inconnües, lorsqu'ils auront un pareil nombre de dimensions. Tout produit de deux inconnües donne un lieu du même degré que celui où une seule inconnüe est quarrée, & ainsi du reste.

Tous les Problèmes indéterminés du second degré sont donc necessairement renfermés dans les combinaisons qu'on peut faire, ou du produit de deux inconnües entre-elles, ou de leurs quarrés, le tout mêlé avec des grandeurs connües. Or telle est la nature des quatre Courbes qui naissent des differentes sections du Cone, c'est à dire du Cercle, de l'Ellipse, de la Parabole, & de l'Hyperbole, que leurs Abscisses & leurs Ordonnées forment tous ces rapports qui ne passent point le second degré, & par conséquent ces Courbes sont les lieux où tous les Problèmes de ce degré se reduisent, & il faut savoir les décrire pour la solution de ces Problèmes. A plus forte raison il faut connoître les propriétés geometriques de ces Courbes. L'application de l'Algebre à la Geometrie demande donc, ne fût-ce que pour les Problèmes du second degré, la connoissance des Sections Coniques. Aussi M. Guisnée en donne-t'il dans le Livre dont nous parlons un petit Traité assez instructif.

Il ne suffit pas de savoir que tous les Problèmes du second degré se rapportent à quelqu'une des quatre Sections Coniques, il faut pouvoir reconnoître à laquelle ils se

rapportent , & deplus, de quelle maniere ils s'y rapportent. Sur cela, voici quel est l'esprit de la Methode, & des Observations de M. Guisnée.

L'Equation qui exprime la nature d'une Courbe peut paroître sous des formes différentes, & quelquefois si différentes qu'on a de la peine à y reconnoître la même Courbe. La nature d'une Parabole, par exemple, consiste en ce que le quarré d'une Ordonnée quelconque est égal au rectangle de l'Abcisse correspondante par le Parametre, qui est une ligne constante, & qu'on suppose toujours donnée. Cette Equation est une des plus simples qu'on puisse imaginer, & toutes les fois qu'on seroit arrivé à une pareille Equation où le quarré d'une des inconnûes seroit égal au rectangle de l'autre par une ligne donnée, on seroit bien sûr que pour résoudre le Problème il ne faudroit que décrire une Parabole qui eût la ligne donnée pour Parametre. Alors aussi l'origine du lieu du Problème, ou, ce qui est la même chose, le point d'où partiroient les deux especes de lignes qui le résoudroient, seroit le sommet du diametre sur lequel on auroit décrit la Parabole, car il est visible que de ce sommet naîtroient toutes les Abcisses & les Ordonnées à l'infini qui auroient la propriété requise. Mais si l'Equation du Problème étoit telle qu'avec le quarré d'une inconnûe, ou avec le rectangle de l'autre inconnue par une ligne donnée, on mêlât soit par Addition, soit par Soustraction, quelque rectangle de l'une des deux inconnûes soit par le Parametre, soit par quelque autre ligne donnée, alors quoique ce fût toujours la même Parabole qui résolât le Problème, les inconnûes du Problème ne pourroient être que les Abcisses & les Ordonnées de cette Parabole modifiées d'une certaine façon, c'est-à-dire augmentées ou diminuées de quelque chose, car enfin il leur est arrivé quelque changement, & elles n'en peuvent recevoir d'autres. Or l'origine commune des Abcisses & des Ordonnées d'une Parabole étant toujours nécessairement au sommet du diametre, par rapport auquel

quel elles sont Abscisses & Ordonnées, dès que ces lignes sont modifiées de la maniere dont il faut qu'elles le soient pour représenter les inconnües du Problème, elles ne peuvent plus, avec ce changement qu'elles ont reçu, avoir encore leur origine commune à ce même sommet, & par conséquent l'origine des inconnües du Problème ou de son lieu n'est point au sommet de la Parabole qui le resout, mais en quelque autre point.

Cet exemple suffit pour faire comprendre & comment l'Equation d'une même Courbe peut être changée, & pour ainsi dire, déguisée en plusieurs manieres, & comment des Problèmes qui se rapporteront à une même Courbe s'y rapporteront différemment, parce que les origines de leurs inconnües seront en différents points.

Entre toutes les Equations qui peuvent se rapporter à la Parabole, les plus naturelles & les plus simples sont celles dont les deux inconnües ont leur origine au sommet du diametre qui leur appartient dans cette Courbe. De même les Equations les plus simples du Cercle & de l'Ellipse ont leur origine au centre. L'Hiperbole est une Courbe qui en quelque sorte en vaut deux, parce qu'elle peut être considérée de deux manieres qui fournissent deux équations différentes. Si on la considère par rapport à un diametre, comme la Parabole, le Cercle, & l'Ellipse, ou plutôt à deux diametres *conjuguez* comme l'Ellipse, son équation ainsi que celle de ces trois Courbes consiste dans le rapport du quarré d'une Ordonnée quelconque à un rectangle correspondant, & l'équation la plus simple a son origine à l'intersection des diametres qui est aussi le centre de l'Hiperbole. Si on la considère par rapport à ses Asymptotes, ce qui lui est particulier, & ne peut convenir à aucune des trois autres Sections Coniques, son Equation se tire de l'égalité d'un quarré toujours constant avec le rectangle des Abscisses & des Ordonnées, qui appartiennent à la Courbe prise de cette façon, & la plus simple de ces équations a son origine au sommet de l'angle des Asymptotes, qui est aussi

le centre de la Courbe. De-là il suit que les deux manieres differentes dont on peut prendre l'Hiperbole s'accordent à donner pour son équation la plus simple celle qui a son origine au centre.

M. Guisnée ne considere d'abord que ces Equations les plus simples des quatre Sections Coniques, & donne par les Observations suivantes des Regles pour les distinguer les unes d'avec les autres. Je suppose que toutes les Equations soient égalées à zero, c'est-à-dire que l'on ait mis dans un membre de l'Equation tous ses termes avec les differents signes qui leur conviendront; & dans l'autre zero seul. C'est une forme qui rend les Operations d'Algebre plus commodes en une infinité d'occasions.

Une Equation à la Parabole, & une Equation aux Asimptotes de l'Hiperbole, n'ont que deux termes, & ce qui les distingue, c'est que dans la premiere l'un des termes est le quarré d'une des inconnuës, & l'autre, le rectangle de l'autre inconnuë par une grandeur connuë, au lieu que dans la seconde Equation l'un des termes est le rectangle des deux inconnuës, & l'autre un quarré connu.

Les Equations au Cercle, à l'Ellipse, & aux Diametres de l'Hiperbole ont trois termes, dont deux renferment les quarrés des deux inconnuës, & le troisième est un quarré connu. L'Equation au Cercle differe des deux autres en ce que ses deux quarrés inconnus sont entierement dégagés de toute grandeur connuë, ce qui n'est pas dans l'Equation à l'Ellipse, ni dans celle qui est aux diametres de l'Hiperbole en général, & l'Equation à l'Ellipse & au Cercle differe de celle qui est aux Diametres de l'Hiperbole, en ce que les deux termes qui renferment les quarrés inconnus ont le même signe. La Theorie des Sections Coniques fait voir évidemment pourquoi les Equations qui appartiennent à ces quatre Courbes paroissent sous ces differentes formes,

Il est donc très-aisé de reconnoître à laquelle de ces Courbes se rapportent les Equations du second degré, lors qu'elles sont du nombre de celles que nous appellons

les plus simples. M. Guisnée enseigne la maniere de décrire les Courbes dont elles ont besoin, ou, ce qui revient au même, de construire les Problèmes qu'elles résolvent.

Mais tout cela suppose que l'on soit arrivé à ces Equations les plus simples du second degré, & ce sont justement celles où l'on arrive le plus rarement. La plus grande partie des Equations, je parle toujours de celles qui ne passent point le second degré, sont plus composées, & ont un plus grand nombre de termes, c'est-à-dire, car cela ne se peut autrement, que leurs inconnues sont encore multipliées ou les unes par les autres, ou par des grandeurs connus.

Alors c'est une regle générale que l'origine des inconnues n'est plus ou au sommet du diametre d'une Parabole, s'il s'agit de cette Courbe, ou au centre des trois autres; & en effet il est clair par l'exemple que nous avons rapporté ci-dessus de la Parabole, que quand on introduit un troisième terme dans son Equation, l'origine de ses inconnues ne peut plus être au sommet d'un diametre, & reciproquement. Comme un lieu à la Parabole peut avoir une origine differente du sommet de cette Parabole, il peut aussi avoir une *fin* differente de celle de cette Courbe qui n'en a point, & s'étend à l'infini, & par conséquent il n'y aura qu'une certaine portion de la Parabole qui sera propre à résoudre le Problème. Il en peut être ainsi des autres Courbes.

Les Equations composées se reconnoissent encore le plus souvent, & ce qui fait l'essence des simples y domine assez pour l'ordinaire; hors delà, elles sont équivoques. Une Equation qui n'a qu'un quarré inconnu, & où les deux inconnues ne se multiplient point l'une l'autre, appartient toujours à la Parabole. Celle qui pareillement n'a point le produit des deux inconnues l'une par l'autre, & qui a deux quarrés inconnus, appartient toujours à l'Ellipse, si les deux quarrés inconnus ont le même signe, ou aux Diametres de l'Hiperbole, s'ils ont un signe

different. Celle qui a le produit des deux inconnûes, sans aucun quarré inconnu, appartient aux Asimptotes de l'Hiperbole. Celle qui avec le produit des deux inconnûes a un seul quarré inconnu, appartient également ou aux Diametres ou aux Asimptotes de l'Hiperbole. Celle qui avec ce même produit a deux quarrés inconnus est douteuse entre les quatre Courbes.

Pour la construction des Problèmes qui dépendent des Equations composées il y avoit deux partis à prendre, ou d'enseigner à construire les Problèmes sur les Equations telles qu'on les a trouvées, ou de donner le moyen de les ramener & de les réduire aux simples. M. Guisnée n'a pris que ce second parti, & il nous avertit que M. le Marquis de l'Hôpital avoit pris le premier dans l'Ouvrage qu'il composoit quand il est mort. Nous l'avons annoncé dans l'Histoire de 1704, * & on travaille à l'imprimer.

* 133. &
134.

On appelle en Algebre *seconds termes* ceux où l'inconnûe a un degré de moins que dans le terme où elle est la plus élevée, & l'art de faire évanouir d'une Equation ces seconds termes, c'est-à-dire de former une nouvelle Equation où ils ne se trouvent plus, est une invention des plus ingénieuses & des plus utiles de toute l'Algebre. On a vu par l'exemple que nous avons rapporté de la Parabole, & qui se doit appliquer aux autres Sections Coniques, que quand les Equations à ces Courbes n'ont pas leur origine à certains points déterminés, ou, ce qui est la même chose, ne sont pas les plus simples qu'elles puissent être, elles ont des seconds termes, & par conséquent il ne faut que les faire évanouir, pour réduire ces Equations composées aux plus simples, qui est tout ce qu'entreprend M. Guisnée.

Differentes résolutions du même Problème, également justes & démontrées, peuvent avoir différents degrés de simplicité. Les Geometres sont convenus entre eux que la plus simple des quatre Sections Coniques est le Cercle, & même les Anciens ne contoient pour Geo-

metrique, que ce qui se pouvoit faire par le moyen de la ligne droite & du Cercle seulement. Tout le reste étoit *mécanique*. M. Descartes a fait voir que cette severité étoit injuste, & que non seulement les autres Sections Coniques, mais une infinité d'autres Courbes qui meritoient d'être appelées Geometriques à aussi bon titre que le Cercle, devoient donner aussi des solutions Geometriques. Depuis lui, on a fixé plus précisément par la Geometrie des Infiniment petits l'idée des Courbes *geometriques* & des *mechaniques*, telle que nous l'avons rapportée dans l'Histoire de 1704. * Mais cela n'empêche pas que les Courbes Geometriques n'aient toujours entre-elles différents degrés de simplicité. Non seulement celles dont les Equations montent à un degré plus haut, sont incontestablement les moins simples, mais dans un même degré elles peuvent l'être plus ou moins. Ainsi dans le second degré le Cercle est plus simple que les autres, après lui c'est la Parabole, & l'Hiperbole prise par rapport à ses Asimptotes est celle qui l'est le moins. Delà il suit que si un Problème indéterminé du second degré peut être résolu par deux ou plusieurs des quatre Courbes, il faut préférer la plus simple. Cette plus grande simplicité dans la solution fait une partie de ce qu'on appelle son *élégance*, le reste consiste à la tirer plus immédiatement de ce qui est donné dans la Question, & à y faire entrer une moindre quantité de principes étrangers & auxiliaires.

* p. 119

Ce que nous avons dit sur les Problèmes indéterminés du second degré étant bien conçu, on voit d'un coup d'œil à quoi se réduisent en général les Problèmes déterminés de ce même degré. D'abord: puisqu'ils sont déterminés, ils n'ont qu'une inconnue; & par conséquent ils ne peuvent jamais dépendre de l'Hiperbole entre ses Asimptotes. Ils n'ont qu'un carré inconnu, & s'ils ont un second terme, il n'empêche pas que l'on n'ait toujours par les grandeurs connues la valeur du rayon sur lequel il faudra décrire un Cercle, s'il en est besoin. Enfin.

puisque'ils sont déterminés, ils n'ont qu'un certain nombre de solutions, & puisque'ils sont du second degré, ils n'en peuvent avoir que deux réelles tout au plus, d'où il suit qu'il ne peut y avoir dans la circonférence du Cercle plus de deux points qui les résolvent, or ces deux points ne peuvent être déterminés que par l'intersection d'une ligne droite & de cette circonférence. Je suppose toujours que l'on n'emploie que le Cercle, puisqu'il seroit vicieux d'employer une autre Courbe, quand même on le pourroit.

Lorsque ces Problèmes sont impossibles, ou, ce qui est la même chose, lorsque leurs deux solutions, ou les deux Racines de leur Equation, sont imaginaires, on trouve que le Cercle tel que le demande leur construction, & la ligne droite tirée comme elle le demande aussi, ne peuvent se couper.

Le Cercle n'est pas même toujours nécessaire pour ces Problèmes, & quelquefois l'intersection de deux lignes droites suffit. La raison en est que l'on peut avoir deux Equations indéterminées du premier degré ou à la ligne droite, qui ayent chacune les deux mêmes inconnues. Alors le Problème qui a conduit à ces deux Equations est déterminé de sa nature, parce qu'on peut toujours, en chassant par le moyen des deux Equations indéterminées l'une des deux inconnues, le réduire à une seule. Il arrive quelquefois que par cette réduction, l'inconnue qui reste seule monte au second degré & a un second terme, & par conséquent le Problème est en ce cas un Problème déterminé du second degré. Mais il y a deux manières de le construire, ou par les deux Equations indéterminées, ou par la seule Equation déterminée. Si on le construit de la première manière, il est visible que le lieu de chacune des deux Equations indéterminées n'étant qu'une ligne droite, & le Problème étant déterminé, les deux Equations ne peuvent avoir rien de commun qui fournisse la solution, que l'intersection de leurs lieux, ou de leurs deux lignes droites. Si on construit le Pro-

blème de la seconde maniere, on doit encore trouver la même intersection, puisque la nature du Problème n'a pas changé.

Comme le raisonnement que nous venons de faire ne dépend pas de ce que les deux Equations indéterminées qui en ont produit une déterminée, étoient du premier degré, & qu'il subsisteroit de même à l'égard des autres degrés, on peut établir ce principe général, que quand deux Equations indéterminées d'un degré quelconque ont les deux mêmes inconnues, & que l'Equation déterminée, à laquelle par conséquent on peut toujours les réduire, monte à un degré supérieur, le Problème qui est alors nécessairement déterminé se résout toujours par l'intersection des lieux ou lignes qu'il auroit falu décrire pour la résolution des deux Equations indéterminées. Il ne faut pas oublier que les Problèmes peuvent être construits ou par les deux Equations indéterminées ou par la seule Equation déterminée.

Il n'y a point d'Equation déterminée du quatrième degré qui n'ait pu être produite par deux Equations indéterminées du second, & par conséquent tout Problème déterminé du quatrième degré se résout par les intersections de deux d'entre les quatre Courbes qui naissent du Cone. Il est clair que deux Sections Coniques, le Cercle & la Parabole, par exemple, ne peuvent se couper qu'en quatre points tout au plus, aussi une Equation déterminée du quatrième degré ne peut-elle avoir plus de quatre racines réelles, & si elle en a d'imaginaires, il y aura un pareil nombre d'intersections qui manqueront aux deux Sections Coniques, ce qui peut servir à faire voir le merveilleux accord de l'Algebre & de la Geometrie.

Les Problèmes déterminés du troisième degré peuvent très-facilement être élevés au quatrième. Il n'y a pour cela qu'à multiplier par leur inconnue, qui est unique, toute l'Equation égalée à zero. Ils se résolvent donc alors par des intersections des Courbes du Cone. Et com-

me la multiplication qu'on a faite n'a en rien changé leur nature ; il s'ensuit que les Problèmes déterminés du troisiéme & du quatriéme degré sont précisément de la même espece & du même ordre. Seulement on ne peut trouver pour les Problèmes du troisiéme degré que trois interseptions de leurs Courbes tout au plus, parce que leurs Equations ne peuvent avoir plus de trois racines réelles. Puisqu'un Problème du quatriéme degré peut n'avoir que trois solutions réelles, & même moins, un Problème du troisiéme degré peut monter au quatriéme, sans en recevoir aucun changement. Quoiqu'il semble être contre la simplicité d'élever un Problème que l'on veut résoudre à un degré plus haut que celui qu'il avoit naturellement, il est visible que cette simplicité qui n'est qu'apparente est sacrifiée à une plus grande facilité de l'opération.

Il ne sera pas hors de propos d'observer ici, que quand une ligne soit droite soit courbe coupe une Courbe en deux points, si l'on imagine que les deux points d'interseption se rapprochent jusqu'à se confondre ensemble, ils deviendront un point d'atouchement, & de là il suit qu'un point d'atouchement vaut deux points d'interseption, & doit être conté pour deux solutions d'un Problème. Aussi trouve-t'on toujours à de semblables points deux racines égales, & c'est par-là que M. Descartes parvint à sa fameuse Methode des Tangentes.

Quoiqu'il soit indifférent, quant à la solution des Problèmes déterminés du troisiéme & du quatriéme degré, de les construire ou par les deux Equations indéterminées, ou par la seule déterminée, M. Guisnée remarque qu'il faut le plus souvent préférer la premiere sorte de construction, parce que comme elle enferme deux inconnuës, elle donne en même temps & l'Abscisse & l'Ordonnée correspondantes aux points qui résolvent le Problème, au lieu que par l'autre construction qui ne roule que sur une inconnuë, on n'auroit que l'une de ces deux grandeurs, après quoi il faudroit encore chercher l'autre.

Il reste maintenant à parler des Problèmes indéterminés qui passent le second degré. Tout Problème indéterminé, ou, ce qui est la même chose, ayant deux inconnues, ne peut se résoudre que par quelque Courbe, qui dans toute son étendue ou du moins dans une certaine partie de cette étendue, représente par ses Abscisses & par ses Ordonnées les deux inconnues du Problème. Si, par exemple, on a dans une Equation une inconnue dont le cube soit égal ou au quarré d'une ligne donnée multiplié par une autre inconnue, ou au quarré de cette seconde inconnue multiplié par une ligne donnée, c'est là un Problème indéterminé du troisième degré, qui ne peut se résoudre que par une Courbe qui dans le premier cas s'appelle *premiere Parabole cubique*, & dans le second, *seconde Parabole cubique*. La Description de cette Parabole sera la construction du Problème. Il en est ainsi de tous les autres Problèmes plus élevés à l'infini, & des Courbes qui leur répondent.

La construction des Problèmes indéterminés qui passent le second degré, n'est donc que l'art de décrire des Courbes différentes des quatre Sections Coniques. Cet art en général consiste à donner à l'une des deux inconnues une valeur arbitraire, moyennant quoi la valeur de l'autre inconnue vient à être nécessairement déterminée, & par là on a un des points de la Courbe qu'on veut décrire. Une autre valeur arbitraire donnée encore à la même inconnue détermine une autre valeur pour la seconde inconnue, & c'est là encore un autre point de la Courbe, que l'on a de cette manière *par points* trouvés les uns après les autres, ou plutôt, que l'on se contente de pouvoir trouver.

Par exemple, s'il est question de décrire la premiere Parabole cubique, on prendra pour l'inconnue qui recevra successivement les valeurs arbitraires celle qui dans l'Equation monte au cube, & en même temps on tirera une ligne droite infinie qui sera l'axe de la Courbe, & aura une origine fixe & déterminée d'où l'on contera les

différentes valeurs arbitraires, qui seront par conséquent autant d'Abcisses de l'axe. Ensuite si l'on veut que l'inconnuë qu'on a choisie soit égale à 1, ou ce qui est la même chose, si l'on prend 1 pour Abcisse, l'Ordonnée correspondante sera 1 divisé par le quarré donné dans l'Equation, & l'extrémité de cette Ordonnée dont la valeur est toute connue sera nécessairement un point de la Parabole cubique. Si l'on prend 2 pour Abcisse, l'Ordonnée correspondante sera 8 divisé par le quarré connu de l'Equation, & l'extrémité de cette Ordonnée sera un nouveau point de la Courbe. Si l'on prend pour Abcisses des nombres moyens entre 1 & 2, les Ordonnées correspondantes seront d'autant plus proches les unes des autres, & les points de la Courbe d'autant plus serrés, en un mot la Description de l'arc correspondant de la Courbe d'autant plus exacte, que l'on prendra une plus grande quantité de ces nombres moyens. Il en faudroit une infinité pour rendre la Description de cet arc entièrement exacte.

Dans le choix que l'on a des deux inconnuës pour donner à l'une successivement toutes les valeurs arbitraires, il est visible que l'on doit préférer celle qui monte dans l'Equation au degré le plus élevé, lorsqu'elles ne montent pas toutes deux également haut, ou enfin généralement, celle qui étant supposée connue rendra l'Equation la plus simple & la plus facile à résoudre. Ainsi dans l'exemple de la Parabole cubique, l'inconnuë qui monte au cube étant choisie pour porter toutes les valeurs arbitraires, le Problème qui étoit indéterminé & du troisième degré, devient par chaque valeur arbitraire, ou, ce qui est la même chose, à chaque construction partielle, un simple Problème déterminé du premier degré. Pareillement, des Problèmes indéterminés d'un degré plus haut peuvent devenir à chaque construction partielle des Problèmes déterminés du second, du troisième, ou du quatrième degré, & tant qu'ils ne montent pas plus haut, ils se résolvent par les méthodes qui ont

été expliquées, c'est-à-dire que les constructions partielles se font, ou, ce qui est le même, que les points des Courbes se trouvent les uns après les autres par des intersections de lignes droites, ou de Sections Coniques.

Mais si après qu'on a choisi une inconnue pour lui donner les valeurs arbitraires, celle qui reste monte si haut, que les Problèmes déterminés où elle entre nécessairement, passent le quatrième degré, alors ils ne se peuvent plus résoudre que par des intersections de deux lignes dont au moins l'une est d'un degré plus élevé que les Sections Coniques. Entre ces Courbes élevées au delà du second degré, la Parabole cubique est d'un grand usage, parce qu'elle donne les cubes des inconnues. En général les Courbes qui passent le second degré se décrivent par des points que donnent des intersections de Courbes d'un degré inférieur, & par-là on peut concevoir les Courbes comme s'élevant à l'infini les unes au dessus des autres, les supérieures toujours appuyées sur les inférieures.

Cette Theorie n'est que générale, & il n'en faut pas conclure qu'une Courbe supérieure ne puisse être décrite sans le secours de quelque une des inférieures. Au contraire, il est rare comme le remarque M. Guisnée que ce secours soit nécessaire, & ordinairement on trouve par la nature particulière de chaque Courbe quelque moyen de la décrire plus simple & plus facile, que cet appareil, & pour ainsi dire, cet échaffaudage de Courbes inférieures. M. Guisnée propose pour exemples la Cissoïde, la Conchoïde, &c. qui se décrivent par des points que donnent de simples lignes droites, ou tout au plus droites & circulaires. Cela dépend de l'art & de l'habileté du Geometre, qui doit toujours tendre à ce qui est le plus simple, mais si les expedients particuliers manquent, on a au besoin la methode générale.

Tout ce que nous avons dit jusqu'ici de la Description des Courbes qui résolvent les Problèmes, ne doit s'entendre que des Courbes geometriques, & non des me-

chaniques. Toute Courbe geometrique étant ou pouvant être représentée par une équation indéterminée qui donne le rapport des Ordonnées & des Abscisses, il est bien sur qu'une Abscisse quelconque déterminée arbitrairement déterminera l'Ordonnée correspondante, ou reciproquement, & en cela consiste toute la Methode générale de la Description de ces Courbes. Mais une Courbe mechanique ne peut être représentée que par une équation qui donne, non pas le rapport des Abscisses aux Ordonnées, mais celui des infiniment petits de ces deux especes de grandeurs, ou même celui des infiniment petits de ces infiniment petits, ce qui peut aller à l'infini, or la valeur d'un infiniment petit est indéterminable, & par consequent la Methode générale de la Description des Courbes geometriques ne peut absolument avoir lieu pour les mechaniques, & il en faut une autre toute différente.

M. Guisnée en donne une, seulement pour les Courbes mechaniques du *premier genre*, c'est à dire, pour celles dont les équations ne renferment que des Infiniment petits du premier ordre, & par ce moyen on trouve les lignes droites, ou les Courbes geometriques necessaires pour la Description de la Courbe mechanique dont il s'agit. Dans les occasions particulieres, il peut y avoir des chemins plus courts, ou plus faciles, qu'il faut préférer à cette Methode.

Nous ne la rapporterons point ici, parce qu'elle appartient à une autre espece de Geometrie que celle dont nous avons parlé jusqu'à présent.

M. Guisnée lui même ne fait que laisser entrevoir quelque rayon de la Theorie des Infiniment petits, absolument necessaire pour les Courbes mechaniques, & c'est par-là qu'il finit son Ouvrage. En effet la Geometrie ordinaire n'est que l'entrée & en quelque sorte le Vestibule de la Geometrie de l'Infini.

ASTRONOMIE.

SUR LES SATELLITES

DE SATURNE.

LE Ciel des Anciens, du moins le Ciel de leurs *Âstrolomes*, n'a pas été si magnifique que le nôtre. Dans notre Monde seul, ou dans ce qu'on appelle le Tourbillon du Soleil, nous avons neuf Planetes qui leur ont été inconnues, sans conter l'Anneau de Saturne qui n'est peut-être qu'une suite d'un grand nombre de Planetes. Ces neuf Planetes nouvelles sont les quatre Satellites de Jupiter, & les cinq de Saturne.

V. les M.
p. 14.

Personne n'ignore que les Satellites de Jupiter ont été découverts par Galilée. Des cinq de Saturne, l'un a été découvert par M. Huguens, les quatre autres par M. Cassini.

Le Premier Satellite de Saturne, c'est-à-dire, le plus proche de cet Astre, fait sa revolution autour de Saturne en un jour 21 heures; on neglige ici les minutes. Le second en 2 jours 17^h. le troisieme en 4 jours 13^h. le quatrieme en 15 jours 22^h. le cinquieme en 79 jours 22^h. C'est le quatrieme qui a été découvert par M. Huguens.

Le Diametre de l'Anneau qui environne Saturne étant assés connu, on l'a pris pour me'sure des distances des Satellites au centre de Saturne, & on a trouvé que le premier en étoit éloigné d'un Diametre de cet Anneau à peu près, le second de $1\frac{1}{2}$, le troisieme de $1\frac{1}{4}$, le quatrieme de 4, le cinquieme de 12.

On fait combien les Satellites de Jupiter sont utiles.

pour les Longitudes, & par conséquent pour la Geographie & pour la Navigation, ceux de Saturne ne le seront pas moins, sur-tout les plus élevés par rapport à Saturne, car les deux premiers en sont si proches, & si proches l'un de l'autre, qu'il est rare qu'on les puisse distinguer ou d'avec Saturne, ou l'un d'avec l'autre, & M. Cassini assure qu'il n'est pas plus difficile de trouver Mercure dégagé des rayons du Soleil. Quand Jupiter ne sera pas sur l'horizon pendant la nuit, Saturne y pourra être, & ses Satellites supérieurs tiendront lieu de ceux de Jupiter; quand on les verra tous deux ensemble, on comparera les observations faites sur les deux, & les conséquences qui en seront tirées, & on vérifiera les unes par les autres. Enfin on ne sauroit avoir trop de moyens pour arriver à une connoissance aussi nécessaire que celle des Longitudes.

Outre cette utilité sensible, & pour ainsi dire, grossière, les Satellites en ont d'autres plus élevées, & qui ne vont qu'à perfectionner la connoissance que nous pouvons avoir du Système de l'Univers.

1°. Ils ont fait voir d'abord combien le mouvement de la Lune autour de la Terre, à laquelle seule il se rapporte, avoit été heureusement imaginé par Copernic. Le Ciel mieux connu n'a fait qu'exposer à nos yeux ce qu'avoit deviné ce grand Homme.

2°. Kepler a établi une règle fameuse parmi les Astronomes, c'est la proportion qui est entre les distances des Planètes au Soleil, & leurs révolutions. Il a trouvé que ces distances sont entre elles comme les racines cubiques des quarrés des révolutions, ou, reciproquement que les révolutions sont entre elles comme les racines quartées des Cubes des distances. Par exemple, les révolutions de la Terre & de Jupiter autour du Soleil étant 1 & 12, les racines cubiques de 1 & de 144, quarrés de 1 & de 12, sont 1 & un peu plus de 5, distances de la Terre & de Jupiter au Soleil. Kepler n'a pas démontré la nécessité de cette proportion *a priori*, & par

les Loix du Mouvement, il a seulement établi la proportion sur le fait, & il l'a ingénieusement découverte par la comparaison des révolutions & des distances de toutes les Planetes connues. Mais il faut remarquer, que le fait sur lequel Kepler s'est fondé auroit été encore plus certain, si les distances de toutes les Planetes au Soleil, avoient été connues par observation, & immédiatement, aussi bien que leurs révolutions. Il n'y a que Mercure & Venus dont on voye en même temps & les distances au Soleil, & les révolutions autour de ce centre commun. Pour les autres Planetes, on ne voit point leurs distances au Soleil, on les conclut seulement avec beaucoup de peine de leur *seconde inégalité*, c'est-à-dire, ainsi que nous l'avons expliqué dans l'Histoire de 1704, * de la ⁷⁰ parallaxe, ou différence optique qui est entre une même Planete vue du Soleil, ou vue de la Terre. Mais en fait d'Astronomie, il vaut toujours mieux voir, que calculer. Heureusement on vint à connoître les Satellites de Jupiter, on eut par observation & leurs distances à Jupiter, & leurs révolutions autour de ce centre commun, & la règle de Kepler fut confirmée par cet exemple. Elle l'a été depuis aussi par celui des Satellites de Saturne, & M. Cassini la crut si sûre, qu'ayant observé le cinquième Satellite seulement pendant 12 jours, & ayant découvert sa plus grande distance à l'égard de Saturne, il osa déterminer en le comparant au quatrième dont la révolution & la distance étoient déjà connues, que sa révolution étoit à peu près de 80 jours, ce qu'un grand nombre d'Observations suivantes a justifié. Voilà donc la règle de Kepler vérifiée immédiatement par Mercure, par Venus, par les 4 Satellites de Jupiter, & par les 5 de Saturne, c'est-à-dire, par 11 Planetes dont les révolutions autour d'un centre commun, & les distances à l'égard de ce centre sont visibles, & on ne peut plus se défier du calcul ni des principes par lesquels on l'a appliquée aux 4 Planetes qui restent c'est-à-dire, à la Terre, à Mars, à Jupiter, & à Saturne, dont les distances au centre commun de

leurs revolutions sont invisibles. Il est clair que c'est là un des fruits de la découverte des Satellites, tant de Jupiter, que de Saturne.

3°. Ce qui confirme la regle de Kepler, confirme aussi le mouvement que Copernic attribué à la Terre. Si son Système n'est pas vrai, le seul qui reste à prendre est celui de Ticho. Or selon Ticho, le Soleil, aussi bien que la Lune, tourne autour de la Terre, la Lune en un mois, le Soleil en douze. Les Racines cubiques des quarrés de 1 & de 12, sont 1 & un peu plus de 5. Donc les distances de la Lune & du Soleil à la Terre seroient dans cette proportion, selon la regle de Kepler. Or il est certain que ces distances sont dans une proportion incomparablement plus grande. Donc ou la regle de Kepler est fausse, ou le Système de Ticho-Braché l'est. Il paroît impossible que la regle de Kepler soit fausse, prouvée, comme elle l'est, par l'exemple de toutes celles d'entre les Planetes, qui incontestablement tournent autour d'un centre commun; donc c'est le Système de Ticho qui n'est pas vrai, & en effet en remettant la Terre à la place qu'elle tient dans celui de Copernic, on voit que tout rentre dans l'ordre, & s'accommode à la regle de Kepler.

4°. La Lune nous presente toujours la même face, & par cette raison l'on n'a pas cru d'abord qu'elle pût tourner sur son axe. Cependant il est difficile que les mêmes causes qui font tourner les autres Planetes sur leur axe n'y fassent aussi tourner la Lune. Pour sauver cet inconvenient, on a imaginé que la Lune pouvoit tourner sur son axe dans un temps à peu près égal à celui qu'elle employe à tourner autour de la Terre, mais l'égalité ou plutôt le peu d'inégalité de ces deux mouvements, qui ne se trouvoit point ailleurs, & ne se soutenoit par aucun autre exemple, pouvoit encore avoir besoin de preuves, quoi qu'au fond, ce soit une suite fort naturelle, & par conséquent une assez forte preuve de ce peu d'inégalité, que la *Libration* de la Lune, c'est-à-dire, ce mouvement periodique & réglé, par lequel elle cache quelquefois

quelquefois une partie de l'hémisphère visible, & découvrir une partie égale de l'hémisphère caché. Le scrupule qu'on pouvoit avoir sur ce Système peut devenir présentement moins considérable, depuis ce que M. Cassini a découvert du cinquième Satellite de Saturne. Il disparoit réglément pendant environ la moitié de sa révolution, lorsqu'il est à l'Orient de Saturne, quoiqu'il ne soit point alors plus éloigné de la Terre, & que quelquefois même il en soit plus proche que quand on le voit dans son demi cercle Occidental. On ne peut guere expliquer plus naturellement ce Phenomène si singulier, qu'en supposant dans ce Satellite deux Hémisphères dont l'un est entièrement ou presque entièrement formé par des terres, & l'autre par des mers, ou plutôt par quelque chose d'analogue à des terres & à des mers, de sorte que l'un de ces Hémisphères réfléchisse jusqu'à nous assez de lumière pour se rendre visible, & que l'autre en réfléchisse trop peu. Supposé que le Phenomène demeure toujours le même, il faut aussi que l'Hémisphère le plus lumineux soit toujours tourné vers nous lorsque le Satellite est dans son demi cercle occidental, & au contraire, que dans le demi cercle oriental l'Hémisphère obscur soit tourné de nôtre côté. Or c'est ce qui ne se peut, à moins que le Satellite ne tourne sur son axe dans un temps à peu près égal à celui de sa révolution autour de Saturne, & cela veriferoit d'autant plus heureusement le mouvement de la Lune sur son axe, que ces deux Planetes sont de la même espece, & que la Lune n'est que le Satellite de la Terre, comme les Satellites de Jupiter ou de Saturne n'en sont que les Lunes. Peut-être se trouvera-t'il à la fin que c'est une propriété des Planetes *subalternes*, d'avoir des mouvements sur leur axe à peu près égaux en durée à leurs révolutions autour de leurs Planetes *principales*. Enfin plus on observera, plus on découvrira de rapports, qui seront autant de verités, ou autant de degrés pour arriver à des verités plus importantes.

SUR UNE NOUVELLE METHODE POUR LES LONGITUDES.

v. les M.
p. 194.

* p. 103. &
suiv.

NOus venons de le dire. Il ne peut y avoir trop de Methodes qui conduisent à une connoissance aussi necessaire que celle des Longitudes. Les Eclipses de Lune ont été longtemps la seule Methode que l'on y employât, & c'est en effet celle qui se presente le plus naturellement. M. Cassini, comme on l'a pu voir dans l'Histoire de 1700 * a été le premier qui ait trouvé moyen de faire usage des Eclipses de Soleil, que l'on avoit cruës jusque-là inutiles pour les Longitudes, & le tour qu'il a été obligé de prendre pour cela, est si ingenieux qu'il justifie suffisamment les Astronomes qui ne s'en étoient pas avisés. Maintenant M. Cassini le fils prend ce même tour pour appliquer à la recherche des Longitudes les Eclipses des Fixes ou des Planetes causées par l'interposition de la Lune.

Le peu de distance de la Lune à la Terre, ou, ce qui est la même chose, sa parallaxe qui est si grande qu'elle peut excéder un degré, est cause que cette Planete n'est pas rapportée au même lieu du Ciel par deux Observateurs éloignés qui la voyent en même temps. Ainsi l'un voit qu'elle touche au bord du Soleil, & l'autre ne le voit pas encore, ou peut-être ne le verra point du tout, & par conséquent il n'y a dans une Eclipsé de Soleil aucun moment qui donne un spectacle commun à deux Observateurs éloignés, ce qui seroit cependant necessaire pour les Longitudes. Il en va de même lorsque la Lune passe sous une Planete plus élevée qu'elle par rapport à nous, ou sous une Etoile fixe, sa parallaxe cause la même diversité de spectacle.

Si l'on se souvient de ce qui a été dit à l'endroit de l'Histoire de 1700. qui vient d'être cité, on fait com-

ment M. Cassini a sauvé cet inconvenient à l'égard de Eclipses de Soleil. Une Projection de l'Hemisphère de la Terre éclairé par le Soleil, faite dans l'Orbe de la Lune conçu comme une surface sphérique, est une espece de Tableau où se vient peindre tout ce qui se passe dans une Eclipsé de Soleil. Là, une Phase quelconque de l'Eclipsé veuë à Rome, par exemple, à une certaine heure, me donne le point où la Lune étoit alors réellement sur son Orbite, ou dans cette Projection. D'ailleurs je sai quelle heure il devoit être à Paris, lorsque la Lune étoit à ce même point, & par conséquent voilà un même moment où l'on sait quelle heure il étoit à Paris & à Rome, ce qui est la même chose que leur difference de longitude.

On verra dans le Memoire de M. Cassini le fils, & on peut déjà entrevoir comment il étend cette Methode aux Eclipses des Fixes ou des Planetes par la Lune. Cette extension demande quelques changements qui quelquefois rendent la Methode plus facile, quelquefois plus difficile.

Par exemple, dans les Eclipses de Soleil, quand on veut faire passer son image dans la projection, il faut avoir égard à son diametre apparent, tel qu'il est alors, à son mouvement propre, tel qu'il est aussi, & même à sa parallaxe, quoique très-petite, au lieu que si c'est une Etoile fixe qui doit être éclipsée, elle n'a ni parallaxe, ni diametre apparent qui change d'un temps à un autre, ni mouvement propre dont on doit jamais tenir compte. Que si c'est une Planete qui doit être éclipsée, les difficultés du Soleil reviennent, hormis la parallaxe, qui n'a lieu que pour peu de Planetes, encore faut-il qu'elles soient vers leur Perigée.

La projection de l'Hemisphère de la Terre sur l'Orbe de la Lune est plus facile à décrire pour une Eclipsé d'Etoile fixe. Car cette Etoile étant sans parallaxe, & par conséquent dans un éloignement qui peut passer pour infini, les deux rayons qui partent du centre de l'Etoile,

& qui se terminent aux deux extrémités du diametre de la terre, sont paralleles, & par conséquent le diametre de la projection est égal à celui de la terre, ce qui est fort simple, & ne se trouve pas dans les Eclipses de Soleil, où le diametre de la projection doit être plus petit que celui de la terre d'une quantité déterminée par la parallaxe du Soleil.

* P. 77. D'un autre côté, le mouvement de la Lune est plus simple dans les conjonctions & dans les oppositions que dans les autres endroits de son cours. Nous avons expliqué dans l'Histoire de 1702 * en quoi consiste cette plus grande simplicité. Il est donc plus aisé de décrire la Trace de son mouvement pour une Eclipsé de Soleil où elle est toujours en conjonction, que pour d'autres temps de son cours où elle éclipsera quelque Fixe ou quelque Planete.

On sera peut-être surpris qu'une Methode qui, paroît délicate & assés compliquée, & qui demande la figure d'une Projection assés difficile à bien décrire, donne les differences des Meridiens, ou les Longitudes presque avec autant de justesse & de précision que les Eclipses des Satellites de Jupiter qui sont beaucoup plus simples. C'est cependant ce que l'experience a fait voir à M. Cassini le fils, & ce succès ne peut être dû qu'à l'extrême exactitude avec laquelle il a travaillé, pour ainsi dire, chaque piece de tout l'assemblage.

Cette Methode peut même avoir dans la pratique quelque avantage sur celle des Satellites de Jupiter. Supposons qu'un Satellite soit près d'entrer dans l'ombre de Jupiter, & qu'un Observateur en attende le moment. Plus la Lunette dont il se servira sera longue & plus tard il verra le Satellite éclipsé. Car ce Satellite a un diametre sensible, dont par conséquent une partie n'entre dans l'ombre qu'après l'autre, or une partie qui n'est pas encore éclipsée paroît à une plus longue Lunette, tandis qu'elle ne paroîtroit plus à une plus petite, qui n'auroit pas la force de l'augmenter suffisamment. De-là vient

que quand on compare deux observations de la même Eclipsé d'un Satellite de Jupiter faites par différents Observateurs, il faut savoir si leurs Lunettes ont été de différente grandeur, & avoir égard à cette différence pour déterminer un moment, qui ait été précisément le même. Or cette réduction n'est pas nécessaire pour les Eclipses des Fixes par la Lune, pourvu que la Lune n'ait point alors été pleine, & qu'elle ait joint par la partie obscure l'Etoile qu'elle a rencontrée. Car les diametres des Fixes n'étant pas plus augmentés, du moins sensiblement, par de plus longues Lunettes, & l'accident rapporté dans l'Histoire de 1699 * n'étant pas à craindre pour la partie obscure de la Lune, on voit la jonction de cette Planete & de la Fixe dans le même moment avec des Lunettes fort différentes, ainsi que M^r. Cassini l'ont éprouvé plusieurs fois. Du même raisonnement, il faut conclure que dans la pratique de cette nouvelle Methode les meilleures Observations sont celles où la Lune a touché par sa partie obscure une Etoile qui étoit sur son chemin. Le mouvement propre de la Lune, qui est celui par lequel elle rencontre les Fixes, est si sensible qu'il ne peut y avoir d'incertitude dans le moment de la jonction, ce qui est encore à conter. *p. 78. & 79.

C'est aussi une commodité de pouvoir observer les Fixes de la première, seconde, & troisième grandeur avec des Lunettes de 2 pieds, au lieu que pour les Satellites de Jupiter, il en faut qui aient au moins 10 ou 12 pieds.

M. Cassini le fils persuadé des avantages qu'on pourroit tirer de cette pratique, calcula toutes les Eclipses des Fixes par la Lune qui devoient arriver depuis le mois de Juillet 1705 jusqu'à la fin de l'année, & envoya ce calcul à ses Correspondants en Astronomie, afin qu'étant avertis de ces Eclipses, ils les observassent, & que leurs observations comparées à celles de Paris produisissent de nouvelles découvertes sur les Longitudes, ou confirmassent les anciennes.

SUR LES TACHES DU SOLEIL.

LE Soleil a continué d'avoir des Taches, ainsi que les années précédentes, & pour épargner le détail des Observations qui en ont été faites par M^r Cassini, M^r de la Hire, & M. Maraldi, nous n'en donnerons ici que les resultats. Les Methodes que ces Astronomes employent ou pour l'observation de ces Phenomenes ou pour les conclusions qu'ils en tirent, sont assés connus par les Volumes précédents. Seulement avant que d'en venir aux resultats auxquels nous nous bornons ici, il sera bon de donner quelques connoissances générales, qui doivent se répandre sur toute cette matiere.

Ce qu'on appelle une Tache, n'est point ordinairement une Tache unique, mais un amas de plusieurs Taches particulieres, disposées irrégulièrement entre-elles. On choisit une des plus grosses de cet amas, pour en observer le mouvement.

Communément chaque Tache particuliere est environnée d'une espece de nuage moins noir & moins obscur qu'elle, & qui fait le même effet que feroit l'Atmosphère autour du Globe de la Terre veu de loin. Mais chaque amas de Taches est environné d'une *facule* ou espace plus clair que le reste du disque du Soleil.

Quand un amas de Taches a disparu, souvent la *facule* qui l'envelopoit se distingue encore du reste du disque par un plus grand éclat.

Le Soleil tourne sur son axe d'Orient en Occident. Ainsi les Taches qui suivent sa révolution commencent à paroître sur le bord Oriental, & disparaissent sur l'Occidental.

Le Soleil tourne en 27 jours & 9 ou 10 heures.

Le seul effet de la Perspective doit faire paroître une même Tache plus grande & plus ronde, quand elle est vers le

centre du Soleil , & plus petite & plus étroite quand elle est vers les bords.

Cela supposé, voici l'Histoire des Taches de cette année.

Après plusieurs jours de temps couvert , on vit le 15 Janvier à midi deux amas de Taches dans la partie Orientale du disque du Soleil. Selon l'hipothese de la révolution du Soleil en 27 jours & demi , & par la situation de ces Taches sur le disque , on voyoit qu'il y avoit plus de 4 jours qu'elles pouvoient avoir passé de l'Hemisphère caché dans l'apparent. Et en effet M. de Plantade les vit à Montpellier le 12. Après le 16 on ne revit plus le Soleil jusqu'au 25 , mais alors elles devoient avoir passé dans l'Hemisphère caché , si elles subsistoient encore. Au mois de Février , lorsqu'elles devoient être revenueës dans l'Hemisphère apparent , on ne les revit plus , & par conséquent elles s'étoient dissipées , quoiqu'elles fussent fort grosses.

Le 7 Avril il parut une Tache qu'on ne put observer que jusqu'au 17 , à cause du mauvais temps qui survint.

Le 17 Mai , on en vit une à peu près de la même grandeur , & qui cependant , selon l'hipothese de la révolution du Soleil , ne pouvoit pas être la même. Elle n'avoit pas été amenée sur l'hemisphère apparent du Soleil par la révolution de son globe , car on n'avoit rien vu les jours précédents , & tout d'un coup elle parut , éloignée du centre de moins de deux minutes. On sait que le demidiametre du Soleil en a 16. Cette même Tache disparut dès le lendemain , indépendamment aussi de la révolution du Globe.

Le 4 Juillet , on vit une petite Tache , qui le jour suivant parut plus grosse , & composée de plusieurs autres. Cet amas de Taches étoit déjà assés avancé sur le disque , lorsqu'il se montra , & il étoit encore assés éloigné du bord Occidental , lorsqu'il disparut le 13 Juillet. Deux Taches principales de cet amas changeoient un peu de situation entre elles , & de grandeur , mais les petites qui les accompagnoient changeoient beaucoup davantage. Leur nombre même étoit fort different en differents jours.

Le 3 Août, on apperçut deux Taches, déjà fort avancées sur le disque. Selon l'hypothèse des 27 jours & demi, il s'en falloit plus de deux jours que ce ne pussent être les mêmes du mois de Juillet. Le lendemain il n'en paroissoit plus aucune trace.

Le 4 Octobre, on vit vers le bord Oriental des Taches, qui apparemment venoient de l'hémisphère caché. Quelques jours après elles parurent fort augmentées en nombre, soit qu'elles le fussent réellement, soit par l'effet de la Perspective. Elles avançaient toujours vers le bord Occidental, mais le 12 Octobre, 4 jours avant qu'elles eussent pu l'atteindre, on vit de nouvelles Taches dans la partie Orientale du disque, & peu éloignées du centre. Depuis les observations de Scheiner, faites il y a 60 ans, on n'avoit guère vu en même temps deux différents amas de Taches. Nous avons remarqué dans l'Histoire de 1700 * combien ce Phenomene étoit rare, cependant ce fut alors pour la seconde fois qu'il parut depuis deux ans.

Ces nouvelles Taches changerent beaucoup de figure, & même on soupçonna qu'elles pouvoient avoir quelque mouvement propre fort irrégulier. Le 20 Octobre on les vit encore près du bord Occidental, mais fort diminuées, & fort changées de figure.

Le 4 Novembre, il parut une nouvelle Tache près du bord Oriental, & elle fut encore observée le 15 près du bord Occidental, sur lequel elle disparut le 17. Ni sa figure, ni l'hypothèse des 27 jours, ne permettoient qu'on la prît pour une des Taches précédentes, à moins qu'on ne lui eût supposé un grand changement de figure, & un mouvement particulier fort considérable. Pendant le temps qu'elle parut, elle n'eut point d'autres changements sensibles, que ceux de la Perspective.



G E O G R A P H I E.

UNne assés grande partie des Etats qui composent aujourd'hui le Monde connu, se sont formés des débris de l'Empire Romain démembré & déchiré par les Barbares. Comme c'est de-là que nos Histoires modernes prennent leur origine, & que ce sont aussi celles qui nous intéressent le plus, M. Delisle a dressé une Carte qui doit être d'un grand secours pour les bien entendre. Elle comprend non-seulement l'Empire Romain, mais tous les Pays barbares dont il étoit environné, peu de temps avant que les peuples de ces pays y eussent encore fait aucunes breches par leurs invasions. Son Epoque est l'an 400 de J. C.

M. Sanson, célèbre Geographe, avoit déjà fait une Carte de l'Empire Romain, fort estimée en son temps, mais il n'y a pas compris les Pays barbares, dont la position & la détermination a dû être aussi pénible qu'elle est instructive. M. Delisle a nommé sa Carte *Theatre Historique* à cause de la grande étendue qu'elle embrasse au de-là de l'Empire Romain, & de l'utilité dont elle est pour nos Histoires.

Deplus, la Terre a bien changé depuis M. Sanson, c'est à dire que les Observations astronomiques, & plus exactes & en plus grand nombre, ont produit de grandes reformes dans la Geographie. On s'étoit extrêmement trompé sur les Longitudes, naturellement plus difficiles à déterminer que les Latitudes, on s'étoit souvent trompé sur les Latitudes mêmes, & M. Delisle a été obligé d'être toujours différent de M. Sanson sur la premiere de ces mesures, & souvent sur la seconde, ce qui change en-

130 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
tierement la figure des Pays, des Mers &c.

C'est une remarque qui n'est pas tout à fait nouvelle, que les erreurs des mesures Geographiques ont toujours jusqu'ici consisté dans l'excès. Depuis les Grecs jusqu'à nous, la Terre a toujours diminué à chaque fois qu'on a entrepris d'en découvrir la grandeur. Delà vient que quoique le même Empire Romain ou les mêmes Pays soient plus en grand dans la Carte de M. Sançon que dans celle de M. Delisle, & que par conséquent l'*Echelle* de la Carte de M. Delisle dût être la plus petite, elle est cependant plus grande d'un cinquième. C'est que dans la Carte de M. Sançon l'Empire Romain est beaucoup trop grand par rapport au reste de la surface de la Terre. La perfection des Cartes dépend de l'exakte proportion des parties de cette surface entre-elles, & on ne peut esperer de la connoître que par l'Astronomie, qui répand de jour en jour sur la Geographie une plus grande lumiere.



MECHANIQUE.

SUR LA RESISTANCE

DES SOLIDES, ET SUR LA COURBURE

DES RESSORTS PLIE'S.

V. les M.
P. 176.
*V. l'Hist.
de 1701.
P. 102.

LA Formule que M. Varignon a donnée* sur la Resistance des Solides est générale, & laisse une entrée libre à toutes les différentes hipoteses que l'on y voudra introduire. Mais M. Bernoulli de Basle, laissant cette vaste généralité, s'attache sur ce même sujet à une

hypothèse particulière, qu'il prétend être la seule conforme à la Nature. Les recherches générales, telles que celles de M. Varignon, sont d'une utilité plus éloignée, parce qu'elles attendent une détermination que l'expérience doit fournir; les recherches particulières, telles que celle de M. Bernoulli, n'attendent plus rien, & sont d'une utilité présente.

On a vu dans l'Histoire de 1702 que Galilée s'étoit mépris, quant à la Physique, en supposant que lorsqu'une poutre suspendue horizontalement rompt par l'action de sa pesanteur, toutes ses fibres cassent à la fois, & que M. Mariotte avoit corrigé cette erreur par l'hypothèse de l'extension inégale des fibres, dont les plus étendues sont les premières qui cassent, & de-là vient qu'une poutre pour rompre dans la situation horizontale doit avoir, selon Galilée, un poids environ plus grand d'un tiers que selon M. Mariotte. Mais M. Bernoulli corrige encore M. Mariotte, qui n'avoit songé qu'à l'extension des fibres d'une poutre qui rompt dans la situation horizontale. Il remarque que si elles s'étendent vers le haut de la base scellée dans le mur, elles se compriment vers le bas, de sorte qu'il y a un point moyen qui ne souffre ni extension ni compression, & que de ce point-là les extensions & les compressions vont toujours en augmentant de part & d'autre.

De plus, M. Mariotte avoit supposé que les extensions des fibres sont proportionnelles aux forces qui les causent, c'est-à-dire que si une certaine force étendoit une fibre d'une certaine quantité, une force double, triple &c. l'étendoit deux fois, trois fois davantage. Mais M. Bernoulli n'admet pas cette hypothèse, parce que comme les forces peuvent augmenter à l'infini, il faudroit donc que les fibres se pussent aussi étendre à l'infini, ce qui est absurde. Cette absurdité est encore plus sensible dans la compression, ainsi qu'il a été dit ci-dessus*. Or l'extension est une compression *negative*, & si la compression n'est pas proportionnelle aux forces, l'extension ne le sera pas non plus.

* p. 124

v. ci-dessus
p. 102. &
103.

Lorsqu'il y a d'un côté une suite de Grandeurs, de l'autre une autre suite, & que dans toutes deux les Grandeurs croissent ou décroissent selon la même proportion, elles peuvent être représentées les unes par les bases parallèles d'un Triangle, les autres par les parties de l'un ou de l'autre des côtés déterminés par ces bases.

Mais quand les deux suites ne marchent pas selon la même proportion, leurs grandeurs ne peuvent être représentées que par les Abscisses & les Ordonnées d'une Courbe; par conséquent c'est ainsi qu'il faut représenter les extensions ou compressions, & les forces qui les causent; & la Courbe de la compression aura une Asymptote, puisque la force comprimente, quoiqu'augmentée à l'infini, ne peut réduire l'étendue du corps à être nulle.

M. Bernoulli ayant ainsi fait entrer dans son hypothèse toutes les conditions que la plus exacte Physique pouvoit désirer, vient enfin au calcul algébrique. Il considère que la force, qui étant sur le point de rompre la poutre étend une partie de ses Fibres, & en comprime une autre, est la même que celle qui les étendrait toutes, ou les comprimerait toutes, soit de la même quantité, soit de deux quantités différentes, selon que le corps seroit également ou inégalement capable d'extension & de compression. Chacune de ces deux actions auroit son point fixe, d'où l'extension, ou la compression iroit toujours en augmentant, & la force qui étendrait ou comprimerait une Fibre agiroit avec d'autant plus d'avantage qu'elle seroit plus éloignée de ce point fixe. Voilà les principes les plus essentiels de ce calcul. Cela supposé, tout ce qui entre dans l'action par laquelle une force tire & étend une Fibre quelconque, c'est cette même Fibre ayant une largeur infiniment petite, multipliée tant par la force qui la tire, que par la distance de cette force au point fixe sur lequel se fait l'extension. Et l'action par laquelle un poids étend inégalement toutes les Fibres d'une poutre, située horizontalement, & prête à rompre, c'est la somme de toutes ces actions particulières. Cette somme trouvée

le par calcul integral, on la compare sans peine à l'action par laquelle un poids romproit la poutre située verticalement ; car ce poids étendrait de la même quantité toutes les Fibres ensemble, & par consequent son action n'est que son produit par la plus grande extension possible de toutes les Fibres.

Il se trouve par-là que la force qui rompt la Poutre dans la situation horisontale, est à celle qui la rompt dans la situation verticale, comme le tiers de la hauteur de la Poutre est à sa longueur, au lieu que selon Galilée ces deux forces sont l'une à l'autre comme la moitié de la hauteur à la longueur. Nous avons déjà dit que c'est-là le resultat de l'hipothese de M. Mariotte comparée à celle de Galilée, & il n'est pas étonnant que M. Bernoulli arrive à la même conclusion que M. Mariotte, quoique par une hipothese differente, car M. Bernoulli établit que la force qui étend & comprime à la fois différentes Fibres dans un même corps, est égale à celle qui selon M. Mariotte les étendrait toutes.

Mais une chose qui malgré cette conformité est particuliere à l'hipothese de M. Bernoulli, c'est que par le rapport qui se trouve entre la quantité dont la Fibre la plus étendue est étendue, & celle dont la Fibre la plus comprimée est comprimée, ou, ce qui revient au même, par le rapport du plus ou moins de facilité qu'il y a à étendre un corps qu'à le comprimer, il détermine le point de la base de la Poutre, où elle ne souffre ni extension ni compression, & c'est-là un centre d'une nouvelle espece, & qui n'a point encore été considéré.

Cette Theorie de M. Bernoulli sur les corps qui souffrent à la fois extension & compression l'a conduit à déterminer la courbure d'une *Lame à ressort*, qui étant posée & attachée perpendiculairement sur un plan par une de ses extrémités, est ensuite pliée par un poids que l'on suspend à l'autre extrémité. Cette *Lame* est en même temps étendue par le poids dans sa surface extérieure, & comprimée dans l'intérieure, & par consequent elle est

à cet égard dans le même cas que la poutre. Galilée a cru que la Lane se courboit en Parabole, mais M. Bernoulli trouve au lieu de la Parabole une Courbe mécanique, d'une construction assez difficile. Il l'appelle *Elastique*. Ce Problème n'avoit point été tenté depuis Galilée, peut-être parce qu'on en avoit senti la difficulté.

Quand M. Bernoulli a travaillé sur les Courbes *Iso-perimetres*, c'est-à-dire, sur celles qui ayant la même *perimetrie* ou longueur devoient produire d'une certaine maniere déterminée des espaces plus grands, ou plus petits, il a trouvé que comme le Cercle est de toutes les Courbes possibles celle qui sous une même perimetrie ou circonference renferme le plus grand espace, & que la Courbe appelée *Chainette* est celle qui en tournant autour de son axe produit la plus grande surface, de même la Courbe *Elastique* est celle qui par cette même révolution produit le plus grand solide, ce qui fait une propriété très-remarquable de l'*Elastique*. Réciproquement de toutes les Courbes qui renferment des espaces égaux, ou produisent par leur révolution autour de leur axe des surfaces égales, ou des solides égaux, le Cercle, la *Chainette*, & l'*Elastique* sont celles qui ont la moindre perimetrie. Cette propriété a été connue dans le Cercle par les Anciens Geometres, mais dans les deux autres Courbes, elle n'a pu être découverte que par la plus profonde Geometrie moderne, & par un calcul très-délicat des Infiniment petits.



**SUR LES PROPORTIONS
NECESSAIRES AUX DIAMETRES
DES TUYAUX,**

*Pour donner précisément certaines quantités d'eau
déterminées.*

LA vitesse de l'eau qui sort d'un Tuyau, & par conséquent la quantité d'eau qui en sort, dépend de la hauteur d'où elle tombe, mais cette hauteur étant supposée toujours la même, il sort une plus grande quantité d'eau par un Tuyau d'une plus grande ouverture, & les ouvertures étant supposées circulaires, les quantités d'eau qui sortent par différentes ouvertures sont comme les quarrés de leurs diametres, puisque c'est-là la proportion des Cercles.

Mais en raisonnant ainsi, on ne considère point le frottement de l'eau contre les parois intérieures du tuyau où elle coule, & il est si ordinaire de ne le point considérer, qu'il n'est pas entré dans cette Theorie si générale que M. Varignon a donnée sur cette matiere, & qui est rapportée dans l'Histoire de 1703. * Lorsqu'on veut en tenir compte, on trouve qu'il doit nécessairement diminuer la vitesse, & par conséquent la quantité de l'eau qui sort, mais il faut savoir selon quelle proportion il la diminue en différents Tuyaux.

Le frottement dont il s'agit ne tombe dans aucun des deux Cas, qui font toute la Theorie générale des frottements expliquée dans l'Histoire de 1703. * Il n'y a ici ni poids à soulever, ni parties à user, seulement les gouttes d'eau, lorsqu'elles viennent à heurter les parties du Tuyau avec un mouvement oblique, ce qui doit arriver très-souvent, perdent tout ce que ce mouvement obli-

V. les M.

P. 275.

* p. 125.

* 105. &

suiv.

que avoit de perpendiculaire par rapport à ces parois, & par conséquent leur vitesse est diminuée d'autant. De-là il suit qu'une même quantité d'eau perd d'autant plus de sa vitesse, qu'elle rencontre une plus grande quantité de parties des parois du Tuyau, ou, ce qui est la même chose, que la surface intérieure du Tuyau est plus grande. Or les Tuyaux étant des Cilindres, les surfaces de deux Tuyaux égaux en longueur sont comme leurs circonférences ou leurs diamètres, & leurs ouvertures comme les quarrés de leurs diamètres, d'où il suit que si deux Tuyaux sont également longs, & que l'un ait un diamètre double de l'autre, le quadruple d'eau qui doit sortir par le plus gros ne trouvera que deux fois plus de résistance de la part de la surface ou du frottement, & par conséquent en trouvera moins à proportion de sa quantité que l'eau qui sort par le petit tuyau, c'est-à-dire en un mot, que le plus gros qui à raison de son diamètre n'auroit dû donner précisément que le quadruple de l'eau du petit, en donnera davantage.

Si l'on veut donc qu'il ne donne précisément que ce quadruple, il faudra diminuer son diamètre, mais de combien le faudra-t'il diminuer, ou en général, un Tuyau quelconque étant donné, quel doit être le diamètre d'un autre Tuyau que l'on veut qui donne précisément une certaine quantité d'eau déterminée par rapport à la première, en tenant compte des frottements de l'eau dans les Tuyaux ? c'est là un Problème auquel on n'avoit point encore touché, & que M. Carré a résolu. Il n'a besoin que de connoître par une expérience fondamentale quelle est la diminution que le frottement apporte à la vitesse de l'eau dans les Tuyaux, après quoi il trouve sans peine par une Equation du second degré le rapport du diamètre qu'on cherche au diamètre donné. Elle roule uniquement sur ces deux Analogies qui suivent de ce qui vient d'être dit. Les diminutions de la vitesse de l'eau sont comme les diamètres, car on suppose les Tuyaux égaux en longueur, & les quantités d'eau qui sortent par les Tuyaux
sont

sont comme les quarrés de leurs diametres, moins la quantité dont chacune est diminuée parce qu'elle a une moindre vitesse.

Monsieur Dalesme a proposé à la Compagnie quelques veuës que l'on a cru qui pourroient être utiles & qui meriteroient que l'on fît les frais des experiences en grand.

Il a imaginé que l'on pourroit employer pour une force mouvante le ressort de la vapeur qui s'éleve de l'eau chaude. Il a fait voir par une Machine où ce ressort seul faisoit jaillir de l'eau à une grande hauteur , combien il a de puissance.

Il a donné un moyen très-simple de faciliter & d'augmenter l'action de ceux qui tirent de grands Bateaux ou des Vaisseaux.

Il croit qu'afin d'avoir plus aisément & en plus grand nombre des bois courbes pour la construction des Vaisseaux , on pourroit plier de jeunes arbres dans les Forêts.

Il a fait des Observations sur la maniere de forger solidement les Ancres , & de bien faire l'alliage des fers doux & aigres dont elles sont composées.

Il a proposé aussi quelques autres idées qui ont rapport à des usages moins importants , & moins nobles, par exemple , une espece de Système des causes qui font fumer les Cheminées , & quelques moyens pour remédier à cet inconvenient. Mais tout cela attend encore la décision souveraine de l'experience.

Monsieur des Billèttes a donné la Description de l'Art de faire la Poudre à canon.

M. Jaugeon à l'occasion des Arts & Métiers qui concernent la soye , a donné une Histoire naturelle des Vers qui la produisent.

MACHINES OU INVENTIONS

APPROUVEES PAR L'ACADEMIE

EN M. DCCV.

I.

UN Parasol brisé de M. Marius , plus léger que les autres , & qui peut être aisément porté dans la poche.

II.

Une Tente brisée du même Inventeur , qui peut être perfectionnée de sorte qu'elle sera plus légère ; de moindre volume , & aussi ferme que les Tentes ordinaires.

III.

Une Carabine que l'on charge par la culasse , sans la briser , inventée par M. de la Chaumette.

IV.

Un Micrometre inventé par le Sr. le Fèvre , Ingenieur pour les Instruments de Mathematique. La division en est telle que le mouvement des soyes répond toujours précisément & sans fraction à des minutes & à des secondes de degré , quoique le Micrometre soit appliqué à des Lunettes de différente grandeur. Cette même division , pourvu qu'on change de *numeration* , divise de 20 secondes en 20 secondes de doit les diametres apparents du Soleil & de la Lune , quoiqu'ils varient , & cela , dans le temps même de l'Observation.

Le Sr. le Fèvre proposa en même temps à l'Académie une autre sorte de division qui rendroit le Micrometre beaucoup plus simple , & qui auroit tous les avantages de l'autre , à cela près qu'elle n'iroit pas à de si petites parties. Ces inventions sont nouvelles , & ont paru fort ingénieuses. On n'en a point encore vu l'usage.

ELOGE DE M. BERNOULLI.

JAcques Bernoulli nâquit à Basse le 27 Decembre 1654. Il étoit fils de Nicolas Bernoulli encore vivant, qui a des charges considerables dans sa Republique. Un des freres de celui dont nous parlons, est encore plus élevé en dignité que son Pere.

M. Bernoulli reçut l'éducation ordinaire de son temps ; on le destinoit à être Ministre, & on lui apprit du Latin, du Grec, de la Philosophie Scolastique, nulle Geometrie, mais dès qu'il eût veu par hasard des figures geometriques, il en sentit le charme, si peu sensible pour la plupart des Esprits. A peine avoit-il quelque Livre de Mathematique, encore n'en pouvoit-il jouir qu'à la dérobee, à plus forte raison il n'avoit pas de Maître, mais son goût, joint à un grand talent, fut son Précepteur. Il alla même jusqu'à l'Astronomie, & comme il avoit toujours à vaincre l'opposition de son Pere qui avoit d'autres veuës sur lui, il exprima sa situation par une Devise où il representoit Phaëton conduisant le Char du Soleil, avec des mots Latins qui signifioient, *Je suis parmi les Astres malgré mon Pere.*

Il n'avoit que 18 ans, & n'étoit presque encore Mathematicien que par sa violente inclination pour les Mathematiques, lorsqu'il resolut ce Problème Chronologique assez difficile, où les années du Cycle Solaire, du Nombre d'or, & de l'Indiction étant données, il s'agit de trouver l'année de la Periode Julienne.

A 22 ans il se mit à voyager. Etant à Geneve, il apprit à écrire à une fille qui avoit perdu la veuë deux mois après sa naissance, & il imagina pour cela un moyen nouveau, parce qu'il avoit reconnu & par raisonnement & par experience l'inutilité de celui que Cardan a proposé. A Bordeaux, il fit des Tables Gnomoniques uni-

verfelles, qui font prefentement prêtes à imprimer. Après avoir veu la France, il revint chés lui en 1680. Là il comença à étudier la Philosophie de Descartes. Cette excellente lecture l'éclaira plus qu'elle ne le perfuada, & il tira de ce grand Auteur affés de force pour pouvoir enfuite le combattre lui-même.

Heureufement à la fin de 1680, il parut un Phenomene propre à exercer un Philofophe naiffant. C'étoit cette Comete, qui a fait naître des Ouvrages fameux, & entre autres, le premier que M. Bernoulli ait donné au Public. Il l'intitula, *Conamen Novi Systematis Cometarum, pro motu eorum sub calculum revocando, & apparitionibus prædicendis*. Il fuppose que les Cometes font des Satellites d'une même Planete, fi élevée au deffus de Saturne, quoique placée dans le Tourbillon du Soleil, qu'elle eft toujours invifible à nos yeux, & que fes Satellites ne deviennent vifibles que quand ils font par rapport à nous dans la partie la plus baffe de leur cercle. De-là il conclut que les Cometes font des Corps éternels, & que leurs retours peuvent être prédits, ce qui eft auffi la penfée de M. Caffini. La Comete de 1680 doit, felon le Systême & le calcul de M. Bernoulli, reparoitre en 1719 le 17 Mai, dans le premier degré 12' de la Balance. Voilà une prédiction bien hardie par l'exaétitude des circonftances.

Ici, je ne puis m'empêcher de rapporter une objection qui lui fut propofée très-férieufement, & à laquelle il daigne répondre de même, c'eft que fi les Cometes font des Aftres réglés, ce ne font donc plus des fignes extraordinaires de la colere du Ciel. Il effaye plusieurs réponfes différentes, & enfin il en vient jufqu'à dire que la Tête de la Comete qui eft éternelle n'eft pas un figne, mais que la Queuë en peut être un, parce que, felon lui, elle n'eft qu'accidentelle; tant il faloit encore avoir de menagements pour cette opinion populaire, il y a 25 ans. Maintenant on eft dispensé de cet égard, c'eft-à-dire que le gros du monde eft guéri fur le fait des Cometes, & que les fruits de la faine Philofophie fe font répandus de pro-

che en proche. Il seroit assés bon de marquer, quand on le pourroit, l'Epoque de la fin des erreurs qu'elle a détruites.

En 1682 M. Bernoulli publia sa Dissertation *De gravitate Ætheris*. Il n'y traite pas seulement de la pesanteur de l'Air, si incontestable & si sensible par le Barometre, mais principalement de celle de l'Ether, ou d'une matiere beaucoup plus subtile que l'Air que nous respirons. C'est à la pesanteur & à la pression de cette matiere qu'il rapporte la Dureté des Corps. Il proteste dans sa Préface qu'en imaginant ce Système, il ne se souvenoit point de l'avoir lû dans le célèbre Ouvrage de la *Recherche de la Verité*, & il s'applaudit d'être tombé dans la même pensée que le P. Mallebranche, & , ce qui est encore plus remarquable, d'y être arrivé par le même chemin.

Comme l'alliance de la Geometrie & de la Phisique fait la plus grande utilité de la Geometrie, & toute la solidité de la Phisique, il forma des Assemblées & une espece d'Academie, où il faisoit des Experiences qui étoient ou le fondement, ou la preuve des calculs geometriques, & il fut le premier qui établit dans la Ville de Basle cette maniere de philosopher, la seule raisonnable, & qui cependant a tant tardé à paroître.

Il penetrait déjà dans la Geometrie la plus abstruse, & la perfectionnoit par ses découvertes, à mesure qu'il l'étudioit, lorsqu'en 1684 la face de la Geometrie changea presque tout à coup. L'Illustre M. Leibnits donna dans les Actes le Leipsic quelques essais de son nouveau Calcul différentiel, ou des Infiniment petits, dont il cachoit l'art & la methode. Aussitôt M^{re}. Bernoulli, car M. Bernoulli l'un de ses freres, & son cadet, fameux Geometre, a la même part à cette gloire, sentirent par le peu qu'ils voyoient de ce calcul quelle en devoit être l'étendue & la beauté, ils s'appliquerent opiniâtrément à en chercher le secret, & à l'enlever à l'inventeur, ils y réussirent, & perfectionnerent cette Methode au point que M. Leibnits par une sincerité digne d'un grand hom-

me a déclaré qu'elle leur appartenoit autant qu'à lui. C'est ainsi que le moindre rayon de verité qui s'échape au travers de la nuë eclaire suffisamment les grands Esprits , tandis que la verité entierement dévoilée ne frappe pas les autres.

La Patrie de M. Bernoulli rendit justice à un Citoyen qui l'honoroit tant , & en 1687 il fut élu par un consentement unanime Professeur en Mathematique dans l'Université de Basle. Alors il fit paroître un nouveau talent , c'est celui d'instruire. Tel est capable d'arriver aux plus hautes connoissances qui n'est pas capable d'y conduire les autres . & il en coûte quelquefois plus à l'Esprit pour redescendre , que pour continuer à s'élever. M. Bernoulli par l'extrême netteté de ses Leçons , & par les grands progrès qu'il faisoit faire en peu de temps , attira à Basle un grand nombre d'Auditeurs Etrangers.

Les exercices que demandoit sa place de Professeur produisirent entre autres fruits tout ce qu'il a donné sur les *Series* ou Suites infinies de Nombres. Il s'agit de trouver ce que vaut la somme d'une infinité de Nombres réglés selon quelque ordre ou quelque loi , & sans doute la Geometrie ne montre jamais plus d'audace que quand elle prétend se rendre maîtresse de l'infini même , & le traiter comme le fini. Par-là on découvre des Rectifications , ou des Quadratures de Courbes , car toutes les Courbes peuvent passer pour des suites infinies de lignes droites infiniment petites , & les espaces qu'elles comprennent pour une infinité d'espaces infiniment petits , tous terminés par des lignes droites. Tantôt on trouve que ces Suites , qui comprennent une infinité de termes , ne valent néanmoins qu'un certain terme fini , & alors les Courbes qu'elle représentent sont ou rectifiables , ou quarrables , tantôt on trouve que ces Suites se perdent dans leur infini , & se dérobent absolument au Calcul , & en ce cas là les longueurs des Courbes ou leurs espaces échapent aussi à nos recherches. Archimede paroît avoir été le premier qui ait trouvé la somme d'une Pro-

gression geometrique infinie décroissante, & par-là il découvrit très ingenieusement la Quadrature de la Parabole; M. Wallis, célèbre Mathematicien Anglois, a composé sur ces suites son *Arithmetique des Infinis*, & après lui M^{rs} Leibnits & Bernoulli poussèrent encore cette Theorie beaucoup plus loin.

Mais le travail le plus assidu de M. Bernoulli eut pour objet le Calcul des Infiniment petits, & les recherches où il étoit necessaire. Lui & le petit nombre de ses pareils avoient découvert comme un nouveau Monde inconnu jusque-là, d'un abord difficile, même dangereux, d'où l'on rapportoit des richesses immenses, que l'on neût pas trouvées dans l'Ancien. Déjà en faisant l'Eloge de feu M. le Marquis de l'Hôpital, nous avons fait en partie celui de M. Bernoulli, parce qu'ils ont souvent donné par la Methode qui leur étoit commune la solution des mêmes Problèmes, où toute autre Methode n'auroit point eu de prise. Nous ne repeterons point ici ce qui a été dit, nous y ajouterons seulement quelques unes des découvertes particulieres à M. Bernoulli.

* V. l'Hist.
de 1704. p.
125.

Le Calcul differentiel étant supposé, on fait combien est necessaire le Calcul Intégral, qui en est, pour ainsi dire, le renversement; car comme le Calcul differentiel descend des grandeurs finies à leurs infiniment petits, ainsi le Calcul integral remonte des infiniment petits aux grandeurs finies, mais ce retour est difficile, & jusqu'apresent impossible en certains cas. En 1691 M. Bernoulli donna deux Essais du Calcul Intégral, les premiers qu'on eût encore veus, & ouvrit cette nouvelle carriere aux Geometres. Ces deux Essais regardoient la rectification & la quadrature de deux differentes especes de Spirales; l'une est formée par les extrêmités des Ordonnées d'une Parabole ordinaire, dont l'axe seroit roulé en cercle, l'autre est la Spirale Logarithmique, qui fait toujours le même angle avec ses Ordonnées concourantes à son centre. Et comme la Courbe appelée Loxodromique, décrite par un Vaisseau qui suit toujours le même

rhumb de vent, fait aussi toujours le même angle avec tous les Meridiens, il s'ensuit que si les Meridiens étoient des lignes droites concourantes au Pole, la Loxodromique deviendrait la Spirale Logarithmique. De-là M. Bernoulli prit occasion de passer de la Spirale Logarithmique à la Loxodromique, & découvrit beaucoup de choses nouvelles, & fort curieuses par rapport aux Longitudes, & à la Navigation.

En ce temps-là, le Problème de la *Chainette* qu'il avoit proposé, faisoit beaucoup de bruit parmi les grands Geometres. C'est la courbure que doit prendre une Chaîne, attachée fixement par ses deux extrémités, également pesante en toutes les parties, & dont chaque partie est tirée en embas par son propre poids, & en même temps retenuë par les points fixes. Après que M^{rs}. Leibnits, Huguens, & Bernoulli son frere eurent resolu le Problème, & déterminé cette courbure, il prouva en 1692 qu'elle étoit la même que celle d'une Voile enflée par le vent. Et comme il commençoit alors ses recherches & ses découvertes sur la courbure que prendroit une *Lame à ressort* dont une extrémité seroit attachée fixement sur un plan, & l'autre porteroit un poids, il fit voir que si cette même Voile qui enflée par un vent horizontal se courberoit en *Chainette*, étoit enflée par un liquide qui pesât sur elle verticalement, elle se courberoit comme une *Lame à ressort*, ou en *Elastique*, * car c'est le nom qu'il donne à cette Courbe. Ces déterminations ne sont pas de simples jeux de Geometrie, estimables seulement par leur difficulté, elles peuvent entrer dans des questions délicates de Physique ou de Mechanique, quand il faudra connoître avec précision l'action des liquides ou des poids.

* V. ci-dessus p. 133.
* 134.

Pour épargner un plus long détail des recherches geometriques de M. Bernoulli, il suffira d'ébaucher ici l'idée de sa Theorie des Courbes qui roulent sur elles mêmes. Une Courbe quelconque étant proposée, il la conçoit comme immobile, & en même temps il conçoit qu'une
autre

autre Courbe égale & semblable, c'est-à-dire, la même en espece, roule sur elle, & applique tous ses points aux siens les uns après les autres. En joignant à cette considération celle de la Développée qui auroit produit la Courbe proposée, non-seulement il tire du roulement de cette Courbe sur elle même une Roulette ou Cycloïdale décrite à la maniere ordinaire par un point fixe de la Courbe mobile, mais encore la Cautique par reflexion, & deplus deux Courbes, dont il appelle la premiere *Antideveloppée*, la seconde *Pericaustique*, & pour se conduire dans ce Labyrinthe de Courbes différentes, & en déterminer la nature, il n'a besoin que de connoître la premiere, generatrice de toutes les autres.

Par-là, il arriva à une merveilleuse propriété de la Spirale Logarithmique; c'est que toutes les Courbes, ou qui la produisent ou qu'elle produit de la maniere qu'on vient d'expliquer, sa Développée, sa Cautique, sa Cycloïdale, son Antideveloppée, sa Pericaustique, sont d'autres Spirales Logarithmiques égales & semblables en tout à la generatrice. Il est facile de juger que de pareilles resolutions demandent un grand appareil de Geometrie, & doivent être les derniers efforts de l'esprit Mathematique.

Ces mêmes roulements de Courbes conduisirent M. Bernoulli à la découverte des deux Formules générales des Cautiques par reflexion & par refraction qui comprennent deux Sections du Livre de M. de l'Hôpital, ou plutôt toute la Catoptrique, & toute la Dioptrique. Mais M. Bernoulli avoit supprimé l'Analyse des Formules, & M. de l'Hôpital en a revelé le mystere.

Toutes ces recherches, & quantité d'autres aussi profondes qu'il faut passer sous silence, ont été exécutées par le Calcul des Infiniment petits, & pouvoit-on mieux en prouver l'excellence, & dans le même temps enseigner l'art de le manier? Aussi cette Methode est-elle devenue celle de tous les grands Geometres sans exception, & quoiqu'elle soit quelquefois épineuse, il est infiniment

plus aisé d'apprendre à s'en servir , que d'aller loin sans son secours.

Quand l'Academie Royale des Sciences reçût du Roy en 1699, un Reglement qui lui laissoit la liberté de choisir 8 Associés Etrangers , aussitôt tous les suffrages donnerent place aux deux freres Bernoulli dans ce petit nombre. M. l'Electeur de Brandebourg ayant aussi établi à Berlin une Academie dont le célèbre M. Leibnits a la direction , ils y furent pareillement associés tous deux en 1701. Quoiqu'absents , ils ont satisfait ici à leur devoir d'Academiciens par des pièces excellentes & singulieres dont nos Histoires ont été enrichies. On a vu dans celle de 1702. * la Section indéfinie des Arcs circulaires de M. Bernoulli de Basle , dans celle de 1703 * sa Theorie du Centre d'Oscillation , & dans celle de cette année on a vu * sa nouvelle Hypothese de la Resistance des solides , & l'Analyse de la Courbe Élastique. Il avoit déjà donné dans les Actes de Leipfic quelque idée , mais imparfaite , de la plupart de ces recherches , & il ne les a envoyées à l'Academie qu'après les avoir mises dans un état à le contenter lui-même.

Tandis que le Professeur de Basle se faisoit un si grand nom , son cadet , Professeur en Mathematique à Groningue , ne s'en faisoit pas un moins éclatant , ils couroient tous deux la même carrière , & d'un pas égal. Les Savants du premier ordre auroient peine à le devenir , s'ils n'étoient passionnés pour leur science , & possédés par un goût , supérieur à tout. Une émulation vive se mit entre les deux freres , fomentée encore par leur éloignement qui les reduisoit à ne se parler presque que dans des Journaux , & qui étoit propre à entretenir longtemps entre eux un malentendu , s'il en pouvoit naître quelqu'un. Enfin l'Aîné ramassant toute sa force , lança , pour ainsi dire , un Problème qu'il adressoit , non-seulement à tous les Geometres , mais aussi à son frere en particulier , lui promettant même publiquement une certaine somme , s'il le pouvoit résoudre. Il le résolut , & même assez promptement.

* p. 58.

* p. 114.

* p. 130.

tement, mais il donna sa solution sans Analise. M. Bernoulli de Basle qui trouva cette solution en partie différente de la sienne, demanda à voir l'Analise, pour découvrir d'où pouvoit naître la difference des solutions. Mais sur les Juges qui devoient examiner cette Analise, & sur quelques autres circonstances du jugement, il survint des difficultés, qui n'ont pas été terminées. Le détail en seroit trop long, il suffira que l'on sache que ce Problème regardoit les figures *Isoperimetres*. Entre une infinité de Courbes possibles qui ont la même *perimétrie* ou la même longueur, il falloit trouver d'une maniere générale celles qui dans certaines conditions renfermoient les plus grands, ou les plus petits espaces, ou en faisant une révolution autour de leurs axes produisoient les plus grandes, ou les plus petites superficies, ou les plus grands, ou les plus petits Solides. On peut juger de la difficulté du Problème par l'intention dans laquelle il avoit été choisi.

C'est M. Bernoulli qui a pris soin de l'Edition, que l'on a faite à Basle de la Geometrie de Descartes; il étoit si rempli de ces matieres que les Epreuves qu'il avoit à corriger, ne pouvoient pas lui passer par les mains sans lui faire naître des pensées, & des reflexions, & il embellit l'Ouvrage du grand Descartes par des Notes, qui quoique faites à la hâte, *Tumultuariae* comme il les appelle, sont très-curieuses, & très-instructives.

Ses travaux continuels, causés & par les devoirs de sa place, & par l'avidité de savoir, & par le plaisir des succès, furent apparemment ce qui le rendit sujet à la goutte d'assés bonne heure, & enfin ils le firent tomber dans une fièvre lente dont il mourut le 16 Août de cette année, âgé de 50 ans & 7 mois. Deux ou trois jours avant sa mort, dans le temps des soins les plus sérieux, il pria M. Herman, son compatriote, son ami particulier & illustre Geometre, de remercier l'Académie des Sciences de la place qu'elle lui avoit donnée dans son corps. A l'exemple d'Archimede qui voulut orner son Tombeau de sa plus belle découverte geometrique, & ordonna que

l'on y mît un Cylindre circonscrit à une Sphère, M. Bernoulli a ordonné que l'on mît sur le sien une Spirale Logarithmique, avec ces mots *Eadem mutata resurgo*, allusion heureuse à l'esperance des Chrétiens représentée en quelque sorte par les propriétés de cette Courbe. Il achevoit un grand Ouvrage *De Arte Conjectandi*, & quoiqu'il n'en ait rien paru, nous pouvons en donner une idée sur la foi de M. Herman. Les Regles d'un jeu étant supposées, & deux Joueurs de la même force, on peut, en quelque état que soit une partie, déterminer par l'avantage qu'un des Joueurs a sur l'autre, combien il y a plus à parier qu'il gagnera. Le pary change selon tous les differents états où sera la partie, & quand on veut considerer tous ces changements, on trouve quelquefois des Series ou suites de Nombres réglées, & même nouvelles & singulieres. Si l'un suppose les Joueurs inégaux, on demande quel avantage le plus fort doit accorder à l'autre, ou reciproquement l'un ayant accordé à l'autre un certain avantage, on demande de combien il est plus fort, & il est à remarquer que souvent les avantages ou les forces sont incommensurables, desorte que les deux Joueurs ne peuvent jamais être parfaitement égaux. Les raisonnemens que ces sortes de matieres demandent sont ordinairement plus déliés, plus fins, composés d'un plus grand nombre de veuës qui peuvent échaper, & par conséquent plus sujets à erreur que les autres raisonnemens mathematiques. Par exemple deux Joueurs égaux jouant en 4 parties liées, si l'un en a gagné 3 & l'autre 2, il faut raisonner assés juste pour déterminer précisément que l'on peut parier 3 pour celui qui a les 3 parties, & 1 seulement pour celui qui en a 2. Ce cas est des plus simples, & on peut juger par-là de ceux qui sont infiniment plus compliqués. Quelques grands Mathematiciens, & principalement M^{rs}. Paschal & Huguens, ont déjà proposé ou résolu des Problèmes sur cette matiere, mais ils n'ont fait que l'effleurer, & M. Bernoulli l'embrassoit dans une plus grande étendue, & l'approfondissoit beaucoup davantage.

Il la portoit même jusqu'aux choses Morales & Politiques, & c'est là ce que l'Ouvrage doit avoir de plus neuf, & de plus surprenant. Cependant si l'on considère de près les choses de la vie sur lesquelles on a tous les jours à délibérer, on verra que la délibération devoit se réduire, comme les Paris que l'on feroit sur un jeu, à comparer le nombre des cas où arrivera un certain événement au nombre des cas où il n'arrivera pas. Cela fait, on sauroit au juste, & on exprimeroit par des nombres de combien le parti qu'on prendroit seroit le meilleur. Toute la difficulté est qu'il nous échape beaucoup de cas où l'événement peut arriver, ou ne pas arriver, & plus il y a de ces cas inconnus, plus la connoissance du parti qu'on doit prendre paroît incertaine. La suite de ces idées a conduit M. Bernoulli à cette question, Si le nombre des cas inconnus diminuant toujours la probabilité du parti qu'on doit prendre en augmente nécessairement, de sorte qu'elle vienne à la fin à tel degré de certitude qu'on voudra. Il semble qu'il n'y ait pas de difficulté pour l'affirmative de cette Proposition, cependant M. Bernoulli qui possédoit fort cette matière assuroit que ce Problème étoit beaucoup plus difficile que celui de la Quadrature du cercle, & certainement il seroit sans comparaison plus utile. Il n'est pas si glorieux à l'Esprit de Geometrie de regner dans la Physique, que dans les choses Morales, si compliquées, si casuelles, si changeantes; plus une matière lui est opposée, & rebelle, plus il a d'honneur à la dompter.

M. Bernoulli étoit d'un temperament bilieux & mélancolique, caractère qui donne plus que tout autre, & l'ardeur, & la constance, nécessaires pour les grandes choses. Il produit dans un Homme de Lettres une étude assidue & opiniâtre, & se fortifie incessamment par cette étude même. Dans toutes les recherches que faisoit M. Bernoulli, sa marche étoit lente, mais sûre, ni son génie, ni l'habitude de réussir ne lui avoient inspiré de confiance, il ne donnoit rien qu'il n'eût remanié bien des fois, & il

150 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE
n'avoit jamais cessé de craindre ce même Public qui avoit tant de veneration pour lui.

Il s'étoit marié à l'âge de 30 ans, & a laissé un fils & une fille.

Sa place d'Associé Etranger a été remplie par M. Bianchini, Camerier d'honneur du Pape, Chanoine de Saint Laurent in Damaso.

ELOGE DE M. AMONTONS.

Guillaume Amontons nâquit l'an 1663 sur le minuit du dernier jour d'Août. Il étoit fils d'un Avocat qui ayant quitté la Normandie, d'où il étoit originaire, étoit venu s'établir à Paris. Il étudioit encore en Troisième, lorsqu'il lui resta d'une maladie une surdité assés considerable, qui le sequestra presque entierement du commerce des hommes, du moins, de tout commerce inutile. N'étant plus qu'à lui-même, & livré aux pensées qui sortoient du fond de la nature, il commença à songer aux Machines. Il entreprit d'abord la plus difficile de toutes, ou plutôt la seule impossible, je veux dire, le Mouvement perpetuel, dont il ne connoissoit ni l'impossibilité ni la difficulté. En y travaillant il s'apperçut qu'il devoit y avoir des principes dans cette matiere, & qu'à moins que de les savoir, on y perdoit son temps & sa peine. Il se mit donc dans la Geometrie, quoique selon la coutume de toutes les familles, la sienne s'y opposât, & sans doute avec assés de raison, si on ne regarde les sciences que comme des moyens d'arriver à la fortune.

On assure qu'il ne voulut jamais faire de remedes pour sa surdité, soit qu'il desespérât d'en guerir, soit qu'il se trouvât bien de ce redoublement d'attention & de recueillement qu'elle lui procuroit, semblable en quelque chose à cet Ancien que l'on dit qui se creva les yeux pour n'être pas distrait dans ses meditations philosophiques.

M. Amontons apprit le Dessin , l'Arpentage , l'Architecture , & fut employé dans plusieurs Ouvrages publics, mais il ne fut pas long-temps sans s'élever plus haut , & il joignit à cette Mécanique qui produit nos Arts, & n'est occupée que de nos besoins, la connoissance de la sublime Mécanique , qui a disposé l'Univers.

Les Instruments , tels que les Barometres, les Thermometres, & les Hygrometres, destinés à mesurer des variations physiques, qui nous étoient, il y a peu de temps, ou absolument inconnues, ou connues seulement par le rapport confus & incertain de nos sens, sont peut-être de toutes les inventions utiles de la Philosophie moderne, celles où l'application de la Mécanique à la Physique est la plus délicate, & d'ailleurs comme on s'étoit contenté du premier hasard, ou de la première idée qui avoit fait naître ces inventions assez heureusement, elles étoient demeurées ou defectueuses en elles mêmes, ou d'un usage peu commode. M. Amontons les étudia avec beaucoup de soin, & en 1687 n'ayant encore que 24 ans, il presenta à l'Académie des Sciences un nouvel Hygrometre qui en fut fort approuvé. Il proposa aussi à M. Hubin, fameux Emailleur, & fort habile en ces matieres, différentes idées qu'il avoit pour de nouveaux Barometres & Thermometres, mais M. Hubin l'avoit prevenu dans quelques-unes de ses pensées, & il fit peu d'attention aux autres, jusqu'à ce qu'il eût fait un Voyage en Angleterre, où elles lui furent proposées par quelques-uns des principaux membres de la Société Royale.

Peut-être ne prendra-t-on que pour un jeu d'esprit, mais du moins très ingénieux, un moyen qu'il inventa de faire savoir tout ce qu'on voudroit à une très-grande distance, par exemple, de Paris à Rome, en très-peu de temps, comme en 3 ou 4 heures; & même sans que la nouvelle fût scüe dans tout l'espace d'entre-deux. Cette proposition si paradoxale, & si chimérique en apparence fut exécutée dans une petite étendue de pays, une fois en présence de Monseigneur, & une autre, en présence

de Madame ; car quoique M. Amontons n'entendît nullement l'art de se produire dans le monde , il étoit déjà connu des plus grands Princes à force de merite. Le secret consistoit à disposer dans plusieurs Postes consecutifs , des gens qui par des Lunettes à longue veüe ayant aperçû certains signaux du poste precedent les transmissent au suivant , & toujours ainsi de suite , & ces differens signaux étoient autant de Lettres d'un Alphabet, dont on n'avoit le Chiffre qu'à Paris & à Rome. La grande portée des Lunettes faisoit la distance des postes, dont le nombre devoit être le moindre qu'il fût possible , & comme le second poste faisoit les signaux au troisieme , à mesure qu'il les voyoit faire au premier , la nouvelle se trouvoit portée de Paris à Rome presque en aussi peu de temps qu'il en falloit pour faire les signaux à Paris.

En 1695 M. Amontons donna le seul Livre imprimé qui ait paru de lui , & le dedia à l'Academie des Sciences. Il est intitulé *Remarques & Experiences Physiques sur la construction d'une Nouvelle Clepsidre , sur les Barometres , Thermometres , & Hygrometres*. Quoique les Clepsidres , ou Horloges à eau , si usitées chés les Anciens , aient été entierement abolies parmi nous par les Horloges à roues infiniment plus justes , & plus commodes , M. Amontons ne laissa pas de prendre beaucoup de peine à la construction de sa Clepsidre , dans l'esperance qu'elle pourroit servir sur mer ; car de la maniere dont elle étoit faite , le mouvement le plus violent que pût avoir un Vaisseau ne la deregloit point , au lieu qu'il deregloit infailliblement les autres Horloges. On a pû voir dans le Livre de M. Amontons avec combien d'art sa Clepsidre étoit construite ; il n'y a guere d'apparence qu'il se soit rencontré avec aucun des anciens Inventeurs.

Il entra dans l'Academie en 1699 , lorsqu'elle reçut son nouveau Reglement. Aussitôt il donna dans nos Assemblées sa Theorie des Frottements , qui a tant éclairci une matiere si importante dans la Mechanique , & jusque-là si obscure. Son nouveau Thermometre vint ensuite , invention

tion qui n'est pas seulement utile pour la pratique , mais qui a donné de nouvelles veuës pour la Speculation. Nos Histoires ont parlé à fond de ces découvertes , un Vo-
 lume nouveau qui va paroître en contiendra encore
 une autre du même Auteur , c'est son Barometre rec-
 tifié , & le Volume qui viendra encore après contien-
 dra son Barometre sans Mercure à l'usage de la Mer , &
 des Experiences nouvelles & fort curieuses qu'il a faites
 sur le Barometre & sur la nature de l'air , tant le nom &
 les découvertes de M. Amontons ont de peine , pour
 ainsi dire , à quitter la place qu'ils tenoient dans nos
 Histoires.

*Cela étoit vrai
 le 14 Novem-
 bre 1705 que
 cet Eloge fut
 lu dans une
 Assemblée pu-
 blique . L'is-
 soire de 1704
 n'étant pas en-
 core achevée
 d'imprimer.*

En effet , celle que cet Academicien remplissoit dans la Compagnie étoit presque unique. Il avoit un don singulier pour les Experiences , des idées fines & heureuses , beaucoup de ressources pour lever les inconveniens , une grande dextérité pour l'exécution , & on croyoit voir revivre en lui M. Mariotte , si célèbre par les mêmes talents. Nous ne craignons point de comparer à un des plus grands sujets qu'ait eus l'Academie un simple Eleve tel qu'étoit M. Amontons ; le nom d'Eleve n'emporte parmi nous aucune difference de merite , il signifie seulement moins d'ancienneté , & une espece de survivance.

M. Amontons jouissant d'une santé parfaite , qui se déclaroit même par toutes les apparences exterieures , n'étant sujet à aucune infirmité , menant & ayant toujours mené la vie du monde la plus réglée , fut tout d'un coup attaqué d'une inflammation d'entrailles , la gangrene s'y mit en peu de jours , & il mourut le 11 Octobre âgé de 42 ans & près de deux mois. Il étoit marié & n'a laissé qu'une fille âgée de 2 mois.

Le Public perd par sa mort plusieurs inventions utiles qu'il meditoit , sur l'Imprimerie , sur les Vaisseaux , sur la Charue. Ce qu'on a vu de lui répond que ce qu'il croyoit possible devoit l'être à toute épreuve , & le genie de l'invention , naturellement subtil , hardi , & quelquefois pré-

somptueux, avoit en lui toute la solidité, toute la retenue, & même toute la défiance nécessaires.

Les qualités de son cœur étoient encore préférables à celles de son esprit, une droiture si naïve & si peu méditée qu'on y voyoit l'impossibilité de se démentir, une simplicité, une franchise & une candeur que le peu de commerce avec les hommes pouvoit conserver, mais qu'il ne lui avoit pas données, une entière incapacité de se faire valoir autrement que par ses Ouvrages, ni de faire sa cour autrement que par son mérite, & par conséquent une incapacité presque entière de faire fortune.

FIN.

MÉMOIRES

DE

MATHÉMATIQUE

ET

DE PHYSIQUE.

TIREZ DES REGISTRES

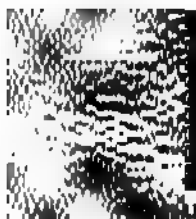
de l'Académie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCV.

OBSERVATIONS

De la quantité d'eau de pluie qui est tombée à l'Observatoire Royal pendant l'année dernière 1704, avec les hauteurs du Barometre & du Thermometre, & des remarques sur les vents qui ont régné.

PAR M. DE LA HIRE.



DURANT l'année 1704 l'eau qui est tombée a été distribuée assez également dans tous les mois, si l'on en excepte les deux de Juillet & d'Octobre où il a plu tres-peu. La sécheresse de ce dernier est pour faire commodément les semences.

1705.
10. Janvier.

1705.

A

2 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Voici la quantité de l'eau pendant chaque mois.

Janvier.	15 ¹¹ / ₁₆ .	May.	27 ¹ / ₄	Septembre.	34
Février.	15 ¹ / ₂	Juin.	24 ¹ / ₄	Octobre.	8 ⁵ / ₄
Mars.	19 ¹ / ₄	Juillet.	9 ⁵ / ₄	Novembre.	19 ¹ / ₄
Avril.	16	Aoult.	27	Decembre.	23

Somme de l'eau de toute l'année 238¹/₂ lignes, ou bien 19 pouces 10 lignes, ce qui est fort proche des 19 pouces que nous avons déterminés pour la quantité moyenne de l'eau qui tombe chaque année.

Sur les Vents.

Dans tout le mois de Janvier le vent a regné vers le Nord, en tirant dans le commencement vers l'Est, & à la fin vers l'Oüest : Il n'a pas plu depuis le 10 jusqu'au 24.

Dans le mois de Février le vent a été presque toujours à l'Oüest, & quelquefois au Sud.

En Mars le vent a été presque toujours au Sud : dans le commencement il tiroit à l'Oüest, & à la fin vers l'Est : Il n'a pas plu depuis le 15 jusqu'au 3 du mois suivant.

En Avril le vent a été de même, hormis dans les derniers jours où il s'est tourné vers le Nord.

En May il y a eu beaucoup d'inconstance dans le vent.

En Juin le vent étoit dans le commencement entre le Nord & l'Est, & à la fin vers l'Oüest.

En Juillet le vent d'Oüest a été le dominant, & il n'a plu que 4 lignes depuis le 27 Juin jusqu'au 28 de ce mois.

En Aoult le vent a passé de l'Est au Nord, & ensuite à l'Oüest.

En Septembre le vent a presque toujours été au Sud-Oüest.

En Octobre le principal vent a été celui du Nord, tirant tantôt à l'Est, & tantôt à l'Oüest. Depuis le 4 de ce mois jusqu'au 27 il n'a plu qu'une ligne.

En Novembre le vent étoit au commencement vers le Nord, & au milieu & jusqu'à la fin vers le Sud-Oüest.

En Decembre le vent principal & dominant étoit le Sud-Oüest.

On voit par toutes ces observations que le vent qui a le plus regné a été celui de l'Oüest, comme il arrive presque toujours dans ces païs-ci ; & c'est aussi de ces sortes de vents qu'il pleut ordinairement. Mais les pluies qui ont été les plus abondantes, mais qui n'ont pas passé un pouce de hauteur, sont venues avec un vent du côté du Nord. Il n'y a pas eu d'orages considerables pendant cette année.

Sur le Barometre.

Ce qu'il y a de plus considerable dans le Barometre qui nous marque la pesanteur de l'air, ce sont les changemens qui lui arrivent en deux ou trois jours, où nous le voïons souvent descendre & monter de plus d'un pouce ; ce qui nous fait connoître les grandes variations qui arrivent en peu de tems à la hauteur de l'atmosphère. Car pour rendre raison de ces différentes pesanteurs de l'air, il ne me paroît pas vrai-semblable de supposer, comme font quelques Philosophes, differens liquides & de différente pesanteur sur la surface de la terre, qui sont tantôt portés d'un côté & tantôt de l'autre ; car ils devroient être ordinairement plus legers quand l'air est plus chargé de vapeurs, comme les observations nous le font connoître.

Il me semble qu'on peut fort bien expliquer, comme il suit, tout ce que nous observons de la pesanteur de l'air ou de l'atmosphère dans toutes ses circonstances. Nous sçavons par des observations tres-exactes que le Barometre s'éleve en general moins haut entre les Tropiques que dans les païs Septentrionaux ; d'où l'on peut conjecturer que la figure de l'atmosphère est un spherôide long dont l'axe est joint à celui de la terre, ce qui est assez facile à expliquer dans le système de Copernic. Mais comme partout où il y a de l'air il peut y avoir des vents, si le même vent regne dans toute la masse de l'air & qu'il vienne du midy, il abaissera la hauteur de l'atmosphère dans ces

4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

païs-ci; & au contraire s'il vient du Septentrion, il l'élevera. Mais aussi comme les vents du Midy nous apportent de la pluie, en s'ensuivra qu'il doit pleuvoir quand l'air paroîtra léger: tout le contraire arrivera de l'autre côté.

C'est en general ce qui doit suivre de cette supposition; mais si le vent de Midy ne regne que sur la surface de la terre, & qu'il y ait un vent de Nord dans la partie supérieure, il pourra pleuvoir quoique l'air paroisse fort pesant, & par une raison contraire il pourra faire un tems fort serein avec un vent de Nord & le Barometre étant fort bas; car nous ne pouvons observer que les vents qui sont fort proche de la terre.

Pendant cette année le Barometre est monté assez souvent au-delà de 28 pouces; mais il est monté au plus haut le 25 Decembre au matin à 28 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$, & le plus bas a été le 25 Novembre à 26 pouces 11 lignes à la hauteur de la grande Salle de l'Observatoire où est placé mon Barometre. Toute la difference de hauteur entre le plus haut & le plus bas a donc été de 1 pouce 4 lignes $\frac{1}{2}$.

On ne peut rien conclure des vents qui ont regné dans les plus grandes ou moindres hauteurs du Barometre par les raisons que j'ay rapportées cy-dessus, puisque nous ne pouvons observer que les vents qui sont vers la surface de la terre. J'ay seulement remarqué qu'il n'a pas plu dans le tems où le Barometre a été au plus haut, & qu'il a plu beaucoup quand il a été au plus bas; & tantôt avec un vent de Nord, & tantôt avec un vent de Sud-Oüest.

Sur le Thermometre.

Mon Thermometre est descendu au plus bas le 23 Janvier à 14 degrés $\frac{1}{2}$. Son état moyen tel qu'il est dans le fond de la carriere de l'Observatoire à 14 toises au-dessous du Rez de chauffée étant à 48 degrés, & la gelée commençant quand il est à 32 degrés; mais il est remonté aussitôt vers les 30 degrés. La chaleur a été la plus grande le 28 Juillet, le Thermometre ayant monté à 66 degrés $\frac{1}{2}$.

Ces observations du Thermometre sont toujours faites vers le lever du Soleil, qui est le tems de la journée où l'air est le plus froid.

On voit par-là que le froid a été à peu près dans le même degré que la chaleur par rapport à un état moyen, si l'on en excepte le 23 Janvier. Aussi pendant le jour & vers les 2 heures après midy la chaleur est beaucoup plus grande que le matin, & j'ay trouvé le Thermometre à 75 degrés à l'abri du Soleil ; & par conséquent il a fait plus chaud que froid cette année en ces pais-cy.

Sur la déclinaison de l'Aiguille aimantée.

J'ay observé la déclinaison de l'Aiguille aimantée le 30 Octobre de 9 degrés 20 minutes vers le couchant, avec la même Aiguille de 8 pouces de longueur, & dans le même lieu où j'ay accoutumé de l'observer.

COMPARAISON

Des Observations sur la pluie & sur les vents, faites par M. de Pont-briant au Château du Pont-briant à deux lieues de S. Malo, & vers le bord de la mer pendant l'année 1704 ; avec celles qui ont été faites à l'Observatoire au même tems.

PAR M. DE LA HIRE.

Ces Observations qui ont été faites en Bretagne avec beaucoup d'exactitude, ayant été communiquées à l'Academie par M. du Torar, à qui M. de Pont-briant les avoit envoyées ; on a trouvé à propos de les comparer avec celles qui ont été faites à Paris au même tems, dont j'ay déjà donné le Journal. On ne donne icy que la quantité de pluie qui est tombée pendant chaque mois ; mais

1705.
25. Fevrier.

6 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

on remarquera qu'il pleut fort souvent dans le même tems dans ces deux lieux éloignés d'environ 80 lieues, dont l'un est à l'Occident de l'autre, & presque dans le même parallele : mais il arrive bien plus souvent des orages à S. Malo qu'à Paris.

<i>A Paris.</i>	<i>A Pont-briant.</i>	<i>A Paris.</i>	<i>A Pont-briant.</i>
Janvier. 15 ^{lig.}	11 ^{lig. $\frac{1}{4}$}	Juillet. 9 ^{lig. $\frac{1}{4}$}	13 ^{lig. $\frac{1}{4}$}
Fevrier. 15 ^{$\frac{1}{2}$}	22 ^{$\frac{1}{2}$}	Aoult. 27	27 ^{$\frac{1}{2}$}
Mars. 19 ^{$\frac{1}{4}$}	25 ^{$\frac{1}{2}$}	Septembre. 34	51
Avril. 16	21 ^{$\frac{3}{4}$}	Octobre. 8 ^{$\frac{1}{2}$}	18 ^{$\frac{1}{2}$}
May. 27 ^{$\frac{1}{2}$}	17	Novembre. 19 ^{$\frac{1}{4}$}	57 ^{$\frac{1}{4}$}
Juin. 24 ^{$\frac{1}{4}$}	2	Decembre. 23	25 ^{$\frac{1}{4}$}

Somme de l'eau à Paris 238^{l. $\frac{1}{4}$} ou bien 19^{P. 10^{l. $\frac{1}{2}$}} .
au Pont-briant 284 23 8 ^{$\frac{1}{2}$} .

On voit par-là que la quantité de la pluie dans chaque mois n'a pas été fort différente, si ce n'est en Septembre & en Novembre où il a plu beaucoup plus au Pont-briant qu'à Paris. Aussi dans le mois de Juin il a plu bien moins au Pont-briant qu'à Paris ; mais l'un ne récompense pas l'autre, puisqu'il est tombé près de 4 pouces plus d'eau au Pont-briant qu'à Paris, quoy qu'à Paris la quantité ait été à peu près de même que dans les années moyennes.

Il y a quelques années que M. le Maréchal de Vauban, qui est à présent President de l'Academie, fit faire ces mêmes observations dans la Citadelle de l'Isle en Flandre, J'en fis alors la comparaison avec celles de Paris, & je trouvay qu'il pleuvoit ordinairement un peu plus en Flandre qu'à Paris.

Par les observations des vents faites à Paris & au Pont-briant, on remarque que le vent n'est pas ordinairement le même dans ces deux endroits, & qu'il tire toujours plus au Sud à Paris qu'en ce lieu-là. Pour les pluies qui accompagnent les vents, il y a beaucoup de variété dans des tems & dans des années. Ce n'est pas qu'en general on trouve dans les observations de cette année, qu'au Pont-briant les grandes pluies avec orage ont toujours été ac-

compagnées d'un vent de Nord-Oüest, & quelquefois de Nord & rarement de Nord-Est. A Paris elles viennent presque toujours du Sud-Oüest. Le voisinage de la mer à S. Malo, & la disposition de la Manche à l'égard de cette côte de Bretagne peuvent causer cette différence, tant pour la direction des vents, que pour la pluie.

On ne doit pas s'étonner que les vents soient differens en des lieux peu éloignés par rapport à toute la surface de la terre, puisque nous voyons assez souvent que dans le même lieu il y a des vents-differens qui regnent dans l'air, & quelquefois entierement opposés, ce qu'on observe par le mouvement des nuées. Un des vents peut avoir son origine dans un endroit & l'autre dans un autre, ou plus ou moins éloigné d'un même lieu. Ces vents se mêlent enfin & n'en font qu'un moyen, ou l'un prend le dessus & l'emporte sur l'autre; & il peut arriver que le combat de ces vents contraires, quand ils sont tres-violents, causent des orages & des houragans.

M. du Pont-briant remarque dans sa Lettre écrite à M. du Torar, qu'il gèle bien moins à S. Malo qu'à Rennes, mais on n'en doit attribuer la cause qu'à la proximité de la mer : car la grande quantité de vapeurs qui s'élèvent de l'eau de la mer, & qui peuvent retenir quelques sels marins, peuvent empêcher la gélée, puisqu'on connoît par experience que l'eau de la mer ne gèle pas si facilement que l'eau douce, & que l'eau dans laquelle on a dissout un peu de sel marin ne se gèle pas facilement. J'ay aussi remarqué autrefois à Brest qu'on y avoit conservé en pleine terre des Ananas pendant tout l'hiver, quoyqu'ils fussent exposés à l'air.



R E F L E X I O N S

*Sur les Observations de la variation de l'Aiman ,
faites dans le voyage du Legat du Pape
à la Chine l'an 1703.*

PAR M. CASSINI le fils.

1705.
10. Janvier.

Nous avons reçu depuis quelques jours une Carte réduite qui nous a été envoyée de Pondichery par M. de May Missionnaire, qui est allé avec M. de Tournon Legat du Pape à la Chine.

Il a marqué dans cette Carte par des lignes ponctuées la route que le Vaisseau le Maurepas a faite jour par jour depuis les Canaries, d'où ils partirent le 1 May 1703, jusqu'à Pondichery où ils arriverent le 6 de Novembre après une navigation de plus de 6 mois, dans laquelle ils ne s'arrêtèrent que 18 jours dans l'Isle de Mascaregne ou de Bourbon.

Ils ont observé pendant ce voyage en plusieurs endroits la variation de l'éguille aimantée par le lever & le coucher du Soleil, & ils ont eu soin de le marquer sur la Carte le long de la route au jour que l'observation a été faite.

Comme la nouvelle Carte des variations de M. Halley dressée pour l'année 1700 comprend tous les endroits qui sont marqués sur cette route, cela nous a donné occasion d'examiner si elle s'accordoit avec ces nouvelles observations, & l'on a placé sur la Carte de M. Halley tous les endroits où M. de May marque que l'on a observé les variations, ayant égard aux différentes longitudes qui sont marquées sur ces deux Cartes; la différence entre les Meridiens de l'Isle de Fer & de Pondichery suivant M. Halley étant de 99 degrés, & selon la nouvelle Carte, de 101 $\frac{1}{2}$.

Le

Le 18 May 1703 à 358 degrés de longitude, & 5 degrés 40 minutes de latitude Septentrionale, la variation fut observée par le coucher du Soleil de $1^{\text{d}} \frac{1}{2}$ du Nord vers l'Oüest.

Le lieu où cette observation a été faite étant placé sur la Carte de M. Halley, se trouve un peu à l'Occident de la ligne où il marque qu'il n'y a point de variation, du côté que la variation commence à être Orientale; de sorte que suivant la comparaison de ces observations cette ligne devroit être à l'Occident de l'endroit où elle est marquée dans la Carte de M. Halley, ce qui s'accorde à ce que j'ay déjà marqué dans un Memoire du 6 Decembre 1704.

Le 6 Juin à 356^d de longitude & 5^d 20' de latitude Meridionale, la variation fut observée par le lever du Soleil de 1^d Nord-Est, ce qui s'accorde assez bien à la Carte de M. Halley, où ce lieu est placé entre un & deux degrés de variation Orientale.

Le 11 Juin à 352^d 40' de longitude & 11^d 15' de latitude meridionale, la variation fut observée de 1^d $\frac{1}{2}$ Nord-Est. Elle est marquée dans cet endroit sur la Carte des variations un peu plus de 3 degrés.

Le 19 Juin à 1 degré environ au Sud de l'Isle la plus meridionale de l'Ascension à 350^d de longitude & 21^d 0' de latitude meridionale, la variation fut observée de 6^d $\frac{1}{2}$ Nord-Est. Elle est marquée dans la Carte de M. Halley de 7^d $\frac{1}{2}$.

Le 3 Juillet à 7^d 45' de longitude & 34^d 40' de latitude meridionale, la variation fut observée de 3^d $\frac{1}{4}$ Nord-Est, à peu près la même que celle de M. Halley.

Le 8 Juillet à 24^d 10' de longitude & 36 degrés de latitude meridionale, la variation fut observée de 3^d Nord-Oüest. Elle est marquée dans cet endroit sur la Carte de M. Halley entre 3 & 4 degrés.

Suivant ces deux dernieres observations dans l'une desquelles la variation a été trouvée du Nord vers l'Est, & dans l'autre du Nord vers l'Oüest, & qui s'accordent assez

bien à celle qui est marquée dans la Carte de M. Halley, la ligne où il n'y a point de variation traverse la route de M. de May à peu près dans le même endroit où M. Halley fait passer cette ligne.

Le 13 Juillet dans le banc des Aiguilles un degré au Sud du Cap de bonne Esperance à 41^{d} de longitude & $36^{\text{d}} 20'$ de latitude meridionale, la variation fut observée de 13^{d} Nord-Oüest. Elle est marquée de 11 degrés dans la Carte de M. Halley.

Le 19 Juillet à $53^{\text{d}} 30'$ de longitude & $35^{\text{d}} 35'$ de latitude meridionale, la variation fut observée de 19 degrés Nord-Oüest, de même que celle qui est marquée dans la Carte de M. Halley.

Le 25 Juillet à 69^{d} de longitude & $32^{\text{d}} 50'$ de latitude meridionale, la variation fut observée de $25^{\text{d}} \frac{1}{2}$ Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte de M. Halley entre 24 & 25.

Le 12 Septembre à $98^{\text{d}} 30'$ de longitude & 28^{d} de latitude meridionale, la variation fut observée de 19 degrés Nord-Oüest, précisément de même que celle qui est marquée dans la Carte de M. Halley.

Le 17 Septembre à $96^{\text{d}} 35'$ de longitude & $22^{\text{d}} 40'$ de latitude meridionale, la variation fut observée de 15 degrés Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte de M. Halley entre 15 & 16.

Le 2 Octobre à $106^{\text{d}} 40'$ de longitude & $1^{\text{d}} 20'$ de latitude Meridionale, la variation fut observée de 4^{d} Nord-Oüest. Elle est marquée dans la Carte de M. Halley entre 5 & 6 degrés.

Enfin le 2 Novembre à $105^{\text{d}} 20'$ de longitude & $14^{\text{d}} 40'$ de latitude meridionale, la variation fut observée de $4^{\text{d}} 45'$, précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte de M. Halley.

L'on voit par cette comparaison que quelques-unes de ces observations s'accordent à déterminer la variation précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte de M. Halley; que la plupart ne s'en écartent pas d'un

degré entier, & que les plus éloignées ne le sont que de deux degrés. Cet accord avec si peu de difference doit paroître considerable, si l'on fait attention à la difficulté qu'il y a sur mer d'observer avec précision la variation de l'aiman, & aux changemens qui peuvent y être arrivés depuis 3 ans qui se sont écoulés entre la construction de la Carte de M. Halley & le voyage de M. de May.

L'on ne sçait pas si M. Halley a eu d'autres vûes dans la construction de sa Carte, que celle de déterminer la variation de l'aiman pour la commodité des Navigateurs: mais il paroît que si dans l'examen des observations faites dans plusieurs autres routes l'on trouvoit une conformité pareille à celle que l'on vient de trouver dans celle-cy, l'on pourroit aussi en faire quelque usage pour la détermination des longitudes, principalement dans les mers qui sont au-delà de l'Equateur; car les lignes qui marquent les variations de degré en degré coupent les paralleles en ces endroits assez directement, & elles sont fort proches les unes des autres, comme il paroît dans cette route depuis la ligne où il n'y a point de variation jusqu'à celle où elle est de 25^d, qui répondent icy à 34 degrés de difference de longitude.

L'on peut effectivement placer sur la Carte de M. Halley presque tous les lieux où M. de May a observé la variation par l'intersection des paralleles avec les lignes qui marquent la variation observée, sans qu'il y ait d'autres differences que celles que l'on peut attribuer ordinairement à la difficulté qu'il y a de déterminer sur mer la longitude du lieu où l'on se trouve.

Il seroit à souhaiter que la variation de l'aiman étant une fois bien établie, l'on pût trouver une regle des changemens qui y arrivent dans la suite des temps. Il faudroit pour y parvenir avoir un grand nombre d'observations faites avec beaucoup de soin par des Observateurs exacts dans des intervalles de temps considerables, & c'est un secours dont a été privé jusqu'à présent; car quoyque le P. Riccioli ait fait un grand recueil de ces sortes d'obser-

vations, comme il n'a pas marqué dans la plûpart le nom des Observateurs, ni le temps que les observations ont été faites, on ne peut pas en tirer cet avantage.

On le peut mieux tirer de quelques observations qui ont été faites par les PP. Jesuites dans leur voyage aux Indes Orientales, & qui sont rapportées par le P. Gouye dans les Observations Physiques de 1692, qui pourront servir à faire connoître quelques changemens qui sont arrivés dans la variation de l'aiman.

Le P. Noël en allant à la Chine en 1684, remarqua qu'à 215 lieuës à l'Oüest du Cap de bonne Esperance l'éguille n'avoit aucune déclinaison.

Suivant cette observation la ligne où il n'y avoit point de variation étoit considérablement à l'Orient de l'endroit où elle est marquée dans la Carte de M. Halley, & où elle doit être placée suivant les observations de M. de May, puisqu'il trouva vers cet endroit-là en 1703 la variation de 3^d Nord-Oüest.

Le Pere Noël observa aussi en 1684 au Cap des Eguilles la déclinaison de 10-degrés Nord-Oüest, qui dans la Carte de M. de May est marquée de 13-degrés, ce qui s'accorde à la différence qui'a été trouvée par l'observation précédente, & donne trois-degrés d'augmentation en 19 années, ce qui est en raison de 10 minutes par an.

Le P. Riccioli dans le recueil qu'il a fait des observations de la déclinaison de l'aiman ne donne aucune déclinaison à ce Cap, & il y a apparence qu'il n'y en avoit point lorsqu'on lui donna le nom de Cap des Eguilles. Il rapporte au Livre 8 de sa Geographie plusieurs observations qui ont été faites aux environs de ce Cap, & entr'autres une de Gerard de Dieppe, qui observa en l'an 1639 à 14 lieuës au-delà du Cap de bonne Esperance, c'est à dire près du Cap des Eguilles, la déclinaison Occidentale de 1^d.

En comparant cette déclinaison à celle qui est marquée dans la nouvelle Carte de M. Halley, il y a eu en 64 ans 11^d $\frac{1}{2}$ de variation du Nord vers l'Oüest, ce qui est en rai-

fon d'un peu moins de 11 minutes par an , à peu près de même que l'on a trouvé par la comparaison des observations précédentes.

Le P. Noël remarque aussi que les Pilotes Portugais disent que depuis le Cap des Eguilles jusqu'à Madagascar la déclinaison au Nord-Oüest croît de 13 degrés ; en sorte que si elle est de 2 degrés au Cap , elle sera de 15 degrés à la vûe de Madagascar. Cela s'accorde aussi à la variation marquée dans la nouvelle Carte qui est de 13 degrés au Cap des Eguilles, & de 25 $\frac{1}{2}$ sous le Meridien de Madagascar.

Depuis Madagascar jusqu'à Pondichery la déclinaison de l'aiman va en diminuant, & elle est marquée dans la Carte de M. de May un peu à l'Orient de Pondichery de 4^d 45" Nord-Oüest. Elle fut observée à Pondichery par le P. Richaud en 1689 de 7^d 0" ; ainsi si l'on suppose qu'elle ait été à Pondichery en 1703 , de même qu'on l'observa un peu à l'Orient de cette Ville , l'on aura pour 14 ans une diminution de déclinaison de 2 degrés $\frac{1}{4}$, ce qui est à raison de 10 minutes par an , au lieu qu'au Cap des Eguilles l'on y a trouvé une augmentation à peu près semblable. Le P. Richaud trouva à Louvo par l'intervalle de deux années une diminution pareille à celle que l'on a trouvée à Pondichery , ce qui pourroit faire conjecturer , que dans les Indes Orientales depuis le Meridien de l'Isle de Madagascar vers l'Orient la déclinaison Occidentale diminuë tous les ans dans la même proportion , qu'elle augmente depuis cette Isle vers le Cap de bonne Espérance. Voilà les regles qu'on peut tirer de ces comparaisons.



R E F L E X I O N S

*Sur les Observations des Satellites de Saturne.
& de son Anneau.*

PAR M. CASSINI.

1709.
24. Janvier.

Les Satellites de Saturne ne sont pas si faciles à être observés que ceux de Jupiter. Leur éloignement du Soleil, environ double de l'éloignement de ceux de Jupiter, diminue trop la lumière qu'ils en reçoivent & qu'ils nous réfléchissent, & leur plus grand éloignement de la terre diminue beaucoup plus leur grandeur apparente.

Les deux Satellites plus proches de Saturne, dont les révolutions sont plus courtes, ont leurs cercles si pressés ensemble, qu'il n'est pas toujours facile de distinguer l'un de l'autre; & ils sont si souvent joints à Saturne qui occupe une grande partie de ces cercles, qu'à proportion de leurs tems periodiques il est plus rare qu'à nôtre égard ils sortent des rayons de Saturne, qu'il n'est rare que Mercure sorte des rayons du Soleil.

Le Satellite supérieur de Saturne, qui est le cinquième suivant l'ordre de la distance à cet astre, & le premier de ceux que nous avons découvert à l'Observatoire Royal, a une propriété surprenante d'augmenter & de diminuer en grandeur apparente sans aucun rapport à sa vraie distance de Saturne, à celle du Soleil & à celle de la terre. Il demeure en chaque révolution, qui est de 80 jours, long-tems caché vers sa plus grande digression Orientale, qui est comme le Latium de cette Planete Saturnienne, quoique les autres Satellites ne se voient jamais plus clairement que dans leurs plus grandes digressions.

Jusqu'à présent on n'a pu trouver une cause assez évidente d'une propriété si extraordinaire. On conjecture seulement que toute la surface de ce Satellite n'est pas

également propre à réfléchir la lumière du Soleil, & que tournant autour de son axe par une révolution en longueur peu différente de la périodique autour de Saturne, il tourne à la terre son hémisphère moins lumineux lorsqu'il n'est point visible, & l'hémisphère plus éclairé lorsqu'on le voit plus distinctement.

C'est une apparence semblable à celle que la Lune pourroit faire à Saturne, d'où elle seroit vûe faire une révolution autour de son axe aussi-bien qu'autour de la terre à peu près en un mois, pendant que les grandes taches de la Lune qu'on appelle mers, ou d'autres plus grandes qui pourroient être du côté que nous ne voyons jamais, seroient tournées à Saturne.

Nous avons eu l'année précédente 1704 le tems favorable pour observer ce cinquième Satellite dans son demi-cercle Occidental pendant 30 jours, depuis le 12 Aoust jusqu'au 11 Septembre 1704. Depuis ce tems-là quelques recherches que nous en ayons faites avec M. Maraldi, nous ne l'avons pû voir qu'au 19 Octobre, onze jours après qu'il eut passé sa digression Orientale, quand il étoit encore d'une petitesse extrême. Il augmenta peu à peu de grandeur apparente, de sorte qu'on pût l'observer commodément le 28 d'Octobre dans sa conjonction avec Saturne dans la partie inférieure de son cercle. Depuis ce tems-là il s'est fait voir avec plus de facilité, quoiqu'il s'éloigne plus du Soleil & de la terre allant vers sa digression Occidentale, où il arriva le 17 du mois de Novembre. Il diminua dans la suite, de sorte qu'il n'a pas été visible pendant tout le mois de Novembre; mais il se voit présentement depuis le 15 de ce mois de Janvier après sa conjonction avec Saturne dans la partie inférieure de son cercle, & il continuera de paroître pendant un mois.

Il est très-difficile d'assigner présentement les termes où il disparoît à la vûe, & où il recommence de paroître. Ces termes s'abregent & se prolongent par diverses causes qui apportent des variations considérables à ces apparences.

Nous avons un grand soin de distinguer les variations veritables qui arrivent à ces astres par leurs constitutions particulieres, des variations apparentes qu'on doit attribuer à la diversité de leurs éloignemens du Soleil & de la terre, & même aux diverses constitutions de l'air & à la qualité des verres au travers desquels on les observe; la lumiere que ces astres reçoivent du Soleil & qu'ils nous reflechissent de si loin, étant plus aisément troublée en passant par ces milieux differens, que celles des autres Planetes proches du Soleil & de la terre.

On sçait combien les apparences de Saturne, qui est le centre du mouvement de ses Satellites, ont imposé à tous les Astronomes durant l'espace de 40 ans après l'invention de la Lunete. Cet astre se presenta d'abord aux Lunetes de Galilée, comme divisé en trois corps desunis, disposez en ligne droite. On prit les deux parties extrêmes pour deux gros Satellites, qui ne parloient jamais de son côté.

M. Descartes crut que dans son systême il étoit aisé de comprendre pourquoy ces prétendus Satellites ne faisoient pas une révolution autour de Saturne, comme ceux de Jupiter la font autour de cet astre, qui est beaucoup plus proche du Soleil.

Mais on fut bien surpris quand on vit que d'une année à l'autre le diametre de chacun de ces prétendus Satellites sembloit augmenter de sorte qu'en sept années il surpassoit le diametre de Saturne, & qu'en même tems ils se transformoient en deux croissans, dont les pointes émoussées sembloient toucher à Saturne, & y former comme deux anses qui se joignoient à son globe, & l'envelopoient entierement. On voyoit diminuer ces anses pendant sept autres années par les mêmes degrés qu'elles étoient augmentées, & se réduire à deux petits globes qui évanouissoient la quinzième année, laissant Saturne tout seul, & aussi rond que Jupiter. On avoit beau les chercher autour de Saturne, on ne les trouvoit nulle part, & l'année suivante ils paroissoient de nouveau dans la même forme qu'ils

qu'ils avoient paru dernièrement & quinze ans auparavant, & recommençoient la même vicissitude d'augmentation, de diminution & de transformation qu'aux années précédentes.

Plus de 40 ans s'étoient passez dans l'admiration de ce Protée celeste, sans qu'il y eut un Aristée qui en pût venir à bout : quand l'illustre M. Hugens qui fut depuis un des principaux sujets de cette Academie Royale, par le moyen d'un Telescope excellent auquel il avoit travaillé lui-même, & beaucoup plus par la subtilité & sublimité de son esprit en découvrit le mystere. Il trouva un veritable Satellite qui fait sa révolution autour de Saturne en 16 jours, qui, comme il témoigne, étoit pris par d'autres pour une de ces étoiles fixes que Saturne rencontre souvent dans son chemin. Il remarqua que la trace de son mouvement journalier imitoit la figure des anses de Saturne prises ensemble ; ce qui lui fit comprendre que ce qui forme les anses pourroit de même envelopper cet astre.

Il forma de ces anses & de ces globes qui avoient été pris pour des Satellites, un anneau plat & mince qui l'environne, comme un horizon environne le globe artificiel, mais à une distance à proportion plus grande.

Il lui donna une situation presque parallele à l'Equinoxial, & par conséquent fort oblique au plan de l'orbite de Saturne, qu'il coupoit dans une ligne qui passe par le Soleil deux fois en une révolution de Saturne. Il montra que Saturne se trouvant dans cette ligne, le plan de cet anneau n'en pouvoit pas alors être éclairé suffisamment pour pouvoir être vu de la terre ; que quelque tems avant & après le Soleil pouvoit éclairer suffisamment le plan de cet anneau qui n'étoit pas exposé à la terre, ce qui l'auroit aussi laissé invisible à la terre ; qu'aux autres tems le Soleil éclairant suffisamment le plan de l'anneau exposé à la terre, l'anneau lui devoit paroître d'autant plus large qu'il lui seroit exposé plus directement.

Cette hypothese fut trouvée admirable, & tres-propre pour expliquer les différentes phases de Saturne, quoy :

qu'elle ne fut pas reçûë de tous ceux qui étoient prévenus par d'autres hypothèses. Nous n'osâmes pas y comparer une pensée qui nous étoit venuë, que cet anneau pourroit être formé comme d'un essain de petits Satellites qui pourroient faire à Saturne une apparence analogue à celle que la voie de lait fait à la terre par une infinité de petites étoiles dont elle est formée ; mais avec cette différence qu'elle ne fait point de parallaxe à la terre, au lieu que cette trace en fait une tres-grande à Saturne.

Il est vrai que par les observations des années suivantes il fallut augmenter d'un tiers l'obliquité qui avoit été assignée à l'anneau, & rétrécir de la moitié l'intervalle entre les termes assignez à la phase ronde.

M. Hugens avoit prédit dans son système qu'au mois de Juillet & d'Aoust de l'année 1671 Saturne perdrait ses anses, & qu'on le verroit continuellement rond jusqu'au mois de Juillet & d'Aoust de l'année 1672, c'est à dire, pendant une année. Nous observâmes que Saturne perdit ses anses presque au tems prédit par M. Hugens ; mais nous observâmes aussi que quelques jours après les anses revinrent, & ne se perdirent que le huitième de Decembre de la même année, avec quelque variation, qui nous fit juger que l'anneau n'est pas si plat ni si continu qu'on le suppose. Car avant que Saturne perdit ses anses la seconde fois au mois de Decembre, nous les vîmes s'éteindre peu à peu inégalement ; de sorte que quelquefois on en voyoit encore le reste d'une d'un côté, sans qu'il en parut rien de l'autre, & la partie qui paroissoit n'étoit pas toujours du même côté, ce qui sembloit s'accommoder à notre première hypothèse, qui étoit que l'apparence de l'anneau est causée par un amas de tres-petits Satellites de differens mouvemens qu'on ne voit point séparément, de la maniere qu'on ne voit point distinctement à l'œil les petites étoiles qui composent les étoiles nebuleuses, mais se voient toutes ensemble en forme d'un petit nuage clair. On jugea aussi que les Satellites, qui peuvent composer la partie de l'anneau plus proche de Saturne, sont en plus

grand nombre à proportion de l'espace qu'ils occupent, que ceux qui forment la partie la plus éloignée. Cette pensée fut depuis appuïée par les observations faites aux années que l'anneau de Saturne paroïssoit plus large & plus ouvert ; car la largeur de l'anneau se voyoit divisée en deux par une ligne elliptique obscure, dont la partie plus proche du globe étoit plus claire que la plus éloignée. Cette ligne marquoit comme un petit intervalle entre ces deux parties, de la manière que la distance du globe à l'anneau est marquée par la grande obscurité qui est entre deux.

M. Hugens qui ne cherchoit rien plus que la vérité, voulut bien lui-même communiquer au public les observations que nous venions de faire du retour des anses un peu après qu'elles avoient disparu, marquant en même tems qu'elles se perdroient de nouveau la même année, comme il arriva, & en rendit la raison qui servit à une plus grande perfection de son système. Nous observâmes aussi l'année suivante le retour des anses au mois d'Avril, plusieurs mois avant la prédiction qui en avoit été faite.

L'attention continuelle à ces observations me fit apercevoir le premier des quatre Satellites que j'ay découverts en divers tems autour de Saturne, qui est présentement le cinquième par ordre de leur distance à Saturne ; je remarquois la configuration de plusieurs petites étoiles que Saturne rencontroit dans sa route, d'une manière à pouvoir reconnoître s'il n'y en avoit point quelqu'une qui changeât de configuration avec les autres.

Pendant les vacances de la même année 1671 j'en observay une très-petite, qui le 25 d'Octobre étoit presque en ligne droite avec les anses de Saturne à l'Occident vers où alloit cette Planete, qui pour lors étoit retrograde en 13 degrés du signe des Poissons. Après l'avoir comparée pendant 12 jours à Saturne, à son ancien Satellite, & aux étoiles fixes prochaines, je fus entièrement convaincu, 1°. Que c'étoit une véritable Planete, ce que je connus par son mouvement journalier parmi les étoiles fixes, qui

étoit tres-évident d'un jour à l'autre. 2°. Qu'elle pouvoit être un Satellite de Saturne, puisqu'elle se trouva pendant tout ce tems presque dans la ligne de ses anses comme l'autre Satellite avec un peu de déclinaison, & que son mouvement à l'égard de Saturne étoit moins sensible qu'en le comparant aux étoiles fixes, comme il arrive le plus souvent aux autres Satellites. 3°. Qu'elle fut dans sa plus grande digression de Saturne à la fin d'Octobre & au commencement de Novembre de la même année 1671, ce que je trouvay en comparant les premières observations avec les dernières. 4°. Que sa plus grande digression à l'égard de Saturne étoit environ triple de la plus grande digression de l'ancien Satellite. 5°. Que la période de sa révolution autour de Saturne étoit environ quintuple de la période du second, ce qui résultoit de la règle des proportions ordinaires des distances aux révolutions des Planètes autour du Soleil trouvées par Kepler, & appliquées à ces deux Satellites à l'égard de Saturne, qui s'accordent assez bien aux observations; ainsi puisque la période de l'ancien Satellite, après en avoir observé un assez grand nombre, avoit été déterminée environ de 16 jours, il s'ensuivoit que celle du nouveau Satellite devoit être environ de 80 jours. Voilà ce que nous pûmes pour lors tirer des observations de 12 jours, & qui pouvoit suffire pour nous préparer aux observations suivantes.

Mais nous fûmes fort surpris, quand après plusieurs jours de mauvais tems, nous ne trouvâmes aucun vestige de cette Planète. Nous ne pouvions pas nous imaginer qu'elle eût cette propriété admirable que nous découvrîmes long-tems après, d'être invisible pendant environ la moitié de sa révolution vers sa plus grande digression Orientale. Nous doutâmes fort qu'elle ne fût de la nature des Comètes, qui suivant la théorie que nous en avons donnée l'an 1664, ne se voient non plus que pendant une partie de leurs révolutions.

Cette propriété admirable qui s'est toujours vérifiée en ses révolutions que cette étoile a faites depuis jusqu'à pré-

sent autour de Saturne, étant comparée à la propriété de quelques étoiles fixes qui cessent de paroître pendant quelque tems, quoyque leur place soit exposée à nôtre vûë, nous avertit à ne pas supposer qu'un Phenomene qui cesse de paroître dans le ciel après avoir paru quelque tems, soit dissipé de sorte qu'il ne puisse encore paroître en d'autres tems; Et qu'il soit inutile d'observer si un Phenomene qui se voit après quelque tems au même endroit du ciel, n'a pas le même mouvement que celui qu'on y a observé, pour pouvoir juger s'il ne seroit pas le même qui a paru autrefois au même endroit; comme nous jugeons que ce Satellite est le même quand il paroît de nouveau autour de Saturne avec les mêmes degrés de vitesse apparente à pareille distance de cet astre.

Nous donnâmes part à la premiere Assemblée qui se tint après les vacances de la découverte que nous venions de faire, & de la perte de nôtre objet. On jugea qu'il en falloit suivre la trace par des Lunetes d'une plus grande portée. Celle qui nous avoit servi tant à la découverte de la nouvelle Phase de Saturne qu'à celle de ce Satellite étoit de 17 pieds, & nous avoit été donnée comme tres-excellente par M. Campani. C'étoit la même Lunete qui nous avoit servi à découvrir les révolutions de Jupiter & de Mars autour de leurs axes, & les Eclipses du Soleil dans Jupiter faites par l'interposition des Satellites.

On jugea que par des Lunetes d'une plus grande portée on auroit pû voir cette Planete, quand on cessoit de la voir par celle dont nous nous étions servis. C'est pourquoy M. Colbert donna ordre à M. Campani d'envoyer au plutôt la plus grande & la plus excellente qu'il eût, & de travailler en même tems à perfectionner son art, pour en pouvoir faire d'une plus longue portée. Il envoya celle de 34 pieds qui est presentement exposée dans la terrasse de l'Observatoire, où elle fut placée au mois de Decembre 1672. Elle ne fut pas plutôt dressée à Saturne le 13 Decembre, que je vis la nouvelle Planete que j'avois perdue de vûë l'année précédente. Je reconnus qu'elle étoit la même.

parce qu'elle étoit à peu près à la même distance de Saturne du côté d'Occident, qu'elle devoit être après 5 révolutions de 80 jours que j'avois attribuez à cette Planete après sa premiere découverte. Cette hypothese se verifia le 17 Decembre, lorsque nous trouvâmes cette étoile plus proche de Saturne que le 13, comme il falloit suivant la theorie que j'en avois ébauchée. J'ay depuis observé des inégalitez dans ces révolutions semblables à celles qui s'observent dans les autres Planetes, & j'ay déterminé la moyenne entre les plus longues & les plus courtes de 79 jours 22 heures & 4 minutes, ce que j'ay confirmé par les observations de 1704 & de cette année 1705 comparées avec les plus certaines des premieres observations.

Les Mathématiciens de l'Academie Royale, auxquels je fis aussi tôt part de ces observations, venoient à l'Observatoire aux jours de beau tems pour prendre part à cette découverte; mais le ciel ne fut favorable que le 23 Decembre, & alors nous vîmes une étoile entre l'ancien Satellite & Saturne du côté d'Occident où j'avois fait espérer que l'on trouveroit le nouveau Satellite. Tous ces Messieurs en furent plus satisfaits que moy, qui m'attendois à voir ce Satellite plus près de Saturne que n'étoit cette étoile. Ceux qui comparerent sa situation à celle que j'avois marquée les jours précédens, jugerent son mouvement beaucoup plus lent qu'il n'est, & l'on donna même un billet cacheté à l'Academie, où l'on y attribuoit une révolution fort approchante de l'annuelle. Pour moy je doutois que le Satellite vû depuis peu ne fut si près de Saturne qu'il l'empêchât de le voir, & que cette étoile ne fut un nouveau Phenomene. La verité est que le Satellite que nous poursuivions éluda cette grande & excellente Lunete pendant plus d'un mois, ce qu'il a depuis fait en routes ses révolutions, & que l'étoile qui avoit pris sa place le 23 Decembre étoit un autre Satellite qui fait sa révolution autour de Saturne en 4 jours & demi, que pour lors nous appellâmes le premier, & qui est presentement le troisieme. Après que nous en eûmes ébauché la theorie,

celui que nous avons découvert le premier se montra pendant 15 jours, comme pour nous donner le tems de travailler à le suivre avant que Saturne entrât dans les rayons du Soleil.

Nous donnâmes la même année au public un abrégé fort succinct de la découverte & de la theorie de ces Satellites, pour pouvoir servir de guide & de préparation aux Observateurs qui en voudroient faire des observations.

Cependant M. Campani nous ayant envoyé à essayer quatre Objectifs de 80, de 90, de 100 & de 136 pieds, que M. Colbert prévenu de la mort n'eût pas le tems d'essayer au ciel, l'année suivante nous découvrîmes encore autour de Saturne deux autres Satellites qui en sont plus proches que les autres, & font leurs révolutions beaucoup plus courtes. Nous nous servions de ces verres sans tuyau, les plaçant à la fente Septentrionale de la Tour Orientale de l'Observatoire, que nous y avions fait laisser dans sa construction pour des observations semblables. Ce sont les premières observations qui ayent été faites au ciel par de si grands verres sans tuyau, quoyqu'on eût proposé quelque maniere beaucoup plus pénible & plus composée. La découverte de ces deux Satellites avoit été faite de cette maniere, quand M. Hugens publia son *Astroscope*, où il propose une methode bien plus difficile à pratiquer que la nôtre, dont il n'avoit point encore entendu parler.

Mais comme les verres d'une portée plus longue que de 100 pieds placez sur l'Observatoire ne pouvoient plus servir commodément à toutes les hauteurs apparentes des Astres, M. de Louvois obtint du Roy de faire transporter la Tour de bois qui étoit à Marly, & d'y faire des fondemens solides qui l'élevent encore plus sur la terrasse de l'Observatoire. Les observations que nous fîmes par de grands verres placez sur cette Tour préparéz à cet effet, nous servirent à ébaucher la theorie de ces Satellites, dont nous donnâmes l'abrégé dans le Journal du 22 Avril 1686. Les observations que nous avons continué de faire de-

puis ce tems-là, nous ont obligé d'y faire quelque changement que nous avons observé dans la construction des Tables provisionnelles des cinq Satellites que nous avons achevées.

On ne s'étonnera pas de la longueur du tems qu'il a fallu employer à trouver les regles des mouvemens de ces nouvelles Planetes, si l'on fait reflexion aux peines que les anciens ont eues & ont encore laissé aux modernes, de trouver les regles des Planetes observées depuis le commencement du monde. Nous n'avons pas encore employé autant d'années à regler les mouvemens des Planetes que nous avons découvertes, que les anciens ont employé de siècles à regler ceux du Soleil. A proportion du tems que nous avons eu d'y travailler, nous sommes allez par des degrés de corrections semblables à celles qui ont été pratiquées en divers siècles par les anciens.

Dans la premiere publication de leurs découvertes l'an 1673, nous nous contentâmes de déterminer la periode de la révolution du Satellite superieur autour de Saturne en 80 jours, sans déterminer les heures & sans distinguer les révolutions moyennes des veritables.

Dans la seconde de l'an 1683, nous réduisîmes sa révolution moyenne à 79 jours 22 heures.

Presentement après les observations de 150 révolutions, nous avons limité cette révolution moyenne à 79 jours 22 heures & 4 minutes.

Nous laisserons à la posterité les observations les plus exactes qu'il nous a été permis de faire jusqu'à present, qu'elle pourra comparer à celles qu'il lui sera facile de faire par le moyen des periodes moyennes que nous avons ébauchées, & des Tables que nous avons construites, qui montrent le tems propre pour observer ces Satellites, afin de parvenir à une plus grande précision dans la détermination de leurs mouvemens,

DE L'INVERSE

DES TANGENTES.

PAR M. ROLLE.

Pour former toutes les methodes des Tangentes, il faudroit avoir une définition exacte & positive de toutes les Courbes; & comme l'on n'a point cette définition, l'on ne peut pas dire que l'on ait toutes ces methodes, ni assurer par consequent que l'on ait toutes les Inverses des Tangentes. Mais de sçavans Geometres ont donné le moyen de former ou de concevoir des Courbes de differens ordres par des équations d'Algebre, par la projection des corps, par des mouvemens compolez, & en bien d'autres manières. Ils ont aussi donné des methodes pour déterminer des Tangentes de ces Courbes; & il suffit d'en avoir bien conçu une ou deux pour voir jusqu'où les autres methodes se peuvent étendre.

1705.
21. & 24.
Janvict.

Comme la même Analyse & le même esprit doivent regner dans toutes ces methodes, il est vrai de dire aussi que l'on doit suivre le même esprit & la même Analyse dans leurs Inverses. C'est en cela que l'on reconnoît les voies generales dans les recherches de la Geometrie, & c'est aussi ce caractere d'universalité que l'on peut voir dans les quatre Memoires que je donnay à l'Academie l'année dernière 1704 sur l'Inverse des Tangentes, & qui ont été imprimez la même année chez le sieur Boudot Libraire de la Compagnie. Mais on le verra encore d'une autre maniere icy par l'application que j'en feray à des methodes, qui sont differentes de celle que j'avois prise pour exemple dans ces quatre Memoires.

Comme les operations varient dans les methodes des Tangentes à mesure que l'on fait varier les conditions qui déterminent les Courbes, il faut aussi que les operations

varient dans une Inverse, selon les changemens que l'on fait dans les methodes dont elle est l'Inverse, & l'on verra qu'en cela il ne se trouve point de difficulté considerable, si l'on compare ce que j'ay dit dans ces quatre Memoires à l'application que j'en vais faire icy.

Déjà l'on sçait que pour déterminer les Tangentes d'une Courbe, il faut que le nombre des formules qui servent à les déterminer soit proportionné au nombre des conditions qui constituent la Courbe; de maniere que l'Inverse d'une methode de Tangentes est souvent le retour de plusieurs formules à une égalité generatrice. Mais parmi ces formules il y en a une que l'on considere comme la principale, & qui l'est en effet. C'est la formule dont les conditions changent toujours à mesure que l'on fait varier les conditions de l'égalité generatrice, & cette formule est encore capable d'une infinité de changemens dans sa forme. Les autres formules peuvent varier dans leur forme, mais elles sont comme immuables pour les conditions: & ce n'est point dans ces formules aussi où se trouvent les difficultés de l'Inverse. Il arrive néanmoins que ces formules entrent dans cette Inverse, & que quelques-unes y entrent necessairement, comme on le va voir icy.

ARTICLE I. Soit pour le premier exemple d'une methode de Tangentes dont on veut faire le retour, celle qu'on a donnée dans la seconde Section de l'Analyse des Infiniment petits, Proposition 4. page 18. & que la formule principale proposée soit celle que l'on voit icy en *A*.

$$A... xx dx + yy dx = 2xy dy.$$

Pour trouver l'égalité generatrice de cette formule & se servir des Regles que j'ay données pour cette recherche dans les Memoires dont j'ay parlé icy, il faut supposer une égalité indéterminée; & si l'on consulte sur cela les Memoires que je donnay à l'Academie le 1 & le 8 Mars 1704, on trouvera parmi les égalités qu'ils fournissent, celle qui est marquée icy en *B*.

$$B... byy = l x z.$$

Suivant le second Memoire & ce que j'avois dit sur ce

sujet dans le Journal du 28 May 1694, on trouvera que la premiere formule de cette égalité B est celle qu'on voit icy en C .

$$C... 2hydy = lx dx - lx dx.$$

Comme il y a trois inconnues relatives, & qu'en pareil cas elles gardent toujours entr'elles la loy des homogenes, il faut autant d'égalités qu'il y a de ces inconnues pour les faire évanouir. Mais l'on n'a que les égalités A & C pour les trois relatives dy, dx, dx . Ainsi il faut une troisième égalité ou une troisième Analogie, & cette Analogie ou cette égalité doit être prise parmi celles de la methode dont on veut faire le retour, que j'ay nommées *égalités immuables*. La plus commode est celle qu'on voit icy en D .

$$D. tx : xs :: dx : dx. \text{ Donc } tx dx = xs dx.$$

Ayant fait évanouir les trois inconnues relatives dx, dx, dy par le moyen des trois égalités A, C, D , on aura la réduite marquée E .

$$E. hxyy - xslx - hxsx - xsls = 0.$$

Divisant cette réduite par la supposée B , comme je l'ay dit dans la Regle du 8 Mars 1704, & prenant l'inconnue y pour la directrice de la division, le reste donnera l'égalité auxiliaire marquée F .

$$F... xxs l - xxs h = 0.$$

Ainsi l'on aura $h = l$ pour la résolution de cette égalité, & comme elle est seule dans le Problème auxiliaire que prescrit la methode Inverse, il reste seulement à substituer l au lieu de h , ou h au lieu de l dans l'égalité supposée en B , & l'on aura la résultante G .

$$G... yy = xz.$$

De maniere que selon cette methode Inverse, l'égalité G est l'égalité generatrice dont on s'étoit proposé la recherche.

Observation. Quoiqu'au lieu de $-dx$ de l'Analyse des Infinitement petits j'aye mis icy $+dx$, cela ne change rien pour les effets dans cette occasion, & je n'ay fait ce changement de signe que pour me conformer aux principes

dont je me fers. Ce qui sera plus amplement expliqué dans un autre Memoire, quand on fera l'Inverse des secondes formules, & des formules d'un ordre plus élevé.

ARTICLE II. Comme l'expression de la sous-tangente ne se trouve point dans l'exemple de l'article précédent, & qu'il n'y a dans cet exemple que trois inconnues relatives; j'ay crû qu'il étoit bon de proposer un autre exemple où se trouve cette expression de sous-tangente, & dans lequel il y ait aussi un plus grand nombre de ces inconnues relatives.

Pour cela je prendray la 12^e proposition, ou la methode des Tangentes qu'on a donnée dans l'Analyse des Infiniment petits article 37. page 34. Mais je me serviray des expressions ordinaires dans le détail du calcul, pour des raisons que je marqueray dans la suite.

Dans cette 12^e proposition toutes les inconnues qui peuvent entrer dans l'égalité genetratrice sont celles que l'on voit icy dans la colonne *P*, & leurs relatives sont dans la colonne *R*, à côté de laquelle se trouve aussi une autre colonne où je marque ces relatives à la maniere de M. de Leibniz, & c'est aussi de la même maniere qu'on les a marquées dans l'Analyse des Infiniment petits.

<i>P</i>	<i>R</i> .	
<i>s</i>	<i>m</i>	ou . . . <i>ds</i> .
<i>z</i>	<i>e</i>	ou . . . <i>dz</i> .
<i>t</i>	<i>p</i>	ou . . . <i>dt</i> .
<i>v</i>	<i>l</i>	ou . . . — <i>dv</i> .
<i>x</i>	<i>h</i>	ou . . . <i>dx</i> .
<i>y</i>	<i>r</i>	ou . . . — <i>dy</i> .

L'expression de la sous-tangente est marquée par *PT* dans cette Analyse, mais cette expression seroit tres-incommode pour l'Inverse. Ce qui m'a obligé de marquer cette sous-tangente par une autre lettre. Cette lettre est *f*.

Cela posé, les formules immuables de la proposition dont on demande l'Inverse, se peuvent concevoir sous la forme que l'on voit icy dans la colonne *S*.

S.

$$m = \frac{byz}{f} \quad . . . \text{ou} . . \quad mf = byz.$$

$$e = \frac{byz}{bf} \quad . . . \text{ou} . . \quad ebf = byz.$$

$$p = bv.$$

$$l = \frac{bv}{a} \quad . . . \text{ou} . . \quad al = bv.$$

$$h = h \quad . . . \text{ou} . . \quad h = \text{à soy-même.}$$

$$r = \frac{by}{f} \quad . . . \text{ou} . . \quad fr = by.$$

Pour la formule principale dont il faut trouver l'égalité generatrice, je prends celle qui est marquée icy en *A*.

$$A. 2exv + vm - pv + sl + xzl - vvh - lt = 0.$$

Les Regles que j'ay proposées à l'Academie dans les Memoires du premier & du 8^e Mars 1704, fournissent une suite de generatrices supposées entre des limites; parmi lesquelles generatrices on trouvera celle qui est marquée icy en *B*.

$$B. . . cs + dxz = gt + qvx.$$

Si l'on prend la premiere formule de cette generatrice *B* selon le Memoire du 8^e Mars 1704, on trouvera cette formule comme elle est icy en *C*.

$$C. . . cm + 2dxz = pg + qvh - qxl.$$

Comparant les deux formules *A* & *C* avec les autres formules qui sont en *S* pour faire évanouir les inconnues relatives, suivant ce que j'ay dit dans ce Memoire du 8^e Mars, il ne restera plus qu'à faire évanouir l'expression de la soûtangente, & cela est aisé; parceque le calcul conduit aux deux égalités marquées *D*.

$$D. \begin{cases} f = \frac{cabyz + 2adxz}{gabv - qbxv + qabv} \\ f = \frac{abyz + 2ayxz}{bs - bxx - bs + 2abv} \end{cases}$$

Comparant ces deux valeurs de *f* pour la faire évanouir on trouvera, en délivrant de fractions, que la réduite est comme on la voit icy en *E*. Où il faut observer que j'ay supposé $q + g = n$, pour abreger le calcul.

D iij

$$E. \left. \begin{aligned} &+2dxzt-2dz^2-2dsxz+bgxvx \\ &+cbxz-cbz^2+2gxvzx-nabvx \\ &+4advxz+2abcvx \\ &-2anvx-bcsx \end{aligned} \right\} = 0.$$

Suivant le Memoire du 8^e Mars 1704, il faut diviser cette réduite par la supposée *B*; & si l'on prend *t* pour l'inconnue directrice, on trouvera le reste marqué *F*.

$$F. \begin{aligned} &+2ddx^2+bc dx^2-2qdvxx-bcqvx \\ &-2gdz^2-bcgz^2+2qgvxx-ganbv \\ &+2cdsxz+2abcgvx \\ &-2gdsxz+ccbsx \\ &-2ganvx-bcgvx \\ &+4adgvxz+qbgvx \end{aligned}$$

Par la même Regle du 8^e Mars 1704, il faut distribuer ce reste pour en tirer un Problème auxiliaire, & il faut encore selon cette regle distinguer en *F* tous les termes que marquent les monomes qui sont icy en *G*,

$$G... x^2. x^2. vxzx. sxz. vxz. vxz. vx. sx.$$

De maniere que le Problème auxiliaire sera composé de huit égalités fort simples qu'il faut résoudre. Mais avant que d'operer, ou bien dans l'operation, on se souviendra de substituer *n* au lieu de *q* + *g*, selon la supposition abregeante dont il a été parlé cy-dessus, & l'on trouvera pour la résolution de ce Problème, $d=c. g=c. q=c.$

Ces valeurs étant substituées dans la supposée *B*, on aura la résultante *H*.

$$H... s+zx=t+vx.$$

Enforte que cette égalité *H* est la generatrice de la formule proposée *A*. Ce qu'il falloit trouver.

Remarque. Lorsque d'habiles Geometres se sont proposés l'Inverse des Tangentes, ils n'ont d'abord envisagé que les lignes Geometriques qui se forment sur un axe, & c'est aussi ce qu'il y a de plus considerable dans ce projet. Mais ils ne croyoient peut-être pas qu'une même formule pût

avoir plusieurs generatrices, ou qu'une même égalité différentielle eût différentes integrales. Cependant l'on a pu voir dans le Memoire que je donnay à l'Academie le 8^e Mars, qu'une même formule convient à une parabole & à une hyperbole, à un cercle & à une ellipse, & que l'ellipse & l'hyperbole peuvent varier en une infinité de manieres. Voicy un autre exemple des Courbes formées sur un axe, où l'on verra qu'une même égalité différentielle peut avoir des integrales de differens genres.

ARTICLE III. Il y a des égalités différentielles qui ont des integrales de divers genres. J'en ay averti dans le quatrième Memoire que je donnay à l'Academie en 1704 sur l'Inverse des Tangentes page 19, & l'on peut aussi s'en assurer aisément par les regles abregeantes que j'ay proposées dans ce quatrième Memoire.

* Soit pour exemple l'égalité différentielle qui est marquée icy en *A*.

$$A \dots 2x'dy - 2axydy - yxxdy - ayydx = 0.$$

Et que la supposée soit $sy = hx^c$. Alors sa difference sera $dy = \frac{chx^{c-1}dx}{s}$. Et comparant ces trois égalités pour faire évanouir y & dy , on aura la réduite *D*.

$$D \dots 2csx^{c+1} - 2cakhx^c + sx^{c+1} - ahx^c = 0.$$

Cette réduite se distribue en deux manieres, selon ce qui a été dit dans le quatrième Memoire pages 18 & 19.

Pour la premiere distribution je compare le premier terme au second, & le troisième au quatrième. Ce qui donne les deux Problèmes auxiliaires *F* & *G*.

$$F \begin{cases} c+1 = 2c. \\ 2cs = 2cakh. \\ sy = hx^c. \end{cases} \quad G \begin{cases} c+1 = 2c. \\ s - ah = 0. \\ sy = hx^c. \end{cases}$$

Chacun de ces Problèmes donne $c=2$, $s=ah$; & substituant ces deux valeurs dans la supposée $sy = hx^c$, on aura $ay = xx$ pour une des integrales de la différentielle proposée *A*.

Dans la seconde distribution de la réduite *D*, je prends

le premier terme avec le troisieme, & le second avec le quatrieme. Ce qui donne les deux Problèmes auxiliaires *K* & *M*.

$$K \begin{cases} c+2=c+2. \\ 2cs+1s=0. \\ sy=bx^c. \end{cases} \quad M \begin{cases} 2c=2c. \\ -2ach-2ah=0. \\ sy=bx^c. \end{cases}$$

● L'un & l'autre donne $c=-\frac{1}{2}$, & cette valeur substituée dans l'égalité supposée, on trouve $sy=bx^{-\frac{1}{2}}$. Donc $ssyy=hbxx^{-1}$. Donc $ssyyx=hb$, qui est la seconde integrale Geometrique de la proposée. Et comme cette integrale est une hyperbole du second genre dont le parametre est indéterminé, on voit qu'elle peut varier en une infinité de manieres. Ainsi l'on peut voir de ce qui a été dit dans ce troisieme Article, que non-seulement il se trouve deux integrales de differens genres pour l'égalité differentielle *A*, mais aussi qu'une de ces integrales est indéterminée. Ce qui peut donner occasion de faire des remarques fort considerables sur l'usage du calcul integral.

O B S E R V A T I O N S

S. U R

D E S P L A Y E S D E V E N T R E.

P A R M. L I T T R E.

1705.
4. Fevrier.

UN homme âgé de 34 ans, d'une bonne constitution, mais foible d'esprit depuis cinq ans, tomba dans un violent accès de folie, pendant lequel étant au lit couché sur le dos, il se donna dix-huit coups de couteau dans le ventre, sans sentir, à ce qu'il me dit, aucune douleur, s'imaginant seulement qu'il enfonçoit le couteau dans une motte de beurre. La lame de ce couteau étoit longue de cinq pouces, & avoit sept lignes de largeur près du manche; elle alloit toujours en diminuant jusqu'à la pointe.

Dix

Dix de ces plaïes n'interressoient que quelques-uns des tegumens du ventre. Les huit autres penetroient dans la capacité avec lésion de quelques-unes des parties qui y sont contenuës. La sonde m'assura de la penetration de ces plaïes, les accidens qui y survinrent me firent comprendre que quelques-unes des parties contenuës étoient blessées. Ces accidens furent la fièvre, la tension du ventre, la respiration difficile & douloureuse, des nausées, le vomissement, le cours de ventre, &c.

Parmi les matieres que le malade rendoit par la bouche en vomissant, il y avoit des filets de sang, dont les uns étoient noirs, & les autres d'un rouge foncé. On remarquoit dans les matieres qui sortoient par le siege, de petits caillots & des filers de sang. Les caillots étoient noirs, & les filets d'un rouge clair. La diversité de ces couleurs de sang venoit vraisemblablement du plus ou du moins de séjour qu'il avoit fait dans la cavité de l'estomach & des intestins.

Quoique cette maladie parut incurable par le grand nombre des plaïes, par la nature & la situation des parties blessées, & par les accidens dont elles furent suivies, le malade ne laissa pas d'en guerir dans l'espace de deux mois, de la maniere qui suit.

Cet homme fut saigné sept fois des bras les quatre premiers jours, sçavoir, trois le premier jour, deux le second, & une fois seulement le troisieme & le quatrieme. On lui tira à chaque saignée quatre palettes de sang. Il observa durant le cours de la maladie un regime de vivre tres tenu & tres-exact. Son bouillon étoit fait avec le veau, la volaille & les écrevisses, & on y ajoûtoit de temps en temps de la laitue, du pourpier & de la chicorée douce. On faisoit la risanne avec les fleurs de pas-d'âne, la racine de grande consoude, les capillaires & les feuilles de coquelicoc. Il prenoit quelquefois le soir des émulsions, du sirop de pavot blanc, ou du laudanum,

Je me proposois par tous ces moyens de calmer l'agitation des esprits, de donner de la consistance au sang, de

faire cesser les nausées, le vomissement & le cours de ventre, de prévenir le hoquet & la toux, & d'arrêter l'écoulement du sang des plaies pénétrantes dans la capacité, dont l'épanchement pouvoit avoir de fâcheuses suites.

Je fis tenir le malade couché sur le dos, parce qu'étant dans cette situation lorsqu'il se blessa, j'espérois qu'il s'épancheroit dans la capacité du ventre moins des matieres contenues dans la cavité des intestins, que je conjecturois être percés, par la situation des plaies & par le sang, qu'il rendoit par la bouche & par le fondement.

On pensoit le malade une fois le jour au commencement de la maladie, & dans la suite de deux, trois, ou quatre jours l'un seulement. On mit les six premiers jours, dans la plaie la plus grande & la plus basse de celles qui pénétoient dans la capacité, une tente de charpie, mollette, mouffée par le petit bout, & chargée de baume d'Arceus, pour conserver une issue aux matieres qui pouvoient être épanchées ou s'épancher dans la capacité du ventre. Mais voyant qu'il en sortoit peu de chose, & que la tente empêchoit la réunion de cette plaie, je la fis supprimer, me contentant d'y faire mettre, comme aux autres, un simple plumaceau chargé du même baume.

Au milieu du traitement, on se servit de baume verd à la place de celui d'Arceus. Sur la fin on trempa les plumaceaux dans l'eau vulneraire. Enfin dans tous les pansements, on essuya peu & très-doucement les plaies, & on les laissa exposées à l'air le moins qu'il fut possible.

Le malade, étant ainsi guéri de ses blessures, se porta mieux qu'il n'avoit encore fait : son esprit reprit son assiette naturelle, & sa conduite fut plus régulière qu'auparavant. Je présumois que ce nouvel état seroit de longue durée, fondé sur les bons effets de quantité de remèdes qu'on lui avoit faits, & sur la diète exacte qu'il avoit observée durant le cours de la maladie, & qu'il promettrait de continuer à l'avenir. Ma conjecture par malheur se trouva fautive, car dix-sept mois après, cet homme étant tombé dans un nouvel accès de folie, se jeta dans la rue par une fenêtre d'un troisième étage, & mourut sur le champ.

Je visitai le cadavre, mais avant que d'en ouvrir le ventre, j'examinai plus exactement que je n'avois fait les cicatrices des dix-huit plaies, dont il a été parlé. Je remarquai, que toutes ces cicatrices étoient fermes & à peu près de niveau à la surface du reste de la peau, à la réserve d'une, où la peau étoit enfoncée d'environ deux lignes, & qui cedioit au doigt, quand je la pressois un peu fortement.

En ouvrant le ventre, je pris toutes les précautions, dont je me pûs aviser, pour ne couper, ni déranger aucune des parties renfermées dans la capacité, afin de voir exactement celles qui avoient été blessées, & de quelle manière la réunion s'en étoit faite. Voici ce que j'y observai.

Première Observation. Le lobe moïen du foie, au-dessous du muscle droit de l'épigastre du côté droit, tenoit fortement au péritoine par un petit endroit. Cette adhérence étoit formée par une cicatrice commune à ces deux parties. Il y avoit une autre cicatrice à la peau qui répondoit à celle-là. Ces deux cicatrices avoient chacune trois lignes de longueur sur une demie de largeur.

Seconde Observation. Deux parties de l'intestin jejunum, situées au-dessous de l'estomach à un pouce du muscle droit, étoient collées ensemble par le côté où elles se touchoient. Ayant séparé ces deux parties, j'observai dans celle qui étoit placée du côté gauche une cicatrice de trois lignes & demie de longueur sur deux tiers de ligne de largeur, & dont la direction étoit transversée par rapport à la longueur du corps, de même que celle de la cicatrice de la peau qui étoit vis à vis. Je ne trouvai point de cicatrice à la partie droite de ce boyau à laquelle celle du côté gauche étoit adhérente, ainsi il y avoit eu une plaie à la première partie, & il n'y en avoit pas eu à la seconde.

Troisième Observation. Je remarquai à la partie antérieure du colon près du sein droit, une cicatrice fort oblique de cinq lignes de longueur, & d'une & demie de largeur. Il s'élevoit le long de cette cicatrice dix-huit à vingt filets,

dont les uns étoient blancs & aussi déliés que des cheveux fort fins, & les autres avoient une legere teinture de rouge & étoient plus gros que les blancs. Tous ces filets sortoient dans le même ordre de la capacité du ventre par une fente qui répondoit à la cicatrice, longue de six lignes & large de deux & demie, & qui étoit restée au peritoine, aux muscles transverses & obliques de la plaie que le malade s'étoit faite en cet endroit, & ils s'alloient attacher à une cicatrice qui étoit commune à la graisse & à la peau, & dont la direction étoit la même que celle de la fente & de la cicatrice du boyau.

Les filets élevés de la cicatrice du colon n'étoient vraisemblablement que quelques-unes des fibres coupées des tuniques de cet intestin; sçavoir, les rouges de la tunique charnuë, & les blanches de la membraneuse. Les unes & les autres avoient insensiblement crû, & s'étoient avancées jusqu'à la graisse, n'ayant trouvé dans leur chemin aucun obstacle ni aucune partie où elles eussent pû se coler, parceque les levres de la plaie du peritoine & des muscles s'étoient cicatrisées séparément, & ne s'étoient pas jointes ensemble par une même cicatrice comme dans les autres plaies.

Quatre choses pouvoient avoir donné lieu à cette fente; sçavoir, la tente, la longueur de la plaie, sa grande obliquité & sa situation. La tente, en tenant écartées les levres de la plaie; la longueur de la plaie, par l'incision de quantité de fibres des muscles du ventre; la grande obliquité, en coupant dans son trajet les fibres de tous les muscles, quoiqu'elles aient dans chacun des directions fort différentes; enfin la situation de la plaie pouvoit avoir donné lieu à la fente, parcequ'elle étoit toute entiere dans la partie charnuë des muscles, dont il a été parlé.

Or, de ce que les fibres charnuës de tous ces muscles ont été coupées à l'endroit de la plaie, il s'ensuit, 1°. Que chaque portion des fibres coupées a dû se retirer de son côté, comme l'expérience le fait voir. 2°. Que les deux

levres de la plaie ont dû se cicatrifer séparément & former une fente ; parceque le muscle transverse étant fortement attaché au peritoine , ses fibres charnuës n'ont pû se retirer sans entraîner avec elles de part & d'autre les parties coupées de cette membrane. La même chose n'est pas arrivée à la graisse & au muscle oblique descendant de l'épigastre , parceque la graisse n'est pas si adhérente à ce muscle , que le peritoine l'est au muscle transverse , & qu'elle est fort étroitement unie à la peau.

Enfin les deux levres de cette plaie se sont réunies dans la graisse & dans la peau par une seule & même cicatrice , parcequ'il y a naturellement une liaison très-étroite entre ces deux tegumens , comme je viens de dire , & que d'ailleurs n'ayant ni l'un ni l'autre des fibres charnuës , ils n'ont pû , quoique coupés , se retirer de part & d'autre , ni se cicatrifer séparément comme les muscles.

Voici à présent quelques observations que je fis dans la tête de cet homme , dont on pourra peut-être tirer quelques conjectures sur sa folie.

1°. Les os , qui composoient le crane , étoient fort durs & fort épais ; il y avoit très-peu de pores entre leurs deux tables , & les structures en étoient presque effacées , quoique cet homme n'eût encore que trente-quatre ans.

2°. La dure & la pie-mere étoient fort dures , & d'un tissu très-fermé.

3°. La substance du cerveau avoit beaucoup de consistance , celle du cervelet avoit à peu près la mollesse naturelle.

4°. Le plexus choroïde qui est dans le cerveau , étoit sec & mince ; on y observoit peu de vaisseaux sanguins & qui étoient fort déliés ; les glandes étoient imperceptibles.

5°. Je ne trouvai point de lymphe dans la cavité des ventricules du cerveau , ni dans celle du ventricule du cervelet.

Enfin la glande pituitaire étoit fort petite & extrêmement dure.

DU CAMPHRE.

PAR M. LEMERY.

1705.
7. Fevrier.

LE soin que prennent les Hollandois de se faire apporter le Camphre brut pour le raffiner, est cause que nous en voyons assez rarement en France. Il m'en est tombé entre les mains quelque quantité, qui m'a donné occasion de faire des expériences, dont je vais parler après que j'auray dit quelque chose de l'Histoire de ce mixte.

Le Camphre est appelé en Latin *Camphora* & *Caphura*, noms qui viennent apparemment des mots Arabes *Capur* & *Caphur*, qui signifient la même chose. C'est une espece de résine légère, blanche, fort volatile, & si combustible qu'elle brûle & conserve sa flamme même sur l'eau où elle nage, se consumant tout à fait, d'une odeur forte & pénétrante, d'un goût âcre tirant sur l'amer, & échauffant beaucoup la bouche; ce qui fait croire que ce n'est qu'un mélange naturel d'un soufre & d'un sel volatile unis & liés étroitement ensemble. Cette résine découle du tronc & des grosses branches d'un arbre qu'on dit ressembler au noyer, & qui croît dans l'Isle de Borneo en Asie & en la Chine. On la trouve au pied de l'arbre, où elle est figée en petits grains de différentes grosseurs & figures, secs, friables, légers, blancs, transparens, de l'odeur & du goût qui a été dit. Ces petits grains tombant les uns sur les autres s'agglutinent légèrement, & font des masses plus ou moins grosses, lesquelles étant un peu pressées entre les doigts se séparent & s'égrainent en forme à peu près de grains de sel, ou de gros grains de sable. C'est cette manière qu'on appelle Camphre brut. On la ramasse doucement, prenant garde autant qu'on peut qu'il ne s'y mêle de la terre, du sable, ou quelque autre ordure; car elle est plus ou moins estimée suivant qu'elle est plus ou moins pure. On en rencontre en Hollande de fort sale: celle

qui vient de la Chine n'est pas si bonne que celle qui naît en l'Isle de Borneo.

On tire par incision de la racine de l'arbre qui porte la canelle, une liqueur qui a une forte odeur de Camphre ; ce qui a fait croire autrefois à quelques Naturalistes mal informez, que tout le Camphre venait de cet arbre : mais une connoissance plus exacte de l'origine du Camphre a fait rejeter cette opinion.

On trouve une odeur de Camphre dans plusieurs plantes, comme dans celle qui à cause de cette odeur est appelée Camphorata, dans l'Abrotanum, dans l'Aspic ou grande Lavande, dans le Romarin.

Les Hollandois pour raffiner le Camphre brut, le mettent sublimer par un petit feu dans des pots sublimatoires ; il ne s'en élève que la partie pure, la terre & les autres impuretez demeurent au fonds, ensuite ils le liquéfient par une douce chaleur & le jettent dans des moules pour lui donner la forme qu'ils veulent. On nous l'apporte en pains plats & orbiculaires, ayant à peu près la figure d'un couvercle de pot. C'est celui dont nous nous servons en Medecine ; il doit être choisi blanc transparent, net, léger. Les Marchands l'envelopent ordinairement dans de la graine de lin, afin que cette semence par sa viscosité retienne les parties du Camphre, & les empêche de se dissiper si aisément ; car ils s'apperçoivent que cette drogue diminue étant gardée.

Il seroit inutile que je rapportasse ici les usages du Camphre pour la Medecine, ils ne sont ignorez d'aucun Medecin, & les Livres en parlent assez. Je remarqueray seulement que les Indiens aux Indes Orientales le font entrer dans une espece de trochisques qu'ils composent avec le Chosool ou fruit de l'Areca, la feuille de Betle, les Huîtres calcinées, les Girofles, le bois d'Aloës, & quelques autres drogues dont ils s'avisent. Ils machent ces trochisques quand ils veulent se faire cracher & décharger le cerveau.

Le Camphre est aussi employé dans la matiere des feux d'artifice, & dans les vernis.

C'est-là ce que j'avois à dire du Camphre en general. Je passeray présentement aux experiences. Je les ay faites avec le Camphre brut ; & il est bon d'avertir que celui que j'ay employé étoit du plus net & du plus beau qu'on puisse trouver.

J'ay mis deux onces de Camphre brut dans une cucurbite de verre ; je l'ay couverte d'un chapiteau aveugle , & j'ay lutté exactement les jointures. J'en ay mis deux autres onces dans un matras, que j'ay bouché d'un simple papier ; j'ay placé mes deux vaisseaux sur le sable , & j'ay donné dessous un petit feu que j'ay continué pendant une heure & demie. Le Camphre s'est fondu en liqueur fort claire , & il s'en est élevé beaucoup de fleurs. J'ay laissé refroidir les vaisseaux , & j'ay cassé le matras pour en séparer plus commodément ces fleurs ; j'en ay tiré une once trois dragmes : elles sont belles , blanches comme de la neige , argentines , & ressemblant beaucoup au plus beau Spermaceti , d'une odeur qui a du rapport avec celle du Romarin , mais plus forte & plus penetrante. Ces fleurs étoient attachées à toutes les parois internes du matras , & même au coût : celles d'embas qui avoient le plus chauffé s'étoient rendurcies & rendues transparentes comme le Camphre ordinaire. J'ay trouvé au fond du matras une petite masse ressemblant beaucoup à de la cire , plus legere , un peu moins jaune , mais aussi dure , d'une odeur & d'un goût de Camphre , se fondant aisément sur le feu : cette petite masse pèse demi-once & dix-huit grains. Il s'est donc dissipé dans l'operation cinquante-quatre grains des deux onces de Camphre que j'avois employées dans le matras.

Quant à la cucurbite il n'a pas été besoin que je l'aye cassée pour en retirer les fleurs , je les ay détachées facilement de ses parois & de celles du chapiteau : elles ont été toutes semblables à celles du matras & en pareille quantité. J'ay trouvé aussi au fond de la cucurbite une masse dure semblable à l'autre , fort adherante au verre ; je l'en aurois détachée facilement en la chauffant un peu , mais j'ay trouvé plus à propos d'essayer si j'en tirerois encore quelques

quelques fleurs. J'ay donc readapté le chapiteau à la cucurbite, & je l'ay mise sur un petit feu comme devant ; il s'en est élevé trois dragmes & demie de fleurs pareilles aux premières, & il n'est resté au fond qu'environ une dragme de matiere dure, grasse, terrestre, de couleur rouge brune, d'une odeur de Camphre, ayant tres-peu de goût. Je l'ay mis tremper dans de l'esprit de vin ; il s'en est dissout une portion, & l'autre est demeurée en sable gris : c'est tout ce que les deux onces de Camphre avoient pris de saleté au pied de l'arbre.

Toutes ces fleurs, par les experiences que j'en ay faites, m'ont paru ne differer que dans la forme du Camphre raffiné qu'on nous envoie d'Hollande : si on les liquefie par un peu de feu, on les réduira en morceaux blancs & transparents comme lui.

On voit par ce que je viens de rapporter, que rien n'est plus aisé que de purifier le Camphre en tous païs, & qu'il n'est pas necessaire d'envoyer le Camphre brut en Hollande pour le raffiner, comme font nos Marchands de France quand ils en ont. On se prévient aisément en faveur des Hollandois pour la perfection de certains ouvrages, & faute d'experience on s' imagine qu'il est trop difficile d'y atteindre aussi-bien qu'eux.

Des dissolvans du Camphre.

Les liqueurs aqueuses ou phlegmatiques ne dissolvent point le Camphre. Il est bien vrai qu'en plongeant un morceau de Camphre allumé plusieurs fois dans de l'eau, l'on fait recevoir à la liqueur une legere impression & une odeur du Camphre : mais cette odeur vient principalement d'une pellicule qui se fait à la surface de l'eau, & qui a été produite par une petite portion du Camphre même liquefiée par le feu, & condensée par la fraîcheur de l'eau. On fait avaler de cette eau camphrée aux femmes hysteriques pour calmer leurs vapeurs. L'esprit de vin, les huiles & les graisses dissolvent facilement & promptement.

ment le Camphre. On fait ordinairement l'esprit de vin camphré, en mêlant dans chaque once d'esprit de vin demie dragme de Camphre : mais j'ay voulu voir combien l'esprit de vin en pourroit recevoir pour en être entièrement saoulé. J'en ay donc dissout jusqu'à ce qu'il n'en prit plus ; j'ay trouvé qu'il étoit entré dans chaque once d'esprit de vin demie once de Camphre. Cette dissolution a une odeur forte de Camphre, & un goût âcre & brûlant, mais passant vite.

J'ay mis le feu à une cuillerée de la même dissolution de Camphre : l'esprit de vin a brûlé le premier, rendant une flamme bleuâtre à son ordinaire, & à mesure qu'il s'est consommé le Camphre a paru comme en masse, la flamme n'a pourtant pas discontinué ; mais dès qu'il n'y a plus eu d'esprit de vin, elle est devenue blanche, & tout le Camphre a brûlé en sa maniere ordinaire.

J'ay versé dans de l'eau une portion de la même dissolution, le Camphre s'est revivifié en une maniere de beurre liquide tres-blanc ; je l'ay séparé de l'eau, il a pris la solidité du Camphre. J'ay mêlé une autre portion de la dissolution avec autant d'esprit de Nitre, il s'est fait d'abord une tres-petite chaleur, mais sans ébullition sensible. J'ay laissé la liqueur trois jours en digestion, la remuant souvent, puis je l'ay mise circuler dans un vaisseau de rencontre par le moyen d'une douce chaleur, il ne s'y est fait aucune effervescence, il faut que le Camphre ait empêché la fermentation ; car on sçait que les esprits de vin & de nitre mêlez ensemble bouillonnent & s'échauffent violemment. J'ay versé sur une partie de la liqueur circulée un peu d'huile de tartre faite par défaillance, il s'est fait ébullition avec chaleur, & incontinent après coagulation de presque toute la liqueur en une maniere de beurre tres-blanc.

J'ay versé sur une autre partie de la même liqueur un peu d'esprit volatile de sel armoniac, il s'est fait pareille ébullition & congelation ; mais il y a eu moins de matiere butireuse, & il s'est séparé beaucoup de serum.

J'ay versé sur une autre portion de la même liqueur un peu d'esprit de sel, le mélange a jetté une legere fumée, & est devenu blanchâtre d'abord, puis il s'est éclairci.

J'ay versé beaucoup d'eau sur une autre partie de la même liqueur, il s'est fait un coagulum tres-blanc qui a nagé dessus.

Je reviens à ma dissolution de Camphre faite dans l'esprit de vin; j'en ay mêlé une portion avec un peu d'esprit volatile de sel armoniac fait avec le sel de tartre, il s'est fait à l'instant un caillé fort blanc. & d'une odeur tres-forte: ce caillé étoit le Camphre qui avoit quitté l'esprit de vin; il s'en étoit séparé aussi un serum.

J'ay versé sur une autre partie de la dissolution de l'huile de tartre faite par défaillance, il ne s'est point fait de coagulum ni d'autre changement apparent dans la liqueur. Il semble étonnant que deux alcali agissent si différemment sur la dissolution de Camphre: la raison que j'en puis apporter est que l'esprit de vin & l'esprit de sel armoniac mêlez ensemble se coagulent naturellement, comme tout le monde le sçait. Or le Camphre y étant ajouté ne peut qu'augmenter la coagulation, au lieu que l'huile de tartre ne se coagule jamais avec l'esprit de vin: mais comme l'esprit de sel armoniac fait avec la chaux ne se coagule point avec l'esprit de vin, j'ay voulu voir s'il feroit quelque coagulation sur nôtre dissolution de Camphre; j'ay donc mêlé ensemble parties égales des deux liqueurs, le mélange ne s'est point congelé; mais il s'est fait d'abord précipitation des parties du Camphre en maniere de nuages blancs: ce précipité s'est en peu de tems dissout, en sorte qu'il n'a plus paru, & la liqueur est devenue claire.

J'ay voulu voir si par la distillation le Camphre monteroit en liqueur avec l'esprit de vin, ou lequel des deux seroit le plus leger. J'ay mis en distillation par un alembic de verre environ une livre d'esprit de vin camphré ordinaire: l'esprit de vin a distillé pur, & l'on a vu le Camphre coagulé au fond de la cucurbite: j'ay continué un

petit feu, ce Camphre s'est entierement sublimé sans avoir été alteré en aucune maniere; je n'ay même pas reconnu que l'esprit de vin eût retenu une odeur considerable du Camphre. Cette operation montre donc que le Camphre dissout dans de l'esprit de vin ne passe point en liqueur par la distillation, & que l'esprit de vin est plus leger que le Camphre.

J'ay mis en dissolution du Camphre dans de l'esprit ou huile ætherée de terebentine bien claire: ce dissolvant n'en a pû recevoir que le quart de son poids; car à peine une once d'esprit de terebentine a-t-il dissout deux dragmes de Camphre, quoyque je les aye laissez ensemble en digestion chaudement pendant quelques heures. J'ay versé beaucoup d'eau sur une partie de la dissolution: elle s'est toute élevée sur l'eau sans aucun changement, & le Camphre ne s'en est point séparé.

J'ay mis en distillation par un petit feu dix dragmes de la dissolution de Camphre faite dans l'esprit de terebentine: elles ont tout à fait distillé en une liqueur un peu trouble, d'un blanchâtre tirant sur le jaune, d'une odeur beaucoup plus forte & plus puante que celle de l'esprit de terebentine; j'ay pesé cette liqueur distillée, il y en a eu dix dragmes, ce qui est justement le même poids de la dissolution que j'avois employée, il ne s'étoit séparé ni sublimé dans la cornuë aucune partie du Camphre. On voit donc par cette operation que le Camphre dissout dans une huile ætherée telle qu'est l'esprit de terebentine, peut être distillé en liqueur; ce que je n'ay point vû arriver quand il a été dissout avec les huiles communes, il faut que le Camphre & l'esprit de terebentine soient de même pesanteur. J'ay essayé de faire séparer le Camphre de la liqueur distillée, j'en ay versé une partie dans beaucoup d'eau bien froide, il s'est élevé à la surface de l'eau une huile blanchâtre, qui n'est autre chose que la dissolution de Camphre un peu plus condensée qu'elle n'étoit avant la distillation, mais il ne s'est fait aucune séparation.

J'ay mis en dissolution du Camphre dans de l'huile d'olive : une once d'huile n'a pû dissoudre que deux dragmes de Camphre. J'ay mis distiller la dissolution : mais le Camphre s'est sublimé tout à fait avant que l'huile ait distillé, ce qui montre que le Camphre est plus léger que l'huile commune.

Après avoir fait des dissolutions du Camphre dans des liqueurs sulfureuses, j'ay examiné celles qu'on pouvoit faire avec des esprits acides.

J'ay mis dans un petit matras une once de Camphre brut & deux onces d'esprit de Nitre, le Camphre s'est résout en huile en moins de demie-heure sans aucune chaleur, & plus aisément que n'a coûtume de faire le Camphre ordinaire : mais l'huile a été jaune, au lieu que celle qui se fait avec du Camphre raffiné n'a point de couleur. Cette huile jaune a pesé une once trois dragmes & demie : elle contient donc trois dragmes & demie d'esprit de Nitre. C'est ce dissolvant qui ayant pénétré les parties les a résoutes en liqueur : le Camphre ordinaire qu'on résout en huile de la même manière, reçoit moins d'esprit de Nitre ; car d'une once de ce Camphre je n'ay tiré qu'une once deux dragmes & demie d'huile. Cette circonstance fait que l'huile de Camphre brut est plus âcre que l'huile de Camphre raffiné.

Il s'est trouvé une tres-petite quantité de crasse brune au fond de l'huile du Camphre brut nageant sur l'esprit de Nitre, au lieu qu'il ne s'en trouve point sur celle du Camphre raffiné.

De toutes les résines je n'en connois point d'autre que le Camphre qui puisse être dissoute par l'esprit de Nitre. Ce dissolvant a laissé dans le Camphre ses pointes les plus actives, car il a perdu après la dissolution beaucoup de sa force. J'ay voulu voir combien celui qui est resté des deux onces que j'avois employées pourroit dissoudre encore de nouveau Camphre, j'y en ay mis peu à peu en digestion chaudement, j'ay trouvé qu'il n'en avoit dissout qu'une dragme, le reste de l'esprit de Nitre a été bien foible ; j'y

ay mis de nouveau Camphre, mais il ne s'est fait aucune dissolution; je croy que les acides de l'esprit de Nitre, s'ils étoient seuls, ne réduiroient pas le Camphre en huile, mais que les parties de feu dont ils sont accompagnez leur servent de vehicule, & contribuent le plus à la dissolution. Quoyqu'il en soit, je n'ay point vû que les autres acides liquesassent le Camphre comme fait l'esprit de Nitre.

L'usage ordinaire de l'huile de Camphre est pour la carie des os, pour déterger les plaies, pour résister à la gangrene, & pour la douleur des dents. On ne s'en sert point à l'ordinaire interieurement à cause de son âcreté un peu corrosive. J'ay néanmoins essayé il y a long-tems d'en faire prendre quelques gouttes par la bouche dans les vapeurs hysteriques & dans les obstructions, je n'en ay vû que de bons effets; il est vrai que je l'ay presque toujours donnée mêlée avec autant d'huile de Karabé.

J'ay jetté dans de l'eau commune un peu d'huile de Camphre, il s'est précipité au fond du vaisseau un coagulum blanc qui est un Camphre revivifié; car l'eau ayant affoibli l'esprit de Nitre qui faisoit sa consistance liquide, les parties du Camphre se sont rapprochées, agglutinées & précipitées par leur pesanteur. Il s'est fait aussi à la surface de l'eau une pellicule blanche, qui a été la partie du Camphre la plus détachée de l'esprit de Nitre. Il faut que le précipité du Camphre ait retenu des pointes de l'esprit de Nitre qui lui aient donné de la pesanteur, car le Camphre pur nage sur l'eau.

J'ay mêlé de l'huile de Camphre avec autant d'esprit volatile de sel armoniac; il s'est fait en même tems une ébullition considérable, avec une petite fumée & un peu de chaleur, puis une coagulation d'une partie de la liqueur en une matiere assez ferme, legere, blanche, tres-rarefiée, nageant sur du serum, d'une odeur forte & penetrante.

J'ay mêlé une autre portion d'huile de Camphre avec une pareille quantité d'huile de tartre, il s'est fait les mêmes choses, mais l'ébullition a été un peu moins violente, & la matiere coagulée moins rarefiée. Ces deux coagula-

tions font encore des portions de Camphre que les alcalis ont revivifié en rompant les pointes de l'esprit de Nitre.

J'ay mis dans une cornuë de verre une autre portion de la même huile de Camphre, & je l'ay fait distiller par un feu mediocre; il en est sorti premierement un esprit de Nitre clair, d'une odeur desagreable tres-penetrante, puis il s'est sublimé au haut de la cornuë un Camphre blanc & jaune, d'une odeur tres-puante, d'un goût de Camphre: j'ay continué le feu jusqu'à ce qu'il ne s'élevât plus rien.

J'ay cassé la cornuë après qu'elle a été refroidie; j'ay trouvé dans son fond une matiere resineuse ou gommeuse, dure & noire comme de la poix; j'ay mis le Camphre sublimé dans son esprit de Nitre distillé, il s'est dissout derechef sans feu en peu de tems, & il s'est refait une huile de Camphre plus belle que la premiere, parceque la partie grossiere en a été séparé. Cette huile s'est trouvée toute pareille à celle qu'on a faite avec le Camphre raffiné, excepté qu'elle a senti bien plus mauvais, car elle a acquis par la distillation une odeur d'empireume tres-desagreable.

J'ay voulu voir si les autres acides dissoudroient le Camphre comme fait l'esprit de Nitre; j'en ay mis en digestion chaudement dans le double de son poids d'eau regale, il s'en est dissout la plus grande partie en huile, mais il en est demeuré une portion qui n'a point été réduite en liqueur: j'y ay ajouté encore un peu d'eau regale, tout s'est dissout. On pourroit donc faire de l'huile de Camphre par le moyen de l'eau regale; mais au lieu que par la methode ordinaire on n'employe que deux parties d'esprit de Nitre sur une partie de Camphre, il faudroit par celle-cy employer trois parties d'eau regale sur une partie de Camphre: la raison de cette augmentation du dissolvant, est que le sel armoniac ni l'esprit de sel qui entrent l'un ou l'autre dans la composition de l'eau regale ne font pas un grand effet sur le Camphre, il n'y a que l'esprit de Nitre qui soit capable de le bien rarefier en huile. Or il ne s'en

rencontre pas assez en deux parties d'eau regale, il en faut encore une troisième.

J'ay mis en digestion chaudement dans un matras une portion de Camphre avec trois fois autant pesant de bon esprit de sel, une partie de la matiere s'est à demi dissoute en une maniere d'huile congelée blanche, & l'autre s'est sublimée en Camphre entier: j'y ay ajouté encore autant d'esprit de sel, & je l'ay remise en digestion sur le feu; mais il ne s'est point fait davantage de dissolution.

J'ay mis en digestion une autre portion de Camphre dans quatre fois autant d'esprit de vitriol ordinaire, il ne s'est fait aucune dissolution, le Camphre s'est sublimé au cou du matras.

J'ay mis en digestion une autre portion de Camphre dans quatre fois autant d'huile de vitriol noire ou la plus caustique, le Camphre s'y est dissout, de maniere qu'il n'a plus paru ni en substance ni en huile, mais sans ébullition. J'attribuë cette dissolution à un soufre qui est dans l'huile de vitriol, le mélange avoit une odeur d'huile de succin; j'ay jetté de l'eau dans la dissolution, elle est devenue blanchâtre, & il s'en est séparé un peu de Camphre.

J'ay mis en digestion une autre portion de Camphre avec quatre fois autant pesant d'esprit d'alun tres-fort, il ne s'est fait aucune dissolution, le Camphre s'est sublimé au haut du matras.

J'ay mis dans un matras deux dragmes de Camphre, j'ay versé dessus quatre onces de vinaigre distillé, j'ay fait digerer & botillir le mélange au feu de sable, il ne s'est fait aucune dissolution, & le Camphre s'est sublimé.

Après avoir essayé les dissolutions du Camphre par des liqueurs acides, j'en ay essayé aussi par des liqueurs alcalines,

J'ay mis en digestion à froid une portion de Camphre dans six fois autant d'esprit volatil de sel armoniac, il ne s'est point fait de dissolution.

J'ay mis en digestion chaudement une autre portion du même Camphre dans huit fois autant d'huile de tartre
faite

faire par défaillance, il ne s'est point fait de dissolution, & le Camphre s'est sublimé en substance.

J'ay donc reconnu par ces deux dernières expériences, que le Camphre ne pouvoit être dissout par les sels alcali.

J'ay essayé plusieurs fois de séparer les principes du Camphre sans addition, soit par les distillations ordinaires, soit par les méthodes dont on se sert pour tirer l'esprit de soufre, mais je n'ay pû y réussir : ce mixte s'est toujours sublimé entier sans aucune séparation de sel volatile ni d'huile, ces principes y sont trop bien liez pour se desunir. Au reste ce n'est pas un grand malheur que cette desunion ne se fasse point, le Camphre est assez volatile & actif en son état naturel pour n'avoir pas besoin d'être développé ou analysé.

B A R O M E T R E S

S A N S M E R C U R E

A L'USAGE DE LA MER.

PAR M. AMONTONS.

S'il y a de l'air enfermé dans une boule de verre *D*, 1705.
jointe à un tube aussi de verre *E, C, B, A*, recourbé en 11. Février.
C, ouvert en *A*, & contenant une liqueur depuis l'entrée *FIGURE I.*
E de la boule, jusqu'en quelque endroit de sa partie *AB*;
on sçait il y a déjà long-tems que cet air enfermé en *D*
augmente ou diminue son volume, non-seulement à me-
sure que l'air extérieur change de chaleur, mais encore à
mesure qu'il change de pesanteur. Je ne sçache pas cepen-
dant que personne ait encore distingué & déterminé la
quantité de ces deux effets, je veux dire, de combien la
chaleur & la pesanteur de l'air extérieur, en agissant con-
jointement sur celui qui est enfermé en *D*, feroient cha-
1705. G

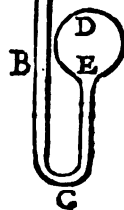


fig. I.

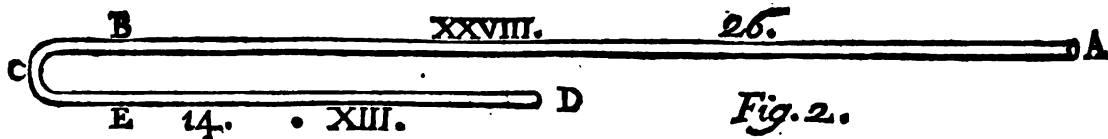
cune en leur particulier diminuer ou augmenter ce même volume d'air enfermé ; en un mot, quel seroit le mouvement de la liqueur dans le tube *AB*. Ces deux effets ont toujours paru difficiles à séparer l'un de l'autre, à cause de la combinaison de plusieurs circonstances qui les font varier presque en une infinité de manieres.

Quant à l'effet que la chaleur produit sur cet air, je croy l'avoir suffisamment expliqué dans les Memoires des années 1702 & 1703 : ainsi je n'en diray presentement rien davantage.

Pour ce qui est de l'effet de la pesanteur de l'atmosphère sur ce même air ; à la verité M. Mariotte nous a déjà donné quelques experiences & quelques regles là-dessus : mais il ne paroît nulle part que son dessein fût de mesurer par ce moyen les vicissitudes du poids de l'atmosphère, en empêchant que nous n'attribuions l'effet de la pesanteur à celui de la chaleur, & réciproquement celui de la chaleur à l'effet de la pesanteur. Comme cela peut néanmoins avoir son utilité, je vais tâcher de le faire du mieux qu'il me sera possible, en continuant de me servir de ce que M. Mariotte a déjà établi là-dessus. Or par ces mêmes experiences il est clair que plus les volumes d'air en *D* seront considerables, plus la liqueur baissera ou haussera dans le tube *A, B*, par une même surcharge, ou par une même diminution du poids de l'atmosphère ; & que si cette liqueur en *AB* n'avoit aucune pesanteur, les volumes d'air enfermés suivroient dans leurs changemens les proportions des poids dont ils seroient chargés, en sorte que ces volumes seroient en raison inverse de ces poids.

FIG. I.
FIG. II.

Ainsi donc supposant la boule *D* allongée en un long cylindre fort menu de la même grosseur que le tube *AC*, & le tout dans une situation horizontale pour éviter le poids de la liqueur ; si cette boule ainsi allongée avoit par



exemple 14 pieds de long, & que la liqueur en *E* fût au commencement de ces 14 pieds lorsque le poids de l'atmosphère égale 26 pouces de mercure; cette liqueur avanceroit d'un pied lorsque le poids de l'atmosphère seroit de 28 pouces, ces volumes 14 & XIII étant en raison inverse des poids 26 & XXVIII; & le même changement du poids de l'atmosphère auroit fait avancer différemment la liqueur suivant que la boule allongée auroit eu plus ou moins de capacité ou de longueur: ainsi elle auroit avancé de deux pieds, si la longueur de la boule allongée avoit été de 28 pieds au lieu de 14; de 4 pieds si cet allongement eût été de 56 pieds; & ainsi du reste. Où l'on voit que l'effet du poids de l'atmosphère sur l'air de la boule *D*, devient toujours de plus grand en plus grand, suivant que la grandeur de cette boule augmente; ce que l'on ne peut pas dire de l'effet de la chaleur qui, comme je l'ay déjà fait voir ailleurs, seroit toujours égal nonobstant l'augmentation de ces volumes.

On pourroit donc supposer la boule *D* si prodigieusement grosse, que l'effet des changemens de chaleur de l'atmosphère ne seroit plus rien de sensible en comparaison de l'effet des changemens de sa pesanteur; ce qui suppose toujours que le tube *AB* soit dans une situation horizontale. Mais comme dans l'usage une pareille situation est incommode, & qu'il est plus à propos qu'elle soit verticale; dans cette situation la liqueur ne peut passer du tube *AC* dans celui *CD*, ou de celui-ci dans l'autre, sans diminuer l'impression du poids de l'atmosphère contre l'air enfermé en *D*, ou de celui-ci contre l'atmosphère; & cela d'autant plus que la liqueur dont on se servira sera plus pesante. Ainsi, par exemple, si le poids de cette liqueur est à celui du mercure comme 1 à 14, & qu'une quantité de cette liqueur contenue en *AB* dans l'étendue de 28 pouces passe dans la boule *D* vers *E*; il est clair que cet abaissement de 28 pouces de liqueur égaleroit l'effet de l'atmosphère, dont le poids seroit augmenté d'une quantité égale à deux pouces en hauteur de mercure: & comme

nous sçavons par experience que le mouvement du Barometre simple causé par le plus ou le moins de pesanteur de l'atmosphère, ne passe pas ici cette étendue de deux pouces; il est clair aussi que la marche de la liqueur dans le tube *AB* situé verticalement, ne sçauroit par le changement du poids de l'atmosphère excéder avec une pareille liqueur 28 pouces, quelque grosse que soit la boule *D*: elle ne sçauroit même, à le bien prendre, aller jusques-là; parceque le ressort de l'air en *D* fait toujours quelque résistance à la diminution de son volume, pour petite que soit cette diminution; & que quelque menu que soit le tube *AB* & par consequent quelque petite que soit la quantité de la liqueur contenuë dans l'étendue de 28 pouces de ce tube, il est impossible que cette quantité de liqueur étant passée de *AB* en *E* ne diminuë le volume de l'air en *D* de quelque chose. L'étendue de cette marche de la liqueur dans le tube *AB* sera même considerablement moindre de 28 pouces, lorsque la boule *D* ne sera que d'une mediocre grosseur: & l'experience m'a fait connoître qu'avec une liqueur dont la pesanteur est à celle du mercure environ comme 1 à 14, l'étendue de cette marche ne peut gueres être que de 20 pouces avec des boules de 2 pouces de diametre; & seulement de 16 pouces avec des boules d'un pouce $\frac{1}{2}$; ce qui diminueroit encore si la liqueur étoit plus pesante. Mais comme au contraire on peut fort bien y en employer qui soit plus legere, & que déjà cette marche de 20 pouces est au moins aussi considerable que celle du Barometre double de M. Huguens; rien n'empêche qu'on ne puisse utilement se servir des tubes *ACD*, dans lesquels il y aura de la liqueur depuis le milieu de la partie *AB* jusqu'en *E*, pour connoître par le mouvement de la liqueur en *AB* les changemens de l'atmosphère, de la même maniere qu'on le fait avec les Barometres ordinaires; d'autant plus qu'ils sont plus portatifs, & que n'étant pas à beaucoup près si susceptibles de mouvement, on peut fort bien s'en servir sur mer, où le branle du Vaisseau n'empêcheroit point d'y remarquer

exâctement les differens changemens ; ce qui ne se peut faire avec les ordinaires.

Après avoir reconnu que l'étenduë de la marche de la liqueur dans ces tubes par les seuls changemens du poids de l'atmosphère étoit assez considérable pour s'en servir en Barometre, & après avoir partagé en 24 parties égales cette étenduë pour en faire une graduation qui marquât les quantités de mercure qui égalent le poids de l'atmosphère dans tous ses changemens ; il me restoit à appliquer cette graduation à ces nouveaux Barometres. Cela ne me parut pas d'abord fort aisé, à cause de l'action de la chaleur, qui changeant continuellement, ne me permettoit pas de pouvoir assigner sur ces tubes aucun endroit fixe à cette graduation. Mais ayant considéré que cela même qui me paroissoit un obstacle, pouvoit me servir de regle en ce que cette graduation devoit toujours suivre le mouvement que la chaleur causeroit à la liqueur ; & que lorsque la chaleur ne lui causoit aucun mouvement, cette graduation devoit de même rester au même endroit ; je pris le parti de la faire mobile, de la maniere que je vais dire.

Je mis pendant un tems assez considerable un de ces tubes auprès d'un de mes Thermometres, & j'observai la marche de l'un & de l'autre dans des tems où j'étois assuré par l'observation du Barometre que le poids de l'atmosphère n'eût point changé : ce qui me donna le moyen de faire à côté de ce tube une graduation semblable à celles de mes Thermometres, quoique plus grande. Cette graduation marquoit les changemens que la chaleur causoit à la hauteur de la liqueur de ce tube. Après cela j'appliquai à côté de cette graduation de l'effet de la chaleur, la graduation que j'avois premièrement faite de l'effet de la pesanteur de l'atmosphère ; de sorte que je la pouvois hausser & baisser à ma volonté, & en amener le milieu à tel degré de celle de la chaleur qu'il me plaisoit : & lorsque je voulois connoître le poids de l'atmosphère, je regardois premièrement le degré où mon Thermometre se trouvoit, j'amenois ensuite le milieu de la graduation du

Barometre sur le même degré de celle que j'avois fait à côté du tube, pour marquer les changemens causez par la chaleur à la liqueur du tube, qui me marquoit alors sur la graduation mobile le poids de l'atmosphère que je cherchois.

Ayant ensuite vérifié ces observations pendant un tems considerable sur mon Barometre rectifié, je puis assurer que j'ay toujours trouvé les unes & les autres précisément les mêmes. On aura d'autant moins de peine à le croire, si l'on considere qu'il n'entre point de mercure dans la construction de ces nouveaux Barometres, & que la chaleur n'agit que tres-faiblement sur la liqueur qu'ils contiennent, qui d'ailleurs est en tres-petite quantité; ce qui fait que ces Barometres doivent être exemts des défauts que j'ay remarqués dans les ordinaires où l'on emploie du mercure. Il est vrai que la graduation de ces nouveaux Barometres, qui doit comprendre l'effet de la chaleur & celui de la pesanteur de l'atmosphère, oblige de les faire d'une hauteur qui excède l'ordinaire: mais enfin cela ne sçauroit aller jusqu'à les rendre inutiles; ceux dont les boules auroient 2 pouces de diametre pouvant n'avoir que 5 pieds de long, & les autres seulement 4 pieds, ce qui n'est qu'environ dix pouces plus que les ordinaires lorsqu'ils sont montez; & cela ne doit pas empêcher que par les observations qu'on en pourra faire sur mer, on ne tente d'en retirer quelque chose d'utile pour la Navigation.



OBSERVATION

DES TACHES

Qui ont paru au mois de Janvier de l'année 1705.

PAR M. CASSINI le fils.

Nous apperçûmes le 15 de ce mois de Janvier 1705 1705.
28. Fevrier. deux amas de Taches dans la partie Orientale du disque du Soleil. Les ayant observées avec une Lunete de 17 pieds, chacun de ces amas nous parût composé de diverses Taches entourées d'une atmosphere, telles que nous les avons représentées dans la Figure cy-jointe.

Nous observâmes à midy la hauteur du bord superieur du Soleil de $20^{\text{d}} 22' 5''$, celle de la Tache la plus Orientale de $20^{\text{d}} 5' 40''$, & la hauteur de la plus Occidentale de $20^{\text{d}} 5' 40''$. Le passage de la plus grosse des Taches Orientales precedoit celui du bord Oriental du Soleil de $36'' \frac{1}{2}$, & le passage de la Tache la plus Occidentale precedoit celui du même bord de $42'' \frac{1}{2}$.

Ayant décrit dans une Figure qui represente le disque du Soleil, l'Ecliptique & l'Equinoxial des Taches pour ce temps-là, j'ay placé par le moyen de ces observations les Taches dans leur situation, & j'ay trouvé la longitude de la Tache Orientale prise du bord Oriental du Soleil de 61 degrez & demi, & sa latitude Meridionale de 10 à 11^d.

La longitude de la Tache Occidentale étoit de $66^{\text{d}} \frac{1}{2}$, & sa latitude de 7 à 8; de sorte que ces Taches sont sur deux paralleles qui different sensiblement l'un de l'autre, au lieu qu'elles sont pour l'ordinaire disposées à peu près sur le même parallele.

Supposant le mouvement journalier des Taches en longitude d'environ 13 degrez, comme on l'a déterminé par un grand nombre d'observations, l'on voit qu'il y avoit

plus de 4 jours qu'elles étoient entrées dans le disque du Soleil, & qu'on les auroit pû appercevoir dès le 11 ou le 12, si le ciel qui avoit été couvert depuis ce temps là nous eût permis de les observer. En effet M. de Plantade nous écrit de Montpellier qu'il les avoit découvert le 12 de ce mois, qu'il en paroïssoit 5 ou 6 noires, ce qui lui faisoit conjecturer qu'elles paroïtroient encore long-temps, & qu'on pourroit peut-être les appercevoir dans la révolution suivante.

Suivant nos observations la Tache la plus Occidentale sera passée par le centre le 17 quelques heures avant midy, & la Tache Orientale quelques heures après le midy du même jour; & on l'auroit apperçûe jusqu'au 23 de ce mois, en cas qu'elle ne se fût pas dissipée avant ce temps-là; c'est ce qu'on n'a pas pû sçavoir, le temps n'ayant pas été favorable pour les observer.

EXAMEN D'UNE COURBE FORMÉE PAR LE MOTEN DU CERCLE.

PAR M. CARRE.

1705.
28. Février.

*Voyez la
Preface de
M. de Fon-
tenelles His-
toire de l'A-
cad. 1699.*

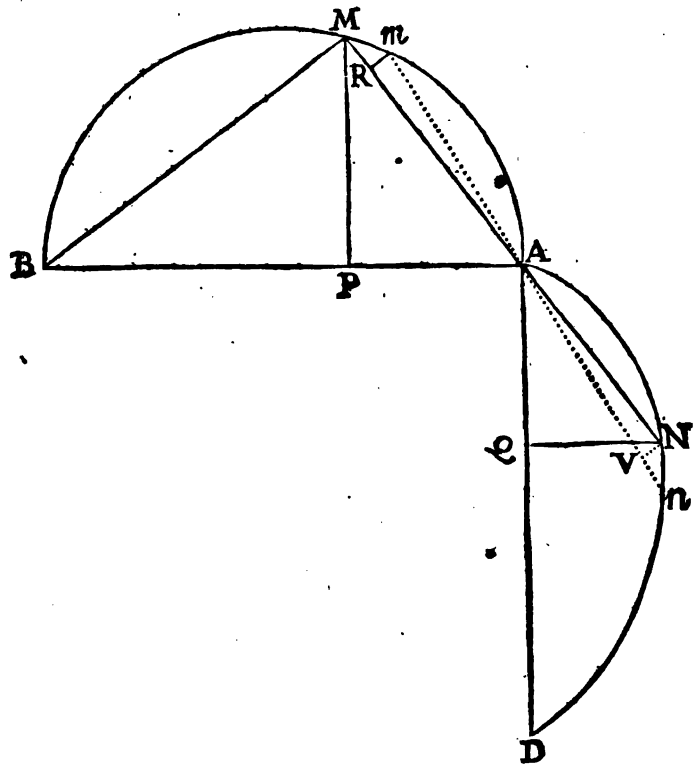
QUoique la considération des lignes Courbes ne paroisse pas d'un grand usage, & que le public ignorant ait coutume de regarder ces sortes de spéculations comme des rêveries de gens oisifs, il est bon de lui repeter qu'il y en a nombre dont on a tiré de grandes utilitez, comme la Parabole pour le jet des Bombes, la Cycloïde pour regler les Pendules, & plusieurs autres dont il est inutile de faire ici le détail. Si les premiers qui ont pensé à ces Courbes les avoient négligées par cette raison qu'ils n'en connoissoient pas les usages, ils nous auroient privé de ces avantages qu'on en retire. L'on ne doit donc pas
regarder

regarder ces recherches comme de simples curiositez : & même quand c'en seroit, on ne doit pas les negliger. Les personnes qui composent l'Academie des Sciences, pour répondre à ce nom, doivent être veritablement sçavans, & sans doute que les Mathematiciens n'y tiennent pas le dernier rang par l'application qu'ils donnent à ces hautes & sublimes veritez dont peu de gens sont capables. C'est même à ceux qui ont excellé dans ces Sciences, que l'on est redevable de la plûpart des découvertes de la Physique ; l'étendue que cette étude des Mathematiques donne à l'esprit, rendant faciles les questions les plus embarrassées, & où il y a un plus grand nombre de rapports à comparer. Et c'est avec grande raison que Platon avoit fait mettre au-dessus de sa Classe ces paroles de Pythagore : *Οὐδὲν ἀγνοούμεντος εἰσὶν*. L'on a crû devoir faire ce petit raisonnement pour fermer la bouche, si cela se peut, à ceux dont l'ignorance fait toujours demander à quoi cela sert-il, comme si l'on ne devoit jamais s'appliquer qu'à ce qui est utile actuellement ; & sans doute qu'on s'appliqueroit à bien peu de choses. Ce n'est pas d'aujourd'hui que l'on fait ces sortes de demandes : car je me souviens d'avoir lû dans un des Ouvrages de Galilée, qu'on lui demanda un jour à quoi servoit la Geometrie : Et voici ce qu'il répondit : *Dalle dimostrazioni della Geometria attenenti alle Misure, a i Pesi, & a Numeri, s'impara a misurare i Goffi, a pesar gli Ignoranti, & a numerar gli uni e gli altri.*

La Courbe dont on va expliquer la nature & quelques proprietéz en attendant ses usages, si elle en a, étant inconnue aux Mathematiciens de l'Academie, pouvoit être regardée comme nouvelle : mais j'ai appris qu'un Geometre nommé M. Koërsma en a parlé ; il détermine même sa plus grande largeur sans en donner aucune autre propriété. L'on va donner ici sa generation, sa principale propriété, sa tangente, sa plus grande ordonnée, sa rectification, & la mesure de l'espace qu'elle renferme, en se servant du Calcul des differences ; calcul qu'on ne sçauroit trop admirer, puisqu'il conduit par des routes sûres, sim-

ples & faciles aux veritez les plus profondes, les plus generales & les plus composées, & dont il seroit tres-long & tres-difficile, pour ne pas dire impossible, de venir à bout par toute autre methode.

Soit décrit le demi-cercle AMB ; si l'on suppose que son diametre AB se meuve sur le point A , tandis que l'extrémité B parcourt la demi-circonference $BM A$, il est visible que l'autre extrémité de ce diametre décrira dans ce mouvement une Courbe AND qui a pour axe la ligne $AD=AB$. L'on demande les propriétés de cette Courbe.



Soit le diametre BA dans une situation quelconque MN ; l'on menera du point M l'ordonnée MP , & la corde MB , & du point N la ligne NQ perpendiculaire

fut AD , ce qui formera les deux triangles AMB , ANQ qui seront semblables. Nommant donc $AB, 2r$; AP, x ; on aura $PM = \sqrt{2rx - xx}$; $BM = \sqrt{4rr - 2rx}$; $AM = \sqrt{2rx}$; & $AN = 2r - \sqrt{2rx}$. Et faisant $AB(2r) \cdot AM(\sqrt{2rx}) :: AN(2r - \sqrt{2rx}) \cdot QN = \sqrt{2rx - x}$; puis $AB(2r) \cdot BM(\sqrt{4rr - 2rx}) :: AN(2r - \sqrt{2rx}) \cdot AQ = \sqrt{4rr - 2rx} - \sqrt{2rx - xx}$. D'où l'on peut conclure que la propriété de cette Courbe est telle, que de même que la corde AN de la Courbe est la différence du diamètre AB & de la corde AM du cercle, ainsi l'ordonnée QN de la Courbe est la différence de la corde AM & de la partie AP du diamètre; & la partie AQ de son axe est la différence de la corde BM & de l'ordonnée MP . Ainsi pour avoir facilement tous les points de cette Courbe, l'on prendra toujours $QN = AM - AP$; & nommant QN, z ; l'équation sera $z = \sqrt{2rx - x}$.

Ce Problème auroit été assez difficile à résoudre, si on l'avoit proposé en cette sorte. Un demi-cercle étant donné avec un triangle rectangle inscrit dedans, & une de ses ordonnées qui part du sommet de ce triangle, trouver une Courbe telle que les trois côtes d'un triangle rectangle fait par son ordonnée, la corde & la partie de l'axe prise entre son origine & l'ordonnée, soient toujours les différences des lignes tirées dans le demi-cercle; sçavoir, que l'hypothénuse soit la différence du diamètre & de la corde, la base la différence de l'autre corde & de l'ordonnée, & la perpendiculaire la différence de la corde & de la partie du diamètre déterminée par l'ordonnée.

Pour avoir la tangente de cette Courbe, on aura pour l'expression de la sous-tangente, en nommant AQ, v ; $\frac{x dv}{dx}$.

$$\text{Mais } dv = \frac{-rdx}{\sqrt{4rr - 2rx}} - \frac{rdx + xdx}{\sqrt{2rx - xx}}, \text{ \& } dz = \frac{rdx - dx\sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx}};$$

substituant donc ces valeurs, on trouvera que $\frac{x dv}{dx} =$

$$\frac{3rx - 2rx - xx\sqrt{2rx}}{r - \sqrt{2rx}\sqrt{2rx - xx}}.$$

Pour trouver la plus grande appliquée QN , on la plus grande largeur de la Courbe, l'on prendra la différence de l'équation $x = \sqrt{2rx} - x$, ce qui donnera $dx = \frac{r dx}{\sqrt{2rx}} -$

$dx = 0$; d'où l'on tire $x = \frac{1}{2}r$; donc $AQ = \frac{r\sqrt{3}}{2}$, & $QN = \frac{1}{2}r$; c'est à dire que si l'on prend $AP = \frac{1}{2}r$, que l'on mene PM , & que l'on pose le diametre dans la situation MN , le point N sera celui de la plus grande largeur de la Courbe, ou ce qui revient au même lorsque $AN = AM$: ce qui est évident par la generation de la Courbe.

Si $AP = r$, on aura $AM = r\sqrt{2}$, $AN = 2r - r\sqrt{2}$, $QN = r\sqrt{2} - r$, & $AQ = r\sqrt{2} - r$; donc en ce cas AQ & QN sont égales.

Si $AP = 2r$, alors AQ & QN sont égales à zero; mais si $AP = 0$, $QN = 0$, & $AQ = 2r$. Tout cela est évident par la generation.

Pour trouver la longueur de cette Courbe, on le peut faire en plusieurs manieres; voici celle dont on se sert. L'on suppose que le diametre soit mis dans une autre situation mn infiniment proche de MN , & du point A décrivant les petits arcs Rm , VN , cela formera deux secteurs semblables: faisant donc $AM (V\sqrt{2rx})$. $AN (2r - V\sqrt{2rx})$:

$$Rm \left(\frac{rx dx}{\sqrt{2rx} \sqrt{2rx - xx}} \right). NV = \frac{r dx \sqrt{2rx} - rx dx}{\sqrt{2rx} \sqrt{2rx - xx}}. \text{ Mais}$$

$$\overline{Nn}^2 = \overline{Vn}^2 - \overline{NV}^2 = \frac{r^2 dx^2}{2rx} - \frac{r^2 dx^2 \times 2rx - 2rx dx^2 \times \sqrt{2rx} + rx dx^2}{2rx \times 2rx - xx}$$

$$= \frac{2rx dx^2 - r dx^2 \sqrt{2rx}}{2rx - xx}, \text{ donc } Nn = \frac{dx \sqrt{2rx} - r \sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx - xx}} \text{ qui est}$$

la differentielle de la Courbe. Pour en prendre facilement l'integrale, je suppose $V\sqrt{2rx} = y$, donc $x = \frac{y^2}{2r}$, & $dx = \frac{y dy}{r}$;

$$\text{l'on aura donc } dx \sqrt{2rx - r \sqrt{2rx}} = \frac{y dy \sqrt{2r - y}}{\sqrt{r}}, \text{ & } V\sqrt{2rx - xx} = \frac{y \sqrt{4rr - y^2}}{2r}, \text{ donc } \frac{dx \sqrt{2rx - r \sqrt{2rx}}}{\sqrt{2rx - xx}} = \frac{y dy \sqrt{r} \sqrt{2r - y}}{\sqrt{4rr - y^2}}, \text{ &}$$

divisant haut & bas par $V\sqrt{2r - y}$, il viendra enfin $Nn = \frac{2dy \sqrt{r}}{\sqrt{2r + y}}$, donc l'integrale $= 4\sqrt{r} \times V\sqrt{2r + y}$, & remet-

tant pour y sa valeur $\sqrt{2rx}$, on aura enfin pour la portion indéterminée de la Courbe $4\sqrt{2rr} - 4r\sqrt{2rx}$. Mais AP devenant AB , $x = 2r$, donc la Courbe entière $= 8r - 4r\sqrt{2}$.

Maintenant pour trouver l'espace borné par cette Courbe & son axe, l'on multipliera $AN(2r - \sqrt{2rx})$ par $\frac{1}{2}NV\left(\frac{rdx}{\sqrt{2rx - xx}} - \frac{rx dx}{\sqrt{2rx} \sqrt{2rx - xx}}\right)$, ce qui donnera $\frac{r dx}{\sqrt{2rx - xx}} - \frac{r dx \sqrt{2rx}}{\sqrt{2rx - xx}} + \frac{rx dx}{\sqrt{2rx - xx}}$ pour la différentielle de l'espace. Mais le premier membre est double d'un secteur circulaire infiniment petit, le second est égal à un petit parallélogramme fait de la corde AM & de l'arc Mm , & le troisième est égal au petit segment MAm qui est la différentielle du cercle; d'où l'on doit conclure que la quadrature de cet espace suppose celle du cercle.

R E F L E X I O N S

S U R L E S R E G L E S

D E L A C O N D E N S A T I O N D E L ' A I R .

PAR M. CASSINI le fils.

Nous avons déterminé dans le voyage fait pour la prolongation de la Méridienne de Paris, la hauteur de plusieurs montagnes sur la surface de la mer, & entr'autres celle du Puy de Dome, où M. Perier fit des observations de la hauteur du Mercure, rapportées dans le Traité de l'Equilibre des liqueurs de M. Pascal. 1705. 24. Mars.

Comme ces observations ont servi à M. Mariotte pour confirmer ses règles de la condensation de l'air, cela m'a donné occasion de comparer ses règles à nos observations.

M. Mariotte dans son Ouvrage intitulé *second Essay de la nature de l'air*, rapporte quelques expériences qu'il a

faites pour déterminer la condensation de l'air, desquelles il conclut (pag. 27.) *qu'on peut prendre pour une regle certaine ou loy de la nature, que l'air se condense à proportion des poids dont il est chargé.*

Sur ce principe il détermine dans la suite, d'une manière tres-ingenieuse, la hauteur de l'atmosphère d'environ 15 lieuës de 2000 toises chacune.

Il suppose que le Mercure dans son état naturel au niveau de la mer, se tient dans un Barometre à la hauteur de 28 pouces, qui font équilibre avec toute la colonne de l'atmosphère, & qu'alors une ligne de vif-argent soutient 60 pieds d'air, & la 12^e partie de la ligne 5 pieds.

Si l'on suppose que le Mercure soit transporté dans un lieu élevé, enforte qu'il ne se tienne suspendu qu'à la hauteur de 14 pouces, il ne soutient plus que la moitié du poids de l'atmosphère, & par conséquent l'air, qui selon M. Mariotte se condense à proportion des poids dont il est chargé, y doit être deux fois plus rarefié; & une ligne de vif-argent qui dans l'état naturel au bord de la mer soutient 60 pieds d'air, soutiendra dans cet endroit-là 120 pieds, & un douzième de ligne 10 pieds.

On pourra, ajoute M. Mariotte, *sçavoir l'augmentation de chaque 12^e de ligne par les regles dont on se sert pour trouver les logarithmes; mais parceque la somme des progressions Geometriques ne differe guere de la somme qu'on trouveroit en prenant ces progressions selon la proportion Arithmetique, je fais icy le calcul suivant cette dernière proportion, & pour avoir la somme je prends 7 & demi moyen Arithmetique entre 5 & 10, que je multiplie par 2016 douzièmes de lignes, c'est à dire 14 pouces, le produit 15120 ou 2520 toises sera toute l'étendue de l'air depuis le lieu de l'observation faite au bord de la mer jusqu'à la moitié de l'air en pesanteur, c'est à dire jusqu'à l'endroit où le Mercure se tient suspendu à la hauteur de 14 pouces.*

M. Mariotte détermine ensuite par la même methode le reste de la hauteur de l'atmosphère; & pour confirmer la bonté de ce calcul de la hauteur de l'air, il l'applique à deux

celebres observations, dont l'une est rapportée dans le Livre de M. Pascal de l'Equilibre des liqueurs, & l'autre a été faite depuis quelques années par M. Cassini. Celle de M. Cassini est telle.

Il prit la hauteur d'une montagne de Provence qui est sur le bord de la mer, & il la trouva de 1070 pieds. Le Mercure du Barometre dont il se servoit étoit à 28 pouces au plus bas lieu, & au sommet de la montagne il se trouva descendu de 16 lignes un tiers.

M. Mariotte se sert dans l'examen de cette observation d'une progression Arithmetique, suivant laquelle supposant qu'au niveau de la mer 63 pieds de hauteur d'air répondent à une ligne de vif-argent, il trouve que la hauteur où le Mercure a dû diminuer de 16 lig. $\frac{1}{3}$ est de 1080 pieds, ce qui approche de fort près les 1070 pieds observez par M. Cassini.

Comme les proportions Arithmetiques dont se sert M. Mariotte dans l'examen de l'observation de mon Pere & de celle de M. Pascal, ne sont pas entierement conformes aux progressions Geometriques qui résultent de la regle de la condensation de l'air qu'il a établie, ce qui quoique peu sensible dans les petites hauteurs, peut causer des differences plus considerables dans les plus grandes; j'ay crû devoir dresser une Table suivant les principes de M. Mariotte, où j'ay marqué la hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de diminution de hauteur du Mercure depuis le niveau de la mer. J'ay supposé dans cette Table, de même que M. Mariotte, que le Mercure se tient suspendu à 28 pouces au niveau de la mer, & qu'alors 63 pieds de hauteur d'air répondent à une ligne de Mercure.

L'on voit par cette Table que lorsque le Mercure a diminué de 16 lig. $\frac{1}{3}$, la hauteur de l'air qui convient à la dernière ligne est de 66 pieds 1 pouce 9 lignes, & que la hauteur du lieu où l'on a fait l'observation sur le niveau de la mer doit être de 176 toises 5 pouces & 7 lignes, c'est à dire de 1056 pied⁹ 5 pouces 7 lignes, plus petite de 23 pieds

64 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

que celle que M. Mariotte a déterminé par sa Progreſſion Arithmetique; ce qui fait voir que la maniere dont il s'eſt ſervi pour examiner cette obſervation, differe conſiderablement des principes qu'il a établi. Cela paroîtra encore plus viſiblement dans les obſervations que je rapporteray dans la ſuite, qui ont été faites à des hauteurs plus conſiderables.

Si au lieu de prendre 63 pieds pour la hauteur de l'air qui répond à une ligne de Mercure au niveau de la mer, on la ſuppoſoit de 60 pieds, telle que M. Mariotte s'en ſert pour déterminer la hauteur de l'atmoſphere, l'on auroit pour 16 lignes $\frac{1}{2}$ de diminution de Mercure, la hauteur de l'air de 1005 pieds beaucoup plus petite qu'on ne l'a trouvée par la ſuppoſition précédente. Mais parcequ'il ſeroit facile d'accorder l'obſervation de mon Pere avec la regle de M. Mariotte en ſuppoſant la hauteur de l'air au niveau de la mer un peu plus grande que celle qu'il a établie, il eſt à propos d'examiner la ſeconde obſervation qui eſt rapportée dans le Traité de l'Equilibre des liqueurs de M. Paſcal, & qu'il tâche d'accorder avec ſes principes.

Pag. 196.

La ſeconde obſervation, dit-il, a été faite en une haute montagne proche la ville de Clermont en Auvergne, dont voici les principales circonſtances.

Le Mercure du Barometre au plus bas lieu étoit à 26 pouces 3 lignes & demi. Ayant été porté à 27 toifes de hauteur, il deſcendit à 26 pouces 1 ligne; à 150 toifes il deſcendit à 25 pouces, & enfin vers le deſſus de la montagne 500 toifes plus haut que le plus bas lieu de Clermont, le Mercure ſe mit à 23 pouces 2 lignes. La premiere obſervation fait connoître que le plus bas lieu de Clermont eſt beaucoup plus élevé que les Caves de l'Obſervatoire, & par conſequent qu'une ligne de Mercure y doit valoir plus de 63 pieds: on le peut calculer en cette ſorte.

La difference entre 26 pouces 3 lignes & demi & 28 pouces, eſt 20 lignes & demi, & ſelon le calcul cy-deſſus la derniere diviſion doit augmenter d'environ 7 pieds au-deſſus de 63; car le produit de 63 par 21 diviſé par 168 donne un peu plus de 7
pieds,

pieds, qui ajoutez à 63 donnent 70 pieds. Supposant donc que la premiere ligne de Mercure valut alors 70 pieds d'air à compter depuis le plus bas lieu de Clermont, M. Mariotte trouve la hauteur du lieu de la derniere observation de 2940 pieds d'air ou de 490 toises.

M. Mariotte se sert dans l'examen de cette observation de deux progressions Arithmetiques. Par la premiere il trouve qu'à 20 lignes $\frac{1}{2}$ de diminution de hauteur de Mercure; la hauteur de l'air qui répond à la derniere ligne du vif-argent est de 70 pieds, au lieu que suivant la Table elle ne doit être que de 67 pieds; de sorte qu'entre la hauteur de l'air qui répond à une ligne de Mercure au niveau de la mer, & celle qui résulte de son calcul lorsque le Mercure est descendu de 20 lignes $\frac{1}{2}$, il trouve par sa progression Arithmetique 7 pieds de difference, au lieu de 4 pieds qui résultent de la progression Geometrique; ce qui cause une erreur de près du double.

Il se seroit apperçû aisément de ces differences, si en suivant sa regle il avoit fait comme 28 pouces hauteur du Mercure au niveau de la mer, est à 26 p. 3 l. $\frac{1}{2}$ hauteur du Mercure au plus bas lieu de Clermont: ainsi 63 pieds hauteur de l'air au niveau de la mer, est à 67 p. 1 p. hauteur de l'air, qui répond à une ligne de Mercure au plus bas lieu de Clermont.

La seconde progression qu'il fait ensuite l'éloigne encore plus de la veritable; mais afin de ne pas entrer dans un trop long détail, il suffira de comparer avec ce qui résulte de cette progression, ce qui est marqué dans la Table dressée sur ses principes. L'on y verra que la hauteur du Mercure étant diminuée à Clermont de 20 lignes $\frac{1}{2}$, la hauteur de cette Ville sur le niveau de la mer doit être de 222 l. 2 p. 1 l. ou 1334 pieds. Que le Mercure étant diminué de 37 l. $\frac{1}{2}$ depuis Clermont jusqu'au haut du Puy de Dome, c'est à dire de 58 lignes en tout depuis le niveau de la mer, la hauteur de cette montagne doit être de 670 toises sur le niveau de la mer, d'où retranchant 222 toises hauteur de Clermont sur le même niveau, l'on a la hau-

teur du Puy de Dome sur Clermont de 448 toises, au lieu que M. Mariotte l'avoit déterminé par son calcul de 490 toises, & M. Pascal de 500 toises.

L'on verra dans la suite que la hauteur du Puy de Dome sur Clermont est de plus de 500 toises, & differe par conséquent davantage des 448 toises qui résultent des principes de M. Mariotte.

L'on peut à présent examiner si les observations que M. de la Hire a faites depuis sur le Mont Clairret en Provence, & celles que nous avons faites dans le voyage de la Meridienne s'accordent avec les principes de M. Mariotte.

Celle de M. de la Hire est telle. Il observa sur le Mont Clairret la hauteur du Mercure de 26 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, & trois heures après on fit au bord de la mer la même opération, & on la trouva de 28 p. 2 l. Donc la difference 1 p. 9 l. $\frac{1}{2}$. La hauteur de cette roche fut mesurée de 277 toises.

Suivant la Table calculée sur les principes de M. Mariotte, la hauteur de l'air qui répond à 1 p. 9 l. $\frac{1}{2}$, est de 233 t. 3 p. plus petite de 23 toises & demi que celle que M. de la Hire a déterminée par ses observations.

Une des plus exactes observations que nous avons faites dans le voyage de la Meridienne, a été sur la Tour de la Massane près de Collioure. La distance de cette Tour au lieu d'où nous observâmes sa hauteur, étoit déterminée par les triangles de la ligne Meridienne. La hauteur du lieu où nous observions à Collioure au-dessus du niveau de la mer, avoit été mesurée tres-exactement par le moyen d'un cordeau, & l'angle de la hauteur, prise avec un instrument exact étoit de plus de 7 degrez, de sorte qu'une erreur d'une minute dans l'observation n'en auroit pas fait une d'une toise dans la détermination de cette hauteur. †

Cette hauteur fut encore vérifiée par une observation faite de la Tour de S. Elme, dont on connoissoit exactement la hauteur sur le niveau de la mer. Par la première observation l'on a déterminé la hauteur de cette Tour sur

le lieu où nous avons mis à Collioure le Barometre en experience de 397 toises, & sur le niveau de la mer de 408 toises.

Le 12 Mars ayant observé à Collioure la hauteur du Barometre de 28 p. 0 l. nous le transportâmes au pied de la Tour de la Massane, & nous trouvâmes que le Mercure s'y tenoit suspendu à 25 p. 5 l. La difference est de 2 pouces 7 lignes, qui répondent à 397 toises. En regardant dans la Table la hauteur de l'air qui répond à 2 pouces 7 lignes, on trouvera 342 toises au lieu de 397 qu'on a trouvé par l'observation. L'on voit par-là que les hauteurs qui résultent des principes de M. Mariotte ne s'accordent pas avec les observations, & s'en éloignent davantage plus les distances sont grandes; car l'on ne peut pas vraisemblablement attribuer une difference de 55 toises qui se trouve entre ces hauteurs, à l'erreur qui auroit pû se glisser tant dans la mesure de la hauteur de cette montagne, que dans celle de la hauteur du Mercure; ces observations ayant été faites avec toute l'exaëtitude que l'on peut souhaiter.

Nous observâmes en trois differentes manieres près du bord de la mer, la hauteur de Bugarach montagne du Languedoc, que nous déterminâmes de 648 toises.

La hauteur du vif-argent y fut trouvée le 15 Janvier à 1^h après midy de 23 p. 8 l. $\frac{1}{2}$. Elle étoit à Paris le 15 à 7^h du matin de 27 p. 3 l. $\frac{1}{4}$, & elle diminua pendant toute la journée d'une demi-ligne; de sorte qu'on peut la supposer de 27 p. 3 l. y ajoutant 4 lignes qui conviennent à 40 toises hauteur de la Salle de l'Observatoire sur le niveau de la mer, l'on aura la hauteur Mercure au niveau de la mer de 27 p. 7 l. plus grande que celle que l'on a trouvée à Bugarach de 3 p. 10 l. $\frac{1}{2}$.

L'on trouve dans la Table que la hauteur de l'air qui répond à 3 p. 10 l. $\frac{1}{2}$, est de 527 toises plus petite de 121 toises que celle que l'on a déterminée par l'observation de la hauteur de cette montagne, qui fut trouvée de 648 toises. Si l'on avoit pû observer au bord de la mer la hauteur du Mercure en même temps que nous l'avons observé sur

cette montagne, l'on n'auroit rien eu à désirer pour l'exactitude de cette observation : mais nous ne pûmes pas le faire étant appliquez à d'autres observations.

Les deux plus considerables observations que nous ayons faites après celles que je viens de rapporter, furent celles de deux montagnes d'Auvergne près du Mont-d'or, dont l'une est appelée la Coste, & l'autre la Courlande. Nous observâmes sur la premiere qui est élevée sur le niveau de la mer de 851 toises le 9 Octobre 1700 à 3^h après midy, la hauteur du Mercure de 23 p. 4 l. Elle fut observée à Paris à 5^h du soir de 27 p. 10 l. plus haute de 4 p. 6 l. que sur le sommet de cette montagne.

Le 12 Octobre à midy nous observâmes sur la Courlande qui est élevée sur le niveau de la mer de 838 toises, la hauteur du Mercure de 23 p. 4 l. Elle étoit à Paris de 27 p. 10 l. plus haute de 4 p. 6 l. que sur le sommet de cette montagne, de même que nous l'avions trouvé le 9 du même mois sur la montagne de la Coste. Cette différence auroit dû être un peu plus petite, à cause que la hauteur de la Courlande est moins considerable que celle de la Coste; mais l'on ne peut pas esperer d'arriver à une plus grande précision, étant impossible qu'il n'y ait quelque erreur tant dans les observations des hauteurs prises avec les instrumens, que dans celles du Barometre observées en deux lieux differens. Ajoûtant 4 lignes qui conviennent à la hauteur de la Salle de l'Observatoire, à 4 pouces 6 lignes différence entre les hauteurs du Mercure observées en même temps à l'Observatoire & sur ces montagnes, l'on aura 4 pouces 10 lignes pour la différence entre le niveau de la mer & la hauteur de ces montagnes, que l'on peut supposer de 844 toises, en prenant un milieu entre les deux observations.

Suivant la Table l'on a pour 4 pouces 10 lignes 669 toises de hauteur, au lieu de 844 toises que l'on a déterminé par les observations, ce qui donne une différence de 175 toises, qui est trop grande pour qu'on puisse l'attribuer à quelque erreur dans les observations : car quoyque cette

montagne soit éloignée de la mer, l'on ne laisse pas de savoir sa hauteur avec assez d'exactitude sans beaucoup d'opérations, puisque d'une montagne du Rouergue l'on découvroit d'un côté les Pirenées, & de l'autre les montagnes du Cantal qui sont dans l'Auvergne, & que ces observations se trouvent vérifiées par plusieurs autres qui concourent à déterminer la même hauteur à peu de différence près.

L'on peut présentement examiner ce qui résulte de l'observation du Mercure faite sur le Puy de Dome, dont nous avons déterminé la hauteur sur le niveau de la mer de 810 toises.

Il auroit été à souhaiter que pendant que M. Perier fit l'observation du Mercure sur le haut de cette montagne & à Clermont, elle eût été faite en même tems à Paris, dont l'on sçait la hauteur sur le niveau de la mer. Voici pourtant comme on peut y suppléer par quelques observations de la plus grande & de la plus petite hauteur du vif-argent qui ont été faites à Paris & à Clermont, & qui sont rapportées dans une Lettre de M. Perier insérée dans le Traité de l'Equilibre des liqueurs.

A Clermont le plus haut	26 pou. 11 lig. $\frac{1}{2}$ le 14 Fevrier 1651.
A Paris le plus haut	28 pou. 7 lig. le 3 & le 5 Nov. 1649.
	1 pouce 7 lignes $\frac{1}{2}$ Difference.
A Clermont le plus bas	25 pouc. 8 lig. le 5 Octobre 1649.
A Paris le plus bas	27 pouc. 3 lig. $\frac{1}{2}$ le 4 Octob. 1649.
	1 pouce 7 lignes $\frac{1}{2}$ Difference.

La difference qui se trouve entre le plus haut état du Barometre à Paris & à Clermont est de 1 p. 7 l. $\frac{1}{2}$, la même qui se trouve entre l'observation faite entre ces deux Villes lorsque le Barometre étoit dans son plus bas état; ce qui fait conjecturer qu'il y avoit alors de part & d'autre à peu près la même constitution de l'air. Si l'on suppose que cette difference soit celle qui convient à la difference entre la hauteur de Clermont & de Paris, & que le lieu où l'on a fait l'observation à Paris soit élevé sur le niveau de

la mer de 25 toises, auxquelles répondent 2 lignes & demie de hauteur de vif-argent, l'on aura 1 pouce 10 lignes de Mercure pour la hauteur de Clermont sur le niveau de la mer.

Suivant la Table l'on a pour 1 pouce 10 lignes 239 toises hauteur de Clermont sur le niveau de la mer, qui étant retranchez de 810 toises hauteur du Puy de Dome sur le niveau de la mer, reste 571 toises pour la hauteur du Puy de Dome sur Clermont, au lieu de 500 toises que la suppofoit M. Perier, de 490 que M. Mariotte avoit conclu par son calcul, & de 448 qui résultent de ses principes.

Toutes les observations que je viens de rapporter concourent à donner, à mesure qu'on s'éloigne de la terre, une dilatation de l'air plus grande que celle qui résulte des principes de M. Mariotte. Il semble même dans les deux observations que M. Mariotte avoit comparé avec ses regles qu'il ait senti cette difficulté, & que c'est ce qui l'a obligé de les abandonner en partie pour employer une progression Arithmetique qu'il suppose néanmoins ne pas differer sensiblement de la Geometrique, quoiqu'elle s'en éloigne fort, comme je l'ay fait voir dans l'examen de ces observations.

La hauteur de l'air qui résulte des regles de M. Mariotte s'écartant si fort des observations que je viens de rapporter, il ne faut pas s'étonner si elle ne s'accorde pas avec celle que M. Maraldi a établie, qui est fondée sur l'expérience, & qui represente assez bien toutes nos observations. On pourra aisément les comparer ensemble, ayant mis dans la Table vis à vis des hauteurs de l'air qui résultent de la regle de M. Mariotte, celles qui sont conformes à nos observations. L'on y verra qu'à 5 pouces de diminution de vif-argent, la hauteur de l'air qui convient à une ligne de Mercure y doit être de 20 toises, deux fois plus rarefié qu'au niveau de la mer, au lieu de 12 toises 4 pouces 8 lignes qui résultent des regles de M. Mariotte, &c.

L'on aura aussi de la peine à concilier les consequences qui suivent de ses experiences & de ses raisonnemens.

1°. Que si on mettoit de l'eau tiede à $\frac{1}{4}$ de lieuë de hauteur, elle bouilliroit; puisque si on en met dans la machine du vuide, elle bout tres-fort dès qu'on a diminué de moitié l'air qui est sous le recipient. 2°. Que s'il y avoit une montagne d'une lieuë & demie, les hommes & les oiseaux n'y pourroient vivre; parceque leur sang n'étant plus pressé que par la moitié du poids de l'air & encore moins, & étant plus chaud que de l'eau tiede, il en sortiroit quantité de bulles d'air qui empêcheroient sa circulation, & troubleroit l'oëconomie naturelle du cœur & des autres parties du corps. Suivant nos observations la hauteur de l'air qui convient à une ligne de vis-argent à la hauteur de 844 toises, est de 19 toises 3 pieds un peu moins du double de la hauteur qui convient à une ligne au niveau de la mer, & cependant nous n'y avons senti aucune incommodité causée par la rarefaction de l'air. Si l'on suppose que la dilatation de l'air suive pendant quelque temps la regle que l'on a établie par l'experience, l'on aura sur le Canigon qui est élevé de 1450 toises ou $\frac{1}{4}$ de lieuës sur le niveau de la mer, la hauteur de l'air qui convient à une ligne de Mercure de 24 toises; mais quand même on ne la supposeroit que d'un peu plus de 20 toises, cela suffiroit pour faire tous les effets que M. Mariotte dit devoir arriver. Cependant quoiqu'il y ait plusieurs personnes qui aient été sur cette montagne, & que même on y ait élevé en 1700 par ordre du Roy une pyramide sur le sommet pour servir à nos observations, nous n'avons pas entendu dire qu'il leur soit arrivé aucun accident.

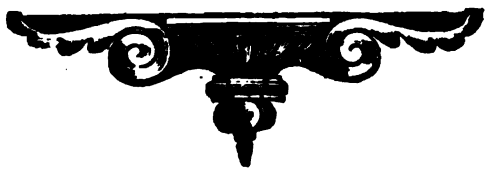


TABLE DE LA HAUTEUR DE L'AIR. qui répond à la hauteur du Mercure dans le Barometre.

Abaissement du vif argent.	Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant M. Mariotte.	Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. Mariotte.	Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant nos observat.	Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.	Hauteur du vif argent.
pouc. lign.	rois. pieds, pouc. lign.	rois. pieds, pouces, lig.	rois. pieds.	rois. pieds.	pouc. lign.
0 0	10 3 0 0	0 0 0 0	10 0	0 0	28 0
1	10 3 2 3	10 3 2 3	10 1	10 1	11
2	10 3 4 6	21 0 6 9	10 2	20 3	10
3	10 3 6 10	31 4 1 7	10 3	31 0	9
4	10 3 9 1	42 1 10 8	10 4	41 4	8
5	10 3 11 4	52 5 10 0	10 5	52 3	7
6	10 4 1 9	63 3 11 9	11 0	63 3	6
7	10 4 4 1	74 2 3 10	11 1	74 4	5
8	10 4 6 5	85 0 10 3	11 2	86 0	4
9	10 4 8 10	95 5 7 1	11 3	97 3	3
10	10 4 11 2	106 4 6 3	11 4	109 1	2
11	10 5 1 7	117 3 7 10	11 5	121 0	1
1 0	10 5 4 0	128 2 11 10	12 0	133 0	27 0
1	10 5 6 5	139 2 6 3	12 1	145 1	11
2	10 5 8 10	150 2 3 1	12 2	157 3	10
3	10 5 11 4	161 2 2 5	12 3	170 0	9
4	11 0 1 9	172 2 4 2	12 4	182 4	8
5	11 0 4 3	183 2 8 5	12 5	195 3	7
6	11 0 6 9	194 3 3 2	13 0	208 3	6
7	11 0 9 3	205 4 0 5	13 1	221 4	5
8	11 0 11 10	216 5 0 3	13 2	235 0	4
9	11 1 2 4	228 0 2 7	13 3	248 3	3
10	11 1 4 11	239 1 7 6	13 4	262 1	2
11	11 1 7 7	250 3 3 1	13 5	276 0	1
2 0	11 1 10 2	261 5 1 3	14 0	290 0	26 0
1	11 2 0 9	273 1 2 0	14 1	304 1	11
2	11 2 3 4	284 3 5 4	14 2	318 3	10
3	11 2 6 0	295 5 11 4	14 3	333 0	9
4	11 2 8 8	307 2 8 0	14 4	347 4	8
5	11 2 11 4	318 5 7 4	14 5	362 3	7
6	11 3 2 1	330 2 9 5	15 0	377 3	6
7	11 3 4 10	342 0 2 3	15 1	392 4	5
8	11 3 7 7	353 3 9 10	15 2	408 0	4
9	11 3 10 4	365 1 8 2	15 3	423 3	3
10	11 4 1 1	386 5 9 3	15 4	439 1	2
11	11 4 3 11	388 4 1 2	15 5	455 0	1
3 0	11 4 6 9	400 2 7 11	16 0	471 0	25 0

Abaissement du vif argent.	Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant M. Mariotte.	Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. Mariotte.	Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant nos observat.	Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.	Hauteur du vif argent.
pouc. lign.	rois. pieds, pouc. lign.	rois. pieds, pouces, lign.	rois. pieds.	rois. pieds.	pouc. lign.
3 0	11 4 6 9	400 2 7 11	16 0	471 0	25 0
1	11 4 9 6	412 1 5 5	16 1	487 1	11
2	11 5 0 4	424 0 5 9	16 2	503 3	10
3	11 5 3 3	435 5 9 0	16 3	520 0	9
4	11 5 6 2	447 5 3 2	16 4	536 4	8
5	11 5 9 1	459 5 0 3	16 5	553 3	7
6	12 0 0 0	471 5 0 3	17 0	570 3	6
7	12 0 2 11	483 5 3 2	17 1	587 4	5
8	12 0 5 11	495 5 9 1	17 2	605 0	4
9	12 0 8 11	508 0 6 0	17 3	622 3	3
10	12 0 11 11	520 1 5 11	17 4	640 1	2
11	12 1 2 11	532 2 8 10	17 5	658 0	1
4 0	12 1 6 0	544 4 2 10	18 0	676 0	24 0
1	12 1 9 1	556 5 11 11	18 1	694 1	11
2	12 2 0 2	569 2 0 1	18 2	712 3	10
3	12 2 3 3	581 4 3 4	18 3	731 0	9
4	12 2 6 5	594 0 9 9	18 4	749 4	8
5	12 2 9 7	606 3 7 4	18 5	768 3	7
6	12 3 0 9	619 0 8 1	19 0	787 3	6
7	12 3 3 11	631 4 0 0	19 1	806 4	5
8	12 3 7 2	644 1 7 2	19 2	826 0	4
9	12 3 10 5	656 5 5 7	19 3	845 3	3
10	12 4 1 9	669 3 7 4	19 4	865 1	2
11	12 4 5 0	682 2 0 4	19 5	885 0	1
5 0	12 4 8 4	695 0 8 8	20 0	905 0	23 0
1	12 4 11 8	707 5 8 4	20 1	925 1	11
2	12 5 3 0	720 4 11 4	20 2	945 3	10
3	12 5 6 5	733 4 5 9	20 3	966 0	9
4	12 5 9 10	746 4 3 7	20 4	986 4	8
5	13 0 1 4	759 4 4 11	20 5	1007 3	7
6	13 0 4 9	772 4 9 8	21 0	1028 3	6
7	13 0 8 3	785 5 5 11	21 1	1049 4	5
8	13 0 11 10	799 0 5 9	21 2	1071 0	4
9	13 1 3 4	812 1 9 5	21 3	1092 3	3
10	13 1 6 11	825 3 4 0	21 4	1114 1	2
11	13 1 10 6	838 5 2 6	21 5	1136 0	1
6 0	13 2 2 2	852 1 4 8	22 0	1158 0	22 0

Abaissement du vif argent.	Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant M. Mariotte.	Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant M. Mariotte.	Hauteur de l'air qui répond à chaque ligne de vif argent suivant nos observat.	Hauteur de l'air sur la surface de la mer suivant nos observat.	Hauteur du vif argent.
pour. ligne.	toises, pieds, pour. ligne.	toises, pieds, pour. ligne.	toises, pieds.	toises, pieds.	pour. ligne.
6 0	13 2 2 2	852 1 4 8	22 0	1158 0	22 0
1	13 2 5 10	865 3 10 9	22 1	1180 1	11
2	13 2 9 6	879 0 8 0	22 2	1202 3	10
3	13 3 1 3	892 3 9 3	22 3	1225 0	9
4	13 3 5 2	906 1 2 5	22 4	1247 4	8
5	13 3 8 9	919 4 11 2	22 5	1270 3	7
6	13 4 0 7	933 2 11 9	23 0	1293 3	6
7	13 4 4 5	947 1 4 2	23 1	1316 4	5
8	13 4 8 3	961 0 0 5	23 2	1340 0	4
9	13 5 0 1	974 5 0 6	23 3	1363 3	3
10	13 5 4 0	988 4 4 6	23 4	1387 1	2
11	13 5 8 0	1002 4 0 6	23 5	1411 0	1
7 0	14 0 0 0	1016 4 0 6	24 0	1435 0	21 0
1	14 0 4 0	1030 4 4 6	24 1	1459 1	
2	14 0 8 0	1044 5 0 6	24 2	1483 3	

QUE LES EXPERIENCES SUR lesquelles on se fonde pour prouver que les liquides se condensent & se refroidissent d'abord avant que de se dilater à l'approche de la chaleur, ne le prouvent point, & que cette condensation apparente est purement l'effet de la dilatation du verre & des vaisseaux qui contiennent ces liqueurs.

PAR M. AMONTONS.

QUoiqu'il semble que les raisonnemens que nous fondons sur l'expérience, doivent toujours être les plus assurés & les plus justes; toutefois il n'arrive que trop souvent que les différentes manières dont nous envisageons les choses, jettent nos raisonnemens dans l'erreur, & que manque de nous tenir soigneusement sur nos gardes, nos conclusions sont fausses sur des faits qui nous paroissent très-certains, parceque nous les croïons appuyés sur l'expérience.

1705.
18. Mars.

Dans l'Assemblée du 12 Novembre dernier, je fis voir qu'une bouteille de verre qui se terminoit en un col ou tube fort étroit, étant pleine d'eau jusqu'environ la moitié du tube; je fis voir, dis-je, que la chaleur des mains appliquées contre la bouteille faisoit baisser la liqueur du tube avant que de la faire monter.

M. Geoffroy dans l'Assemblée du 12 May 1700 rapporta un fait semblable. J'ay mis, dit-il, de l'eau froide dans un « grand bassin, j'ay plongé au milieu de l'eau une cucurbite « de verre pleine d'eau également froide, & j'ay mis dans « la cucurbite un Thermometre très-sensible. Après avoir « jetté quatre ou cinq pelées de braise allumée dans l'eau « du bassin, la liqueur du Thermometre est descendue dans « l'instant de deux à trois lignes, & après quelques momens « est remontée, &c.

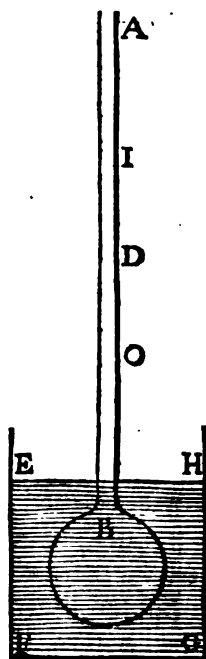
K ij

Dans mon petit Traité de remarques & d'experiences Physiques imprimé en 1694, page 53, en parlant de deux Thermometres dont l'un étoit plein d'eau seconde ou de départ, & l'autre d'esprit de vin; je dis qu'ayant appliqué la main sur celui à eau seconde, je la vis d'abord baisser dans le tube de plus d'une ligne, après quoy elle remonta considerablement pendant que le Thermometre à esprit de vin, que je tenois de l'autre main, se dilata, sans qu'on remarquât d'abaissement dans la liqueur.

Avant tout cela Borelli & Isaac Vossius, le premier dans son Traité de la Percussion Prop. 105, l'autre dans son Traité du Mouvement des vents & de la mer, Chap. II, rapportent l'un & l'autre de semblables experiences: *Fiat*, dit Borelli, *phiala vitrea ABC*, *ejusque fistula tenuissima AB*, *impleaturque aqua vel quolibet alio fluido usque ad terminum D: si postea eadem phiala immergatur intra vas EFGH aqua calida plenum, subito aqua deprimitur à signo D usque ad O; & contra si immergatur intra aquam glaciale, subito aqua sublevatur usque ad signum I.*

Pour ce qui est d'Isaac Vossius, voici comme le Châtelain de Crecy dans sa Traduction rapporte cette experience: » Si l'on prend, dit-il, une bouteille de » verre qui ait le ventre large & l'embou- » chure étroite & soit pleine d'eau froide, & qu'on la plonge dans l'eau chaude ou tiède simplement, après le premier resserrement qui n'est que d'un » moment, & qui au soudain attouchement fait tant soit » peu baisser l'eau froide, l'eau incontinent se haussera. » Mais si vous chauffez tant soit peu l'eau qui est dans la » phiole de verre, & que vous la plongiez dans de l'eau » froide; vous verrez tout le contraire.

Fig. 1.



Or quoique chacune de ces expériences ait quelque chose de particulier qui marque qu'elles ont été faites séparément ; elles conviennent toutes en un point, qui est que la liqueur baisse d'abord, avant que de se dilater à l'approche de la chaleur : ce qui ne sauroit être à moins que la capacité de la boule ou bouteille de verre n'augmente, ou bien que la liqueur qu'elles contiennent ne se condense véritablement, ou enfin que l'un & l'autre ne se fasse ; ce qui a donné lieu à deux opinions différentes. Vossius & M. Geofroy tiennent pour la condensation de la liqueur : Borelli au contraire pour la dilatation du verre ; & c'est aussi mon sentiment : mais la vérité étant unique, il faut nécessairement que l'une des deux opinions soit fautive, à moins qu'on ne les prouve toutes deux véritables. Cependant il peut fort bien être que ce qu'on prend pour un paradoxe ne soit au fonds qu'un pur paralogisme, & il n'est pas aisé de concevoir comment la chaleur pourroit comprimer une liqueur qui résiste à la compression autant que fait l'eau commune. Tout ce qu'on pourroit dire de plus vraisemblable là-dessus, seroit que les parties ignées qui sont répandues dans tous les corps tant solides que fluides, tendent à se réunir aux endroits où elles se trouvent en plus grande quantité ; ce qui leur feroit abandonner pour un tems les endroits où elles seroient en plus petit nombre : Mais outre qu'on ne voit pas clairement la cause de cette réunion, il faudroit du moins que ce raisonnement fut appuyé de l'expérience ; ce qui n'est pas, comme on le verra dans la suite de ce discours.

Au reste, comme il est de la dernière importance, si nous voulons étendre nos connoissances, de n'admettre aucun faux principe ; & que nous ne penchons naturellement que trop du côté de ce qui nous paroît surprenant, il est bon d'examiner soigneusement de ces deux opinions quelle peut être la véritable, d'autant plus que tout le monde ne pouvant pas par soi-même consulter l'expérience, on croit celles qui vraisemblablement doivent être les moins suspectes. Pour le faire d'une manière qui

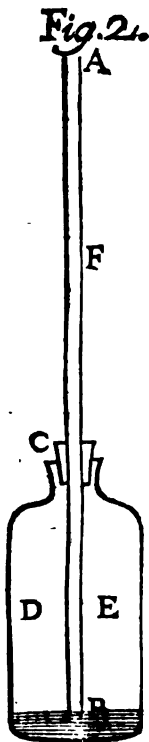
pût ne laisser aucun doute, voici comme j'ay raisonné.

S'il est vrai que la condensation de la liqueur, à l'approche de la chaleur, ne soit pas simplement apparente, mais qu'elle soit véritable; il suit que l'effet en doit être plus sensible, plus la liqueur dont on se servira sera susceptible de condensation: Et si c'est au contraire la boule qui augmente sa capacité, l'effet doit être au contraire moins sensible avec une liqueur qui se condense aisément, parce qu'elle ne peut avoir cette qualité sans avoir en même tems son opposée, sçavoir la rarefaction, & que celle-ci doit effacer l'effet de l'augmentation de la capacité de la boule plus promptement que celle qui se rarefieroit plus difficilement; & c'est ce qui arrive en effet. Car dans l'expérience rapportée ci-dessus des deux Thermometres, l'un plein d'eau seconde, l'autre plein d'esprit de vin, il est certain qu'ayant échauffé avec mes mains le plus également qu'il me fût possible l'un & l'autre, je n'apperçûs dans l'esprit de vin aucune condensation apparente avant sa dilatation, comme il arriva à l'eau seconde qui baissa de plus d'une ligne avant que de se rarefier, quoique la boule pleine d'esprit de vin fût 12 fois moins capable que la boule pleine d'eau seconde. Or s'il étoit vrai que la liqueur se condensât d'abord à l'approche de la chaleur, cette petite masse auroit dû être plutôt pénétrée de l'impression que si elle eût été plus grosse: car nonobstant sa petitesse, sa dilatation fut plus de six fois plus grande que celle de l'eau seconde; de sorte qu'il n'y avoit aucune raison qui pût empêcher que l'esprit de vin qu'elle renfermoit, ne se condensât plus considérablement que l'eau seconde, si la condensation avoit véritablement eu lieu. D'où il faut nécessairement conclure que ce n'est que la dilatation du verre, qui en augmentant la capacité des boules, produit cette apparence de condensation dans la liqueur; & qu'on ne doit pas inferer, comme a fait Isaac Vossius, que la chaleur condense d'abord les liqueurs avant que de les dilater: on ne doit pas non-plus dire que ces liqueurs soient plus froides dans ce moment, puisqu'il

n'y a rien qui nous porte à le croire, & qu'un pareil raisonnement jette dans de faux principes dont les suites sont toujours préjudiciables au progrès qu'on se propose de faire dans les Sciences.

Quoique cette expérience pût suffire seule à faire voir que celles qui ont été rapportées ci-dessus ne prouvent point la condensation ni le refroidissement des liqueurs à l'approche de la chaleur, je m'en suis encore assuré par cette autre. Je fis descendre le tube de verre *AB* qui passe à travers le bouchon de liege *C* qui bouche la bouteille *DE*, d'un peu moins de 3 pouces de diametre & d'environ 4 pouces de haut; je fis descendre, dis-je, le tube de verre *AB* jusques proche le fonds de la bouteille, en sorte que le bas de ce tube trempoit dans un peu d'eau restée au fonds de cette bouteille, le reste de la capacité de la bouteille ne contenant que de l'air qui soutenoit dans le tube *AB* l'eau en *F* deux ou trois pouces au dessus du bouchon *C*.

Tout le monde sçait que l'air reçoit tres-promptement l'impression du froid & du chaud, & que nous n'avons aucuns Thermometres plus sensibles que ceux qui sont faits de cette maniere. Cependant ayant appliqué les deux mains contre cette bouteille, l'eau du tube n'a pas baissé de plus de deux à trois lignes; & même ayant réitéré plusieurs autres fois cette expérience, elle n'a pas baissé du tout, & est ensuite remontée tres-promptement jusqu'au haut du tube; au lieu que lorsque cette bouteille est entièrement pleine d'eau, la descente de l'eau dans le tube *AB* est de plus de six lignes par la seule chaleur de la main. J'aurois bien réitéré encore ces expériences par des degrés de chaleur plus considerables que ceux de la main: mais cela m'a paru inutile; celles-ci, selon moy, prouvant suffisam-



ment ce dont il est question. Ce n'est pas que, si la Compagnie le juge à propos, je ne les pousse aussi loin qu'elle témoignera le souhaiter.

Avant de finir, il est bon de remarquer que par ces mots de Borelli : *Impleaturque aqua vel quolibet alio fluido*, on voit clairement que quoiqu'il n'ait pas pris le change, & qu'il ait véritablement attribué la descente de l'air à la dilatation de la boule, il n'a pas néanmoins fait attention à la différente sensibilité des liqueurs; quoique cette différence de sensibilité des liqueurs prouve seule cette dilatation du verre, & que son expérience, à le bien prendre, ne prouve rien; puisqu'on pourroit fort bien supposer que la chaleur pourroit produire cette condensation dans la liqueur, si nous n'avions des expériences qui prouvent le contraire.

OBSERVATIONS

DE LA

DECLINAISON DE L'AIMAN

Faites dans un voyage de France aux Indes Orientales, & dans le retour des Indes en France pendant les années 1703 & 1704.

PAR M. CASSINI le fils.

1704.
28. Mars.

MOnseigneur Gualtieri Nonce ordinaire du Pape, nous a communiqué depuis peu deux Cartes, qui lui ont été données par M. le Chevalier de Fontenay, qui commandoit les Vaisseaux *le Maurepas* & *le Pondichery*, qui ont mené le Legat du Pape aux Indes. L'on a marqué dans chacune de ces Cartes la route qu'ils ont faite jour par jour depuis le Port-Louis, dont ils sont partis le 23 Avril 1703, jusqu'à Malacca; & depuis Malacca jusqu'au Port-

Port-Lotus, où ils arriverent au mois d'Aoust de l'année 1704. Sur l'une de ces Cartes l'on a marqué la variation de l'aiman observée non-seulement dans le voyage de France aux Indes, mais même dans le retour; & il y en a un nombre beaucoup plus considerable que celui que M. de May avoit marqué sur sa Carte, dont nous avons déjà fait le rapport à l'Academie.

Parmi ces observations il y en a plusieurs qui ont été faites les mêmes jours que celles de M. de May. Il y en a aussi quelques-unes dans la Carte de M. de May qui ne sont pas marquées sur la nouvelle Carte; de sorte qu'il paroît qu'elles ont été faites par differens Observateurs, & peut-être même sur deux Vaisseaux differens, celles qui ont été faites les mêmes jours ne s'accordant pas toutes précisément, & y ayant dans quelques-unes quelque difference qui ne monte pas cependant à plus d'un demi-degré. La correspondance que nous avons déjà trouvée entre les variations observées par M. de May & celles qui étoient marquées dans la Carte de M. Halley, nous a porté à examiner celles que nous avons reçu depuis, & nous avons placé sur la Carte de M. Halley toutes les observations qui sont marquées sur ces nouvelles routes, qui sont au nombre de 94.

Pour les placer avec le plus d'exactitude qu'il nous a été possible, l'on a eu égard à la longitude qui est marquée dans ces Cartes differentes. Dans la Carte de M. le Chevalier de Fontenay le premier meridien passe par le Cap-Verd: la longitude du Cap de bonne Esperance y est marquée de 38° : celle de l'Isle de Bourbon ou de Mascaregne où ils ont pris terre en allant & revenant de 76° , de Pondichery de $102^{\circ} 30'$, & de Malacca de 122° .

Dans la Carte de M. Halley, qui prend pour terme des longitudes le meridien de Londres, la difference entre la longitude du Cap-Verd & celle du Cap de bonne Esperance y est marquée de $33^{\circ} \frac{1}{2}$, plus petite de $4^{\circ} \frac{1}{2}$ que dans la nouvelle Carte: celle qui est entre le Cap de bonne Esperance & l'Isle de Bourbon de 38° : entre l'Isle de Bour-

bon & Pondichery de $25^{\text{d}} 40'$, & entre Pondichery & Malacca de 23^{d} .

La difference entre la longitude du Cap-Verd & du Cap de bonne Esperance n'étant pas la même dans ces deux Cartes, l'on a fait la réduction nécessaire pour placer sur la Carte de M. Halley les lieux où la déclinaison a été observée dans la nouvelle Carte, qui sont compris entre les meridiens de ces deux Caps. Pour les autres differences qui sont à peu près les mêmes, il n'a pas été besoin d'y faire de réductions considerables.

L'on voit par la comparaison de ces observations qu'il y en a plusieurs qui donnent la déclinaison de l'aiman précisément de même qu'elle est marquée dans la Carte des variations, & que la plus grande partie ne s'en éloigne pas de plus d'un degré. Il y en a quelques-unes qui different plus considerablement, principalement celles qui ont été observées dans le retour, depuis $106^{\text{d}} 50'$ de longitude & 5^{d} de latitude meridionale, jusqu'à $81^{\text{d}} 30'$ de longitude & $20^{\text{d}} 30'$ de latitude meridionale. Ces observations s'éloignent de celles qui sont marquées dans la Carte des variations depuis 3 jusqu'à 8 degrez, & ne s'accordent pas même à celles qui ont été faites dans le voyage de France aux Indes, qui sont un peu plus meridionales. Ainsi l'on peut conjecturer qu'il y a eu quelque cause particuliere qui a produit ces differences.

J'ay marqué dans le Memoire précédent, que si on trouvoit dans l'examen des observations de la variation de l'aiman faites dans plusieurs autres routes, une conformité pareille à celle que l'on avoit trouvée dans celle que j'ay rapportée, l'on pourroit aussi en faire quelque usage pour la détermination des longitudes, principalement dans les mers qui sont au-delà de l'Equateur, où les lignes qui marquent les variations coupent les paralleles plus perpendiculairement. Cela se trouve confirmé par quelques observations que le P. Noël nous a communiquées depuis peu de jours. Voicy ce qu'il rapporte.

» L'année 1684 en navigant dans les Indes, je me suis

aperçû par plusieurs itinéraires des Pilotes, & par les entretiens que j'ay eu avec eux, que la variation de l'éguille a de certains termes & des regles fixes du moins à l'égard de certains lieux de la terre; de sorte que lorsqu'elle est arrivée à certains degrez Nord-Est ou Nord-Ouest, elle retourne vers le Septentrion, & ne parcourt jamais tout le cercle; de sorte qu'autrefois elle étoit Nord-Est en quelques lieux où elle est à présent Nord-Ouest. La différence annuelle de cette variation par la comparaison des itinéraires de plusieurs années, a été trouvée de 0^d 9' 30". Quand je retournay de la Chine l'an 1702 au Cap de bonne Esperance, l'éguille declinoit de 12^d 30' du Nord vers l'Ouest. A cent lieues de ce Cap vers les Indes, elle étoit de 15^d. A la pointe de l'Isle de Madagascar elle étoit de 17^d beaucoup plus grande que quand j'y passay la première fois en allant aux Indes. Elle garde cette regle assez certainement depuis le Port de Lisbonne jusqu'aux Indes; de sorte que les Pilotes, par l'inspection de la variation de l'éguille, savent certainement à quelle longitude de la terre & à quel lieu ils sont. Presentement elle est fixe dans le milieu du trajet entre le Bresil & l'Afrique, c'est à dire, elle decline ni à l'Orient ni à l'Occident. Il faut remarquer que l'éguille perd quelquefois sa vertu par la suite du temps, & par la mauvaise temperature de l'air.

EXPERIENCES

Sur les dissolutions & sur les fermentations froides de M. Geoffroy, réitérées dans les Caves de l'Observatoire.

PAR M. AMONTON.

A Pres que M. Geoffroy eut donné ses experiences sur les dissolutions & sur les fermentations froides, j'eus la curiosité d'assigner leur place sur la graduation de

L ij

1705.
4. Avril.

mon Thermometre, & d'y marquer les degres de chaleur de ces experiences. Mais M. Geoffroy n'ayant déterminé que fort generalement & le Thermometre dont il s'est servi, & la temperature du lieu où il a fait ses experiences, je le priay de vouloir bien que nous en réitérassions ensemble les plus considerables avec mes Thermometres dans les Caves de l'Observatoire, dont la temperature toujours égale sembloit mieux convenir pour ces experiences qu'aucun autre lieu.

Après avoir pris jour, je fis porter dès la veille dans ces Caves toutes les liqueurs & tous les Thermometres necessaires, entre lesquels il y en avoit deux fort sensibles à air & à eau seconde: j'y joignis un Barometre double pour m'assurer si le changement du poids de l'atmosphere ne causeroit point d'erreur dans ces Thermometres qui sont ouverts par le haut de leur tube. De ces deux Thermometres à air, l'un étoit destiné à rester toujours proche le Barometre en un lieu écarté, où l'on auroit soin à chaque fois qu'on se feroit servi de l'autre, de rapporter celui-ci auprès du premier pour le laisser revenir à la temperature des Caves, & pour s'assurer en même tems par l'observation du Barometre s'il n'y seroit point arrivé de changement de la part du poids de l'atmosphere: Ces précautions prises, nous fîmes le lendemain, M. Geoffroy & moy, les experiences suivantes.

PREMIERE EXPERIENCE.

Dans la pinte d'eau commune où M. Geoffroy dans ses experiences particulieres avoit jetté quatre onces de sel ammoniac, & où il dit que son Thermometre avoit baissé de trente-trois lignes, celui à air baissa de huit pouces, qui par réduction valent dix-sept lignes de la graduation de mon Thermometre. Ce qui marqueroit, si l'on pouvoit compter constamment sur l'effet des experiences, que le Thermometre dont M. Geoffroy s'est servi seroit d'une sensibilité presque double du mien, à quoy cependant il y a assez d'apparence, puisque M. Geoffroy rapporte que

son Thermometre est un Thermometre ordinaire de dix-huit pouces de long, & que l'étendue du mien, de nos plus grands froids à nos plus grandes chaleurs est de 8 à 9. pouc.

Nous repetâmes la même experience, excepté qu'on ne jetta que demi-once de sel ammoniac dans demi-septier d'eau, & qu'on se servit d'un de mes Thermometres que je nomme à esprit de vin, qui ne sont cependant la plupart qu'à eau de vie, lequel ne baissa que de dix lignes, c'est à dire sept lignes moins que celui à air; dequoy nous pouvons donner deux raisons: la premiere, que l'eau de vie recevant l'impression plus lentement que l'air, l'effet du refroidissement est passé avant que toute l'eau de vie en ait reçu l'impression entiere: la seconde, que la dose du sel ammoniac comparée à celle de l'eau étoit de moitié moindre.

SECONDE EXPERIENCE.

Dans la pinte d'eau commune où M. Geoffroy avoit jetté quatre onces de salpêtre & où son Thermometre avoit baissé de quinze lignes celui à air baissa de cinq pouces quatre lignes, qui par réduction valent environ douze lignes de mon Thermometre.

La même experience ayant été repetée avec demi-once de salpêtre dans demi-septier d'eau avec mon Thermometre à eau de vie, il ne baissa que d'environ huit lignes.

TROISIEME EXPERIENCE.

Au lieu de la pinte d'eau commune où M. Geoffroy avoit jetté quatre onces de vitriol, & où son Thermometre avoit baissé de douze lignes, nous ne mîmes que demi-once de vitriol dans demi-septier d'eau; & mon Thermometre à eau de vie n'a ni baissé ni monté.

QUATRIEME EXPERIENCE.

Au lieu de la pinte d'eau commune où M. Geoffroy avoit jetté quatre onces de sel marin, & où son Thermometre avoit baissé de dix lignes, nous ne mîmes que demi-

once de sel marin dans demi-septier d'eau ; & mon Thermometre à eau de vie baissa à peine de demi-ligne.

CINQUIEME EXPERIENCE.

Dans les quatre onces de vinaigre distilé où M. Geoffroy avoit jetté une once de sel ammoniac, & où son Thermometre avoit baissé de vingt-sept lignes, mon Thermometre à eau de vie ne baissa que de neuf lignes.

SIXIEME EXPERIENCE.

Dans les trois onces d'huile de vitriol où M. Geoffroy avoit jetté demi-once de sel ammoniac, & où son Thermometre avoit baissé de quarante-deux lignes, mon Thermometre à eau de vie ne baissa que de neuf lignes.

A la vapeur de cette mixtion où M. Geoffroy rapporte que son Thermometre monta considérablement sans marquer la quantité, le Thermometre à air ne monta que de quatre pouces deux lignes, qui par réduction ne valent que neuf lignes de mon Thermometre.

Dans cette dernière expérience, & dans les 5°, 4°, 3° & 2°, l'effet du refroidissement est plus considérable par les expériences particulieres de M. Geoffroy, que par celles que nous avons faites conjointement.

SEPTIEME EXPERIENCE.

Au lieu des quatre onces de vinaigre distilé dans lesquelles M. Geoffroy avoit jetté une once de sel volatile d'urine, & où son Thermometre a baissé de vingt-une lignes, nous mîmes dans trois onces de vinaigre distilé demi-once de sel volatile : ainsi la dose du vinaigre étoit plus forte que celle du sel volatile : & mon Thermometre à eau de vie est baissé de quatorze lignes.

HUITIEME EXPERIENCE.

Dans les trois livres de vinaigre distilé dans lesquelles M. Geoffroy après M. Homberg avoit jetté une livre de sublimé corrosif & une livre de sel ammoniac, & où il ne

marque point l'abaissement de son Thermometre, le mien à eau de vie baissa de trente lignes; ce qui est précisément l'endroit de la congelation de l'eau commune: & le Thermometre à air baissa de dix-sept pouces, qui par réduction valent trente-sept lignes de mon Thermometre; ce qui est sept lignes plus que la congelation de l'eau: d'où on peut conclure que cette mixtion empêche l'eau de se geler, quoiqu'elle lui causât un plus grand froid qu'il ne lui en faut pour cela: peut-être aussi n'est-ce qu'à cause que ce froid n'est qu'inconstant.

Outre ces experiences que M. Geoffroy a rapporté dans les Memoires de 1700, nous fimes encore les trois suivantes.

NEUVIEME EXPERIENCE.

Dans demi-septier d'eau commune demi-once de sel de tartre fit monter le Thermometre à eau de vie, de treize lignes.

DIXIEME EXPERIENCE.

Dans une pinte d'eau où il y avoit quatre onces de sel de tartre, le Thermometre à air a monté cinq poucestrois lignes, qui par réduction valent un peu plus d'onze lignes de mon Thermometre.

XI. ET DERNIERE EXPERIENCE.

Dans une chopine d'esprit de vin, demi-septier ou chopine d'eau a fait monter le Thermometre à air sept pouces, qui par réduction valent quinze lignes de mon Thermometre.



SUITE DES ESSAIS DE CHIMIE.

ARTICLE TROISIEME. DU SOUPHRE PRINCIPLE.

PAR M. HOMBERG.

1705.
22. Avril.

Nous nous appercevons d'une matiere sensiblement huileuse ou grasse dans les Analyses de tous les Animaux, de toutes les Plantes & de quelques-uns des Mineraux, laquelle jusqu'à présent a été prise pour le principe Chimique du Souphre : mais comme, selon nôtre idée, nous ne prenons pas pour principe Chimique les matieres qui pourront être divisées par nos Analyses en matieres plus simples, & que les huiles, telles que nos Analyses nous les donnent, se peuvent réduire par une Analyse particuliere en des matieres plus simples qui composent ces huiles, elles ne peuvent pas être nôtre Souphre principe.

Puis ayant supposé dans le commencement de ces Essais que le Souphre principe est le seul principe actif, qui doit par conséquent se trouver dans tous les mixtes, & que cette matiere sensiblement huileuse, manquant dans la plus grande partie des matieres minerales, elle ne pourra pas être nôtre seul principe actif.

Dans les Analyses que nous avons fait des huiles, toute leur substance se réduit en beaucoup de liqueur aqueuse, en une partie de terre insipide, & en un peu de sel en partie fixe, en partie volatile, le vrai Souphre principe qui lioit ces autres principes ensemble pour en faire de l'huile se perd absolument dans l'Analyse, parceque tout le soin de l'Artiste dans cette operation ne va qu'à séparer les principes

principes les uns des autres ; & comme le Souphre principe ne peut pas nous être sensible que pendant qu'il est joint à quelqu'un des autres principes qui lui serve de véhicule, comme nous l'avons remarqué dans notre premier Article, il échappera toujours à celui qui voudra le dépouiller de toute matiere heterogene.

Nous pouvons considerer la matiere sulphureuse mêlée ou enchassée dans quelque matiere aqueuse, saline, terreuse ou mercurielle, & alors elle nous paroîtra sous différentes figures, d'esprit de vin, d'huile, de bitume, de matiere metallique, &c. qui ne sont pas nôtre Souphre principe.

Nous la pouvons considerer aussi toute pure & sans aucun mélange : c'est dans cette dernière signification que nous l'appellerons nôtre Souphre principe & nôtre seul principe actif, laissant aux premiers mélanges le nom simplement de Souphres ou de matieres sulphureuses.

Tous les mixtes qui passent par une Analyse rigoureuse ou tres-exacte, perdent, comme nous avons dit, le Souphre principe qui avoit composé ces mixtes ; en sorte que plus l'Artiste se met en peine de le débrouiller, moins il le trouve. Nous n'avons donc aucune connoissance positive du Souphre principe par le moien de nos Analyses, ou par la décomposition des mixtes ; ce qui m'a fait penser que l'on pourroit peut-être en découvrir quelque chose dans les compositions des mixtes artificiels. En effet, plusieurs operations de cette nature m'ont donné des indices que c'est la matiere de la lumiere qui est nôtre Souphre principe, & le seul principe actif de tous les mixtes.

Pour rendre cette opinion intelligible & vrai-semblable, il faut que je fasse concevoir premièrement que la matiere de la lumiere est toujours agissante, ce qui me paroît un attribut inséparable du principe actif. En second lieu que cette matiere se peut introduire dans les autres principes, les changer de figure, les augmenter de poids & de volume, & les joindre différemment ensemble pour en produire tous les mixtes qui nous tombent sous les sens,

ce qui est le caractere que nous donnons à nôtre Souphre principe.

Pour établir le premier, sçavoir que la matiere de la lumiere est toujours agissante, il faut que je suppose d'abord que cette matiere est la plus petite de toutes les matieres sensibles; de sorte qu'elle passe librement au travers & par les pores de tous les corps que nous connoissons, c'est à dire que l'assemblage des parties de tous les autres corps laisse d'assez grands vuides entr'elles, pour donner un passage tres-libre à la matiere de la lumiere, d'où il s'ensuit que tous les autres corps ne sont pas capables de pousser & de mouvoir la matiere de la lumiere, à peu près comme une raquette pour joüer à la paume n'est pas capable d'enlever des grains de sable, parceque les mailles de la raquette sont incomparablement plus larges que les grains de sable ne sont gros; & par conséquent pour mouvoir & pour pousser une certaine masse de la matiere de la lumiere, il faudra un corps tres-solide dont les pores soient remplis & bouchés par la matiere de la lumiere même, qui s'y soit arrêtée, au moins pour un temps, pour empêcher le passage à toute autre matiere de la lumiere, que ce corps pourra rencontrer lorsqu'il remuera ou qu'il changera de place.

Mais comme tout corps qui a des pores a aussi des parties solides, qui ne sont pas aisément penetrées par la matiere de la lumiere, ces parties solides pousseront & déplaceront toujours la matiere de la lumiere qu'elles rencontreront en leur chemin; mais ce n'en sera qu'une petite partie, qui ne sera pas considerable pour la production de la plupart des effets de la matiere de la lumiere, comme par exemple les grains de sable qui toucheront les cordes & le bois de la raquette ne laisseront pas d'en être poussés, mais ils seront en tres-petit nombre en les comparant à ceux qui passeront au travers des mailles de la raquette.

Je suppose en second lieu que la flame est un mélange de la matiere de la lumiere avec l'huile du bois ou de quel-

qu'autre corps que ce soit qui brûle, & que cette huile étant la partie sulphureuse du mixte, c'est à dire celle dans laquelle s'est arrêtée la matiere de la lumiere qui agit dans ce mixte, elle est plus propre qu'aucune autre partie de ce mixte pour en recevoir & pour en retenir une plus grande quantité lorsqu'elle se presentera pour la penetrer. La matiere de la lumiere étant entrée en assez grande quantité dans cette huile, elle en étend la masse & en augmente le volume autant que l'huile est capable de s'étendre, & en remplit en même temps tous les interstices de sa propre substance. Ce mélange pour lors devient ce que nous appellons flamme; c'est à dire un corps huileux sans pores, ou dont les pores sont exactement remplis de la matiere de la lumiere qui s'y est arrêtée: la flamme est par consequent plus solide, dans ce sens, que tous les autres corps que nous connoissons, elle est continuellement agitée & enlevée par l'air, & ne donne aucun passage à la matiere de la lumiere qu'elle rencontre dans l'air qu'elle traverse; & comme la flamme se fait place pour passer au travers de l'air, & qu'elle change continuellement de figure, elle pousse & elle range la matiere de la lumiere qu'elle touche immédiatement, & qui est répandue dans les interstices de l'air qui l'environne.

Tous les interstices de l'air étant pleins de la matiere de la lumiere, celle qui est immédiatement déplacée par la flamme, déplace & pousse sa voisine tout à l'entour d'elle, & ainsi de suite une grande quantité de cette matiere est poussée & remuée selon le mouvement & selon la grosseur de la flamme, c'est à dire selon le plus ou le moins de volume que cette flamme prendra successivement dans l'espace qu'elle occupe. Tous les corps qui se trouveront dans la sphere sensible de ce mouvement, en seront pressés plus ou moins fortement qu'ils seront proches de la flamme qui est le centre de cette sphere.

Je suppose encore que tout l'Univers est rempli de la matiere de la lumiere, & que le Soleil & toutes les étoiles fixes qui sont répandus dans l'espace infini de l'Univers

sont autant de flammes, dont le principal office est de remuer & de pousser continuellement cette matiere de la lumiere, qui par-là heurte & penetre tout ce qu'elle rencontre de corps poreux dans tout cet espace immense qui en est rempli. Et comme tous les corps opaques font un ombre à l'opposite du Soleil, c'est à dire un espace où la matiere de la lumiere est moins poussée que dans les endroits qui sont immédiatement exposés au Soleil, les flammes particulieres que nous faisons par le moyen des matieres combustibles, suppléent à l'absence du Soleil, tant pour les actions en general de la matiere de la lumiere, que pour celle en particulier qui produit en nous la sensation de la vûë.

Il est donc constant, selon ces suppositions, qui sont vraies, que la matiere de la lumiere est continuellement en mouvement & agissante sur tous les corps poreux qui sont dans l'Univers; ce qui suffit pour l'éclaircissement du premier point.

Quant au second, où nous nous sommes engagé de faire voir que la matiere de la lumiere se peut introduire dans les autres principes, les changer de figure, les augmenter de poids & de volume, & les joindre différemment ensemble, ce que nous avons mis pour le caractère de nôtre Souphre principe, il suffira de rapporter icy quelques-uns des faits qui ont été l'occasion de l'idée que je propose presentement.

Le mercure commun ayant été purifié suffisamment par le fer & par l'antimoine, devient plus vif & plus liquide qu'il n'étoit avant cette purification: cependant en le mettant en digestion à une chaleur qui lui convient, il arrive que ce mercure, sans y ajouter aucune autre matiere sensible, s'arrête peu à peu & ne coule plus, contre le naturel de ce mineral, se changeant en une poudre noire, blanche ou rouge, selon qu'il plaît à l'Artiste; cette poudre devient plus pesante que n'étoit le mercure quand on l'a mis en digestion, & enfin de tres-volatile qu'étoit ce mercure, jusqu'à se sublimer par un petit feu.

de lampe, il devient par une longue cuisson si paresseux au feu, qu'il en souffre la rougeur pendant plus de vingt-quatre heures, & en le poussant vivement au feu nud, la plus grande partie s'en va à la vérité en fumée, mais il reste un petit grain de métal dur, qui s'est formé dans ce mercure.

En examinant cette operation, l'on voit premierement qu'il s'est introduit quelque chose dans ce mercure, puis qu'il est devenu plus pesant : secondement que ce qui s'y est introduit l'a changé de nature, puisqu'il ne coule plus, & qu'il devient en partie malleable : troisièmement ce qui s'y est introduit s'unit parfaitement au mercure, de sorte que le grand feu ne l'en sçauroit separer, puisqu'il reste un grain de métal, qui est à l'abri de la violence du feu.

Il ne servira de rien de dire icy qu'il n'y a qu'une tres-petite quantité, peut-être un deux centième du mercure qui devient métal malleable, il suffit qu'il y en ait un peu, il y en auroit peut-être eu davantage si on l'avoit laissé pendant plusieurs années en digestion, ou si on l'avoit traité d'une autre maniere qui pourroit être meilleure que celle dont on s'est servi.

Cependant en toute cette operation il n'y a eu que le feu seul qui ait touché le mercure, non pas immédiatement, mais au travers d'un vaisseau de verre. Nous avons dit cy-dessus que le feu ou la flamme n'est autre chose qu'un mélange de la matiere de la lumiere & de l'huile du charbon, ou de quelqu'autre corps qui brûle; on ne pourra pas dire icy que c'est l'huile de ce charbon qui a échauffé le fourneau, qui se soit introduit & resté dans le mercure pour le rendre plus pesant, puisque l'huile ne sçauroit passer par les pores du verre: c'est donc la partie du feu qui s'est separée de l'huile du charbon, c'est à dire la matiere de la lumiere qui composoit avec l'huile du charbon la flamme qui a échauffé le fourneau, & cela doit necessairement être ainsi; parce qu'aucune autre matiere que celle de la lumiere n'a pû passer au travers des pores du verre pour se joindre au mercure. Nous pouvons donc

être assuré qu'il n'y a que la matière de la lumière seule qui s'est introduite dans notre mercure, que c'est cette matière qui l'a rendu plus pesant & qui l'a changé de nature.

Nous avons un fait incontestable qui confirme ce que je viens de dire, & qui prouve que la matière de la lumière seule, & sans l'approche ou le mélange de quelque matière combustible, se peut introduire dans un corps, y rester, le rendre plus fixe & l'augmenter considérablement de poids : C'est la calcination du regule d'antimoine aux rayons du Soleil par le miroir ardent.

M. Duclos a fait cette opération autrefois avec un des miroirs ardents de l'Observatoire. Il marque d'avoir trouvé près de deux gros d'augmentation sur quatre onces de regule, ce qui fait environ un seizième du total : mais comme les miroirs ardents sont fort incommodes pour cette opération, à cause de la réflexion des rayons du Soleil qui s'y fait de bas en haut, je l'ay fait plus aisément avec le grand verre ardent de Monseigneur le Duc d'Orleans : J'y ay exposé quatre onces de regule de Mars en poudre environ un pied & demi éloigné du vrai foyer du verre ardent ; je l'ay remué de temps en temps avec une euillière de fer, jusqu'à ce qu'il n'en sortit plus de fumée, qui avoit été très-épaisse & en grande quantité pendant le temps de la calcination ; de sorte que l'on y auroit pu soupçonner plutôt beaucoup de diminution, qu'une augmentation de poids. Cependant après une bonne heure d'exposition à ce degré de chaleur, le regule n'y fumant plus, il a pesé quatre onces trois gros & quelques grains, ce qui fait une augmentation environ d'un dixième.

J'ay voulu voir si cette augmentation resteroit après la fonte de ce regule calciné ; je l'ay donc exposé au vrai foyer du verre ardent, il s'y est fondu promptement en un verre orangé, qui n'a pesé que trois onces & demie, c'est à dire qu'il a perdu dans la fonte un huitième du total & les trois gros d'augmentation.

Il y a toute apparence que cette augmentation n'est

provenüe que des rayons du Soleil, ou de la matiere de la lumiere qui s'est engagée dans le regule pendant le peu de temps qu'il a été exposé au verre ardent, puisqu'aucune autre matiere ne l'a pû toucher pendant tout le temps de la calcination: ce regule ayant été exposé ensuite à une plus forte chaleur, c'est à dire au vrai foyer de ce verre ardent, l'impetuosité de ce foyer, en fondant ce regule calciné, a enlevé tout ce que la chaleur modérée y avoit introduit.

Mais comme dans la fonte il s'est trouvé une demie-once de perte sur les quatre onces de regule, nous pouvons croire que la grosse fumée qui s'est évaporée pendant le temps de la calcination, a été cette demie-once de regule qui s'est trouvée perdue après la fonte, & qu'ainsi nous devons compter sept gros d'augmentation par les rayons du Soleil, puisqu'après la calcination le regule a pesé quatre onces trois gros, qui font sept gros de plus que ce qui est resté après la fonte; ce qui est un effet tres-sensible, & l'on ne sçauroit douter qu'il ne soit produit par la matiere de la lumiere.

La fabrique du minium, celle de la chaux vive, & plusieurs autres operations prouvent la même chose, avec d'autres circonstances que je rapporteray une autre fois. Il suffit que par cette dernière operation j'aye prouvé que la matiere de la lumiere s'introduit dans les corps poreux, s'y arrête & en augmente le poids & le volume, & que par la précédente operation j'aye prouvé que la matiere de la lumiere qui s'est engagée dans le mercure y est restée inséparablement, même au grand feu, & qu'elle a changé la forme du mercure en celle du métal malleable & ductile.

J'ay mieux aimé donner à nôtre Souphre principe le nom de matiere de la lumiere, que celle de la matiere du feu, quoyque ce soit proprement la même chose, & cela pour éviter l'équivoque que le mot de feu pourroit laisser dans l'esprit de quelques-uns; parceque le mot feu signifie communément trois choses qui ne laissent pas d'être

tre essentiellement distinctes, dont la premiere signification & la plus grossiere est celle de l'attribuer à un corps actuellement embrasé, comme par exemple à un fer rouge, aux charbons ardents, au bois qui brûle, &c. La seconde & la plus commune est celle de l'attribuer à la flamme qui rougit le fer, qui rend les charbons ardents, & qui enflame le bois: mais la troisieme signification & la plus propre est celle qui produit la flamme, laquelle fait tous ces autres effets que nous remarquons dans le fer rouge, dans les charbons ardents, &c. ce qui n'est autre chose que la matiere de la lumiere lorsqu'elle penetre en assez grande quantité un corps combustible, comme nous l'avons expliqué dans le commencement de cet article.

Étant donc persuadé que la matiere de la lumiere est la seule qui peut penetrer tres-librement tous les corps poreux, & qui est la seule qui agit toujours, comme nous l'avons montré dans la premiere partie de cet article; & que cette matiere est capable de s'introduire dans tous les autres corps, de s'y arrêter & de les changer par-là de figure, de poids & de volume, nous avons crû que nulle autre matiere ne pouvoit être nôtre Souphre principe & nôtre seul principe actif, que la matiere de la lumiere.

Nous nous contenterons pour le present de l'avoir établi, il reste maintenant à montrer de quelle maniere cette matiere agit sur les autres principes pour produire les matieres sulphureuses connues, de combien d'especes sont ces matieres sulphureuses, & en reconnoître les proprieté & les effets; ce que nous tâcherons de faire dans un autre Memoire,



NOUVELLES REMARQUES

SUR L'AIMAN,

ET SUR LES AIGUILLES AIMANTÉES.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

JE n'entreprends pas dans ce Memoire de donner un nouveau système de l'Aiman, ni de rapporter ce qui est déjà connu des vertus de cette pierre, & de tous les effets qu'on a remarqués tant à la pierre qu'aux aiguilles d'acier qui en sont touchées. Je tâcheray seulement d'éclaircir quelques difficultés qui se rencontrent dans les observations des aiguilles aimantées, avec quelques remarques particulieres sur la nature de l'Aiman, & sur la comparaison qu'on peut faire d'une pierre d'Aiman avec le globe de la Terre, que l'on peut considerer comme un veritable aiman, par toutes les experiences qu'on en fait.

1705.
22. Avril.

On sçait assez que les observations de la variation de l'aiguille aimantée qu'on peut faire sur mer dans les Vaisseaux, est sujette à beaucoup d'erreurs, à cause du fer qui y est en grande quantité, & qui par ses différentes positions doit détourner l'aiguille de sa veritable direction, sans parler de la construction de cette aiguille ou compas, comme on l'appelle sur mer, qui est trop grossiere pour donner une déclinaison fort exacte. Mais les observations que nous faisons à présent sur terre avec de tres-grandes aiguilles & tres-délicatement soutenues, comme celle de 8 pouces de longueur dont nous nous sommes servis les premiers depuis l'année 1682, après avoir déterminé un plan meridional avec toute la justesse possible, & fort loin de toute matiere ferrugineuse pour y appliquer le côté de la boîte, nous ont assuré de la juste déclinaison de l'aiguille & de sa progression, ce que nous appellons varia-

1705.

N

tion, comme on le peut voir dans les Memoires que nous en avons donné au public en différentes occasions.

Mais comme quelques Philosophes ont pensé, non sans quelque apparence de raison, si les aiguilles touchées avec différentes pierres ne donnoient pas différentes declinaisons, à cause des varietés qu'on y trouvoit en un même lieu par différentes aiguilles, on a tâché de découvrir si ces inégalités ne viendroient point de la fabrique des aiguilles, & non pas des differens Aimans qui les ont touchées.

Car les aiguilles qui ont été touchées par une pierre, ont seulement reçu de la pierre une disposition dans leurs pores, pour y laisser passer la matiere magnetique qui circule autour de la terre suivant une certaine direction; de la même maniere que les pierres d'Aiman l'ont reçue de cette même matiere dans le tems de leur formation. Ainsi ce ne seront pas les differens Aimans qui pourront donner une différente vertu aux aiguilles, lesquelles ne se dirigent que suivant le cours de la matiere magnetique, qui étant le même dans un même endroit de la terre, doit leur donner la même direction qu'elle a. Mais quoyque la matiere magnetique agisse également & suivant une même direction dans un même endroit, elle peut néanmoins en être détournée diversement suivant la différente figure & la disposition des corps qui sont capables de la recevoir; comme on sçait qu'il arrive à deux pierres d'Aiman suspendues librement l'une assez proche de l'autre, ou à deux aiguilles aimantées posées sur leur pivot, & qui ne seront pas placées dans la ligne de la direction de l'Aiman, à cause du cours de la matiere magnetique qui rencontre ces corps diversement placés & disposés pour la recevoir.

C'est ce qui a donné lieu de penser que les aiguilles, qui portent à leurs extrémités deux pieces d'acier lesquelles sont jointes par un fil délié, pourroient être à peu près comme deux pierres d'Aiman différentes en force & en figure, éloignées l'une de l'autre & jointes ensemble par quelque corps moyen; & si ces deux pieces d'acier sont

de telle nature ou figure que la matiere magnetique se dirige diversément dans l'une & dans l'autre, & qu'il y en ait une qui reçoive une plus forte impression que l'autre lorsqu'on les aimante, il s'ensuivra necessairement que l'aiguille prendra une direction composée des deux & differente de celle du tourbillon magnetique de la terre. Ainsi ces sortes d'aiguilles pourront donner des declinaisons fort differentes les unes des autres, & de celles qui seront construites d'une autre façon.

Les aiguilles qui sont larges dans leur milieu & qui se terminent en pointe des deux côtés, ne sont pas si sujettes à ces irrégularités que les autres qui portent deux pieces d'acier aux deux bouts; mais on ne peut pas dire qu'elles en soient entierement exemptes, à cause des inégalités de la matiere dont elles sont composées, & de leur figure qui ne sçauroit être parfaite.

C'est pour en decouvrir quelque chose, que nous avons fait quatre aiguilles de boussole plus fortes dans leur milieu que vers les extremités, & lesquelles se terminoient en pointe deliée. Elles avoient chacune 8 pouces de longueur, & deux de ces aiguilles étoient les plus droites & les plus égales qu'il étoit possible; une autre étoit courbée en S, & la dernière en arc. On aimanta l'une des droites & les deux courbes avec une tres-bonne pierre d'aiman que nous avons entre les mains, laquelle pese 7 livres, & qui a assez de force pour détourner une aiguille de boussole à plus de six piés de distance, en sorte qu'elle a autour d'elle un tourbillon sensible de plus de 12 piés de diametre: l'autre aiguille droite fut aimantée avec une pierre tres-forte qui appartient à M. Butterfield.

Nous examinâmes la boîte de la boussole, laquelle est longue, pour nous assurer si les côtés étoient paralleles entr'eux, & à la ligne passant par le pivot & par les premiers points de la division des deux arcs de cercle qui servent à mesurer la quantité de la declinaison par rapport à la pointe du pivot; & le tout étant bien rectifié, nous avons reconnu par plusieurs observations que les deux ai-

guilles droites & celle qui étoit courbée en S avoient leurs pointes & le fond de la chapelle où s'applique le pivot parfaitement dans une ligne droite. Pour celle qui étoit courbée en arc, nous avons trouvé qu'elle s'éloignoit de la ligne droite par l'une de ses extrémités de $2^{\circ} 20'$.

Ensuite le 28 de Mars de cette année 1705, nous avons mis dans la boîte l'aiguille droite qui avoit été aimantée avec notre pierre, & qui est l'aiguille dont nous nous servons ordinairement pour prendre la déclinaison de l'Aiman, & le côté de la boîte étant placé contre notre plan meridional ordinaire, cette aiguille nous a marqué $9^{\circ} 25'$ de déclinaison vers l'Ouest, ce qui convient aux observations que nous en avons faites il y a quelques mois. Après cela nous y avons mis l'autre aiguille droite qui avoit été aimantée avec la pierre de M. Butterfield, & nous avons trouvé qu'elle donnoit exactement la même déclinaison de $9^{\circ} 25'$. Cependant une autre aiguille plus grande que celle-cy, qui avoit deux pieces d'acier à ses extrémités, & qui avoit été aimantée avec cette même pierre, nous avoit donné quelque tems auparavant dans le même endroit la déclinaison de $9^{\circ} 52'$, quoyque l'on eut fait l'observation avec une tres-grande exactitude. Enfin l'aiguille courbée en S ne nous a marqué que $8^{\circ} 45'$, & pour la dernière qui étoit en arc, elle n'a donné que $8^{\circ} 22'$.

On pourroit donc conclure de ces observations que les aiguilles aimantées avec différentes pierres, ne donnent pas différente déclinaison, comme nous l'avions pensé d'abord; & que s'il y avoit quelque différence, elle ne pourroit venir que de la matiere inégale & heterogene, ou de la figure de l'aiguille, ce qui nous a été confirmé par les deux aiguilles droites.

Pour celle qui étoit courbée en S, on voit que ses deux moitiés étant posées de biais par rapport à la ligne droite qui passe par ses extrémités, la pointe qui regardoit le Nord ne nous a marqué que $8^{\circ} 45'$ au lieu de $9^{\circ} 25'$ comme les autres, ce qui pourroit venir du composé des directions de la matiere magnetique dans les deux parties de l'ai-

guille qui n'étoient pas en ligne droite, & peut-être aussi de la matiere de l'aiguille.

Celle qui étoit en arc nous a fait voir que la ligne droite qui auroit passé par ses deux pointes auroit eu $9^{\circ}32'$ de déclinaison, ce qui s'écarte peu des observations des aiguilles droites. Ainsi toutes ces observations serviront à confirmer que les differens Aimans dont les aiguilles sont touchées ne leur doivent pas causer de différentes déclinaisons, mais seulement leur figure ou leur matiere inégale.

Sur les inégalités de la variation de l'Aiman.

Nous ne rapporterons point icy ce que l'on trouve sur les différentes déclinaisons de l'Aiman dans plusieurs Auteurs dont la certitude des observations pourroit être suspecte ; mais nous donnerons seulement celles que nous avons faites nous-mêmes en les comparant avec quelques-unes dont nous pouvons être très-assurés.

M. Picard rapporte à la fin de la page 17 de la mesure de la terre qu'il avoit observé à Paris dans l'esté de l'année 1670, qu'une aiguille de boussole de 5 pouces declinoit du Nord au Couchant de $1^{\circ}30'$, & que cette même aiguille dans l'année 1666 n'avoit aucune déclinaison sensible ; mais qu'en 1664 elle declinoit de $40'$ vers l'Orient, le changement ayant été de $20'$ chaque année.

Nous trouvons aussi dans les observations manuscrites de M. Picard, qu'en 1680 le premier Juillet la déclinaison de cette même aiguille étoit de $2^{\circ}40'$, & par conséquent depuis 1670 jusqu'en 1680 la déclinaison n'auroit augmenté que de $1^{\circ}10'$ ou $70'$, ce qui donneroit par an seulement $7'$, ce qui est fort éloigné de 20, comme les premières observations le marquoient.

Nous avons fait depuis ce tems-là à l'Observatoire un grand nombre d'observations de la déclinaison de l'Aiman avec l'aiguille de 8 pouces dont nous avons déjà parlé, & dont nous rapporterons seulement les principales.

En 1683 le 10 Mars nous trouvâmes que l'aiguille declinoit de $3^{\circ}50'$ vers le couchant.

En 1684 à la fin de l'année elle declinoit de $4^{\circ} 10'$.

A la fin de l'année 1685 elle parut encore decliner de $4^{\circ} 10'$.

A la fin de 1686 elle declinoit de $4^{\circ} 30'$.

A la fin de 1692 elle declinoit de $5^{\circ} 50'$.

Vers la fin de 1693 de $6^{\circ} 20'$.

A la fin de 1696 de $7^{\circ} 8'$.

A la fin de 1698 de $7^{\circ} 40'$.

En 1700 de $8^{\circ} 12'$.

En 1701 de $8^{\circ} 25'$, comme je l'ay marqué dans les Ephemerides que j'ay faites de ces années-là.

Et enfin dans les derniers mois de l'année 1704 elle étoit de $9^{\circ} 20'$.

Si l'on considere toutes ces observations séparément, on voit que la déclinaison n'augmente pas également, & que quelquefois elle paroît être la même dans deux années différentes, mais ensuite on voit qu'elle avance plus qu'elle n'auroit dû faire. C'est pourquoy sans entrer dans les raisons qui peuvent causer ces petites variations, on a crû qu'il valoit mieux comparer les observations éloignées pour en conclure la variation de déclinaison, puisqu'aussi bien il ne semble pas que depuis qu'elle a commencé à se détourner vers le couchant, elle se soit augmentée ou ralentie jusqu'à présent. Et sans avoir égard à l'observation de M. Picard de 1680, nous trouverons que pour 38 années, c'est à dire depuis 1666 jusqu'à la fin de l'année dernière, la déclinaison aura augmenté de $9^{\circ} 20'$, ce qui donnera pour chaque année environ $14\frac{1}{3}$, qui est à peu près ce que donnent les observations rapportées cy-dessus.

On voit aussi dans quelques observations anciennes de l'aiguille aimantée, que dans l'année 1580 en ces pays-cy la déclinaison étoit de $11^{\circ} 30'$ à l'Est, laquelle étant comparée avec celle de 1666 où il n'y en avoit point, donne un peu moins de $8'$ par an, ce qui pourroit faire croire que la variation n'auroit pas été si grande dans ces tems-là qu'elle est à présent.

Il est très-difficile de pouvoir mesurer & estimer exa-

ment les minutes sur un petit cercle de 4 pouces de rayon, outre que la matiere magnetique du tourbillon de la terre n'est pas assez forte pour ramener exactement une grande aiguille sur le même point. C'est-pourquoy on ne doit pas s'étonner si d'une année à l'autre on trouve quelquefois des differences assez grandes. Mais nous rapportons ce que nous trouvons par l'observation, & non-pas ce que nous pourrions conclure par les observations précédentes.

Nous avons un Livre Espagnol intitulé *Theatre Naval Hydrographique fait par Dom Francisco de Seylas & Louera*, où cet Auteur prétend que les variations de la declinaison de l'aiguille aimantée viennent de deux causes: l'une des différentes mines d'Aiman qui se rencontrent dans la terre en differens endroits, & l'autre par la nature des pierres d'Aiman dont les aiguilles sont touchées.

Pour la premiere, on ne peut pas douter que de gros rochers d'Aiman ne détournent les aiguilles des boussoles lorsqu'elles en sont proches; mais qu'à une tres-grande distance ils puissent faire quelque effet, cela paroît souffrir quelque difficulté.

Pour la seconde, l'Auteur se fonde sur des experiences qu'il a faites dans une mine d'Aiman qu'il découvrit dans la Province de Honduras en Amerique. Il dit que cette mine étoit composée de deux veines principales, l'une s'étendoit du Nord au Sud, & l'autre de l'Est à l'Oüest.

Il trouva dans la veine qui s'étendoit du Nord au Sud une ligne de deux doigts de large qui étoit d'un excellent Aiman, & lorsqu'il posa au long de cette ligne une aiguille de boussole, elle n'avoit aucune declinaison; mais quand il la posa sur l'autre veine qui alloit de l'Est à l'Oüest, elle avoit une declinaison sensible d'un côté & d'autre de celle du milieu. Il ajoûte qu'il reconnut par-là que la veine Nord & Sud dominoit sur l'autre.

Tout ce qu'il dit paroît vrai-semblable; mais ce n'est pas à dire pour cela que quand ces pierres sont tirées hors de la mine & qu'une aiguille en a été touchée, elle doive

suivre la direction de la pierre dans la mine par rapport au Nord & au Sud , puisque l'aiguille ne se dirige pas suivant cette direction de la pierre , mais seulement suivant celle du tourbillon magnetique de la terre. Car autrement si l'on touchoit la pointe d'une aiguille avec le côté d'une pierre lequel regarde l'Est ou l'Oüest dans sa situation libre , il s'ensuivroit que la pointe de cette aiguille se dirigeroit vers l'Est ou vers l'Oüest , ce qui est contraire à toutes les experiences.

Il ajoute encore qu'il fit fondre de cette mine d'Aiman , & qu'il en tira du fer qui avoit la même vertu que la mine. Cependant nous sçavons que l'Aiman rougi au feu perd toute sa vertu , & à plus forte raison quand il a été fondu il n'en doit plus rien retenir.

Il mit deux petits morceaux de ce fer aux extrémités d'une aiguille , & il dit qu'elle ne varia jamais ni sur terre ni sur mer. Cette circonstance fera douter de tout ce que rapporte cet Auteur sur l'Aiman , parceque cela ne paroît pas possible , d'autant que l'on sçait que deux Aimans inégaux en force étant suspendus , le plus fort fait varier le plus foible , & par conséquent , selon ce qu'il a avancé d'abord , son aiguille , plus foible sans doute que les rochers d'Aiman qui se trouvent dans le trajet d'Amerique en Europe , & qui causent les grandes variations qu'on y observe , auroit dû avoir quelque variation , ce qu'il dit n'être point arrivé.

De la conversion du Fer en Aiman.

Si toute la difference qui est entre l'Aiman & le Fer aimanté ne consiste qu'en ce que l'Aiman est une pierre qui peut se rompre & se réduire en poussiere tres-fine , au contraire du fer qui ne peut se casser & se réduire en poussiere si l'on veut le broyer , à cause que ses parties sont liantes & molles ; il est certain que le fer rouillé qui a une vertu magnetique , de quelque maniere qu'elle lui ait été imprimée , doit être considéré comme une veritable pierre d'Aiman ;

d'Aiman ; car le fer dans cet état ne semble plus rien retenir la nature du fer , & ne paroît que comme une pierre assez facile à rompre & à réduire en poudre.

M. Gassendi rapporte dans la Vie de M. Peiresk , que le tonnerre ayant renversé la Croix qui étoit sur le clocher de S. Jean d'Aix en Provence, on remarqua qu'une croûte de rouille qui s'étoit formée sur le fer de cette Croix qui étoit engagé dans la pierre , avoit une tres - forte vertu d'Aiman, quoyqu'elle n'eût plus aucune qualité de fer. Ce fut ce qui donna occasion il y a quelques années à des curieux de Chartres, d'examiner si la rouille qui étoit sur les barres de fer qui lioient les pierres de l'un des clochers de Nôtre-Dame, lorsqu'on fut obligé de le rétablir, ne seroit point aussi changée en Aiman ; & après en avoir examiné plusieurs morceaux, ils en trouverent en effet qui étoient un Aiman tres-pur & qui n'avoient rien du fer, les autres n'ayant aucune vertu sensible, & d'autres tres-peu. J'ay plusieurs de ces Aimans entre les mains.

Mon Pere fit alors une recherche de quantité de morceaux de rouille de fer, dont il y en avoit de tres épais, qu'on avoit tirés de quelques anciens édifices ; mais il n'en trouva aucun qui eût rien de magnetique, ce qu'on connoît fort aisément en approchant doucement ces morceaux de rouille d'une aiguille de boussole aimantée ; car en les tournant vers une même pointe, s'ils ont acquis quelque vertu magnetique, on verra que d'un côté ils attireront cette pointe, & que de l'autre ils la repousseront.

Il pensa alors au moyen de faire de cet espece d'Aiman avec du fer, ne pouvant attribuer ce changement de fer en Aiman qu'à deux causes, sçavoir, l'une à la seule disposition du fer dans l'air par rapport au tourbillon magnetique de la terre qui lui auroit pû imprimer une vertu magnetique, telle qu'étant changé en rouille ou en pierre, il en auroit retenu la vertu ; l'autre à une nature de fer qui auroit eu la propriété de se changer en Aiman.

Il prit pour cet effet un quartier de pierre de S. Leu qui étoit équarri, & l'ayant scié sous un angle de 60° à peu

prés avec l'horizon, il le posa à l'air selon la ligne méridienne, & il fit plusieurs rainures dans le plan coupé pour y insérer des fils de fer selon la direction de la matière magnétique autour de la terre par rapport à notre horizon.

Il y plaça ces fils de fer en 1693, & recouvrit cette partie de la pierre avec l'autre qui en avoit été coupée. Il aimanta quelques-uns de ces fils de fer, & les autres il les mit sans les aimanter; ils étoient éloignés les uns des autres d'environ deux pouces. Il prit de la pierre de S. Leu pour faire cette expérience, parcequ'il avoit appris que le clocher de Notre-Dame de Chartres avoit été bâti avec cette pierre.

Il est facile de voir que toutes les précautions qu'il prit dans cette expérience, n'étoient que pour connoître si dans la suite des tems lorsque ce fer seroit consumé, la rouille qui en viendrait seroit une matière magnétique, & s'il y auroit quelque différence entre le fer qui avoit été aimanté & celui qui ne l'avoit pas été.

Enfin nous avons trouvé que depuis 10 années, il n'y avoit que quelques-uns de ces fils de fer qui fussent tout à fait changés en rouille, quoyqu'ils n'eussent qu'une demie ligne de diamètre: mais tous ces fils rouillés en partie ou tout à fait avoient une forte vertu d'Aiman, comme on le reconnoissoit en les présentant à l'aiguille aimantée. Ainsi ceux qui n'avoient point été aimantés avoient contracté une aussi forte vertu d'Aiman que ceux qui l'avoient été, ce qu'on ne peut attribuer qu'à la longueur du tems qu'ils avoient demeuré dans la position propre à recevoir l'impression du tourbillon magnétique de la terre, & à ce qu'ils étoient ou tout à fait ou en partie changés en pierre. Ces fils avoient 4 à 5 pouces de longueur, & on les tenoit dans une situation horizontale en les présentant à l'aiguille aimantée, afin de ne les pas aimanter par le tourbillon de la terre, & ainsi ceux qui étoient tout à fait changés en rouille étoient de vrais Aimans, comme les petites écailles qui se détachent facilement des autres. Cependant ces petites écailles ne s'attachent pas à l'extrémité d'un fil

de fer qui n'étoit pas aimanté, mais elles s'attachoient fortement à la pointe d'un couteau aimanté; ce qui pourroit faire croire que ces petits morceaux de roüille n'étoient pas changés en Aiman, & qu'ils avoient encore quelque chose du fer: mais il se peut faire que ces petites particules d'Aiman n'étoient pas assez fortes par rapport à leur pesanteur pour se soutenir contre du fer qui n'étoit pas aimanté, & y demeurer attachées.

On ne peut pas dire absolument que la roüille ne retient plus aucune propriété du fer, puisque nous avons éprouvé que de gros morceaux de roüille, qui ne faisoient aucune impression sur une aiguille de boussole soutenue sur son pivot, étant réduits en poudre ne laissoient pas de s'attacher à la pointe d'un couteau aimanté.

Mais ces morceaux de roüille qui n'ont point de vertu magnétique, ne peuvent non plus en recevoir aucune lorsqu'on les touche avec une bonne pierre d'Aiman, puisqu'ils ne peuvent pas soutenir les moindres petits fragmens de limaille de fer ou d'acier. Il se pourroit donc faire que dans cette roüille, qui est épaisse de $\frac{1}{2}$ de ponce, & semblable en tout à de bon Aiman, les particules de fer qui y sont restées seroient trop engagées & trop liées avec les autres matieres qui s'y sont mêlées, pour être disposées à recevoir la vertu magnétique du tourbillon de la terre. On ne peut pas douter que dans les pierres d'Aiman qui sont de véritables pierres, il n'y ait beaucoup de fer, puisqu'on en peut tirer par le feu; mais je ne crois pas que l'on puisse retirer du fer de celui qui aura été consumé par la roüille.

Cette expérience nous a porté à en faire une autre. Nous avons pris de ces petits morceaux de fer brûlé & fondu qui tombe en boules & en écaille au pied de l'enclume des Forgerons, & nous les avons réduits comme une pierre en une poudre assez fine: cette poudre s'attachoit fortement à la pointe d'un couteau aimanté. Mais de plus quelques uns de ces morceaux qui avoient été fondus & qui pouvoient se réduire en poudre, recevoient très bien

la vertu magnetique, étant touchés avec une bonne pierre d'Aiman, & souûtenoient beaucoup de limaille.

Nous voyons par là que le feu qui fond le fer ne lui ôte pas sa nature de fer, quoyqu'il ne soit plus en apparence qu'une pierre après avoir été fondu & entierement consumé. Il n'y a point ou très-peu de mine de fer en masse ou pierre ferrugineuse qui ne soit un Aiman, ce qu'on connoitra facilement en présentant de plusieurs côtés la pierre de mine à une aiguille de boussole, comme nous avons déjà dit; & quoyque ces sortes de pierres donnent la marque d'un veritable Aiman, elles n'auront pas quelquefois la force de souûtenir de très-petits grains de limaille.

Nous avons entre les mains depuis quelques années une grosse pierre d'Aiman qui pèse près de 100 livres, & dont la matiere ne paroît pas fort excellente, quoyque passablement bonne dans ses effets, puisqu'elle détourne une aiguille de boussole à six piés $\frac{1}{2}$ de distance, ce qui fait voir qu'elle a autour d'elle une sphere de 13 piés de diametre. Nous l'avons arondie en partie, & les plus grandes inégalités ont été remplies avec du ciment de plâtre de la couleur de la pierre, qui paroît d'un marbre gris assez dur & mêlé de parties métalliques. Cette boule a près d'un pié de diametre.

Nous en avons cherché les Poles, qui se sont trouvés dans deux points diametralement opposés; & nous avons tracé un Equateur, qui a été divisé de 30° en 30° pour y faire passer des Meridiens, afin d'y observer avec plus d'exactitude les différentes déclinaisons de l'aiguille. Nous avons aussi marqué sa déclinaison dans tous les points où les Meridiens coupent l'Equateur; & l'on voit que dans un certain espace elle est Ouest, dans un autre Est, & dans plusieurs points 0. On a trouvé la plus grande de ces déclinaisons de 26° . Ensuite nous avons remarqué que l'aiguille n'avoit point de déclinaison en trois endroits sur le cercle Polaire Septentrional; & en suivant tous les points où l'aiguille étoit sans déclinaison, on a eu deux lignes différentes, dont l'une commençoit à ce Polaire, & y re-

venoit ensuite par un cercle Meridien, après être descendu jusqu'à 10° environ au delà de l'Equateur, & avoir parcouru parallelement à ce cercle un espace à peu près de 110° . L'autre qui commence assez proche de la premiere dans le troisieme point sur le même Polaire, fait d'abord plusieurs détours proche de ce cercle, & ensuite prend son cours assez Nord & Sud, & en faisant encore quelques détours coupe l'Equateur & va se terminer au Polaire Meridional.

Toutes ces declinaisons differentes & ces lignes où il n'y en a point, ont beaucoup de rapport avec ce qu'on a observé sur le Globe terrestre.

On pourra connoître par toutes les experiences que nous venons de rapporter, que les differentes declinaisons de l'Aiman qu'on remarque sur le Globe terrestre, ne viennent que des matieres magnetiques disposées en differentes manieres dans la terre, comme on peut juger qu'elles sont dans nôtre Globe d'Aiman. Car nous ne pouvons pas douter que le tourbillon de la matiere magnetique n'ait été la cause premiere de tous les Aimans; puis qu'il en produit encore tous les jours de nouveaux; & si cette matiere a pû prendre tant de differens détours en formant nôtre pierre dans sa mine, elle n'en prend pas moins dans tout le Globe; & s'il pouvoit arriver à nôtre Aiman des changemens semblables à ceux qui peuvent se faire dans la terre par la destruction des matieres aimantées & par la formation de nouvelles où il n'y en avoit point auparavant, on remarqueroit sur cet Aiman dans la suite des tems des variations semblables à celles qui arrivent au cours de la matiere magnetique sur la terre.



**SUR LA CONDENSATION
ET DILATATION DE L'AIR.**

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1703.
6. May.

Monsieur Mariotte a fondé la Regle generale qu'il a donnée pour trouver les différentes condensations de l'air par des poids donnés sur une experience qu'il rapporte d'abord, laquelle est confirmée par trois autres qui sont ensuite, & qu'il a faites dans un tuyau de verre recourbé, dont une des branches qui avoit un pied étoit scellée hermétiquement, & l'autre étoit aussi grande qu'on vouloit. Il mettoit ensuite du mercure dans ce tuyau, & continuoit l'experience comme on la peut voir aux pages 140 & suivantes de son Traité du Mouvement des Eaux, & ses experiences lui ont donné lieu d'établir une Regle generale, & d'avancer que la condensation de l'air suit la proportion des poids.

Mon Pere a donné aussi à l'Academie, il y a plusieurs années, une Regle generale pour la condensation & dilatation de l'air, qu'il avoit tirée de la seule supposition commune, *que l'air est pesant & capable de ressort.*

Il fit plusieurs experiences pour connoître dans quelle proportion un ressort, pris dans un état moyen d'extension, s'étendoit étant chargé de différents poids, & il trouva que ses extensions étoient en raison directe des poids; mais ayant voulu voir aussi comment un ressort se resserreroit, il trouva que ses condensations n'étoient plus en raison directe, mais en raison réciproque de ces mêmes poids; ce qui paroît assez aisé à comprendre, si l'on considère que dans l'extension à proportion que les poids augmentent, les ressorts augmentent aussi de volume, & au contraire dans la condensation ils en diminuent. Ce fut donc sur ces experiences qu'il établit sa Regle generale, qui se

trouve entièrement conforme à celle de M. Mariotte, & aux expériences qu'en a fait dernièrement M. Amontons en présence de l'Académie, comme on le peut voir dans la petite Table suivante où sont ses expériences, & vis-à-vis ce que donne le calcul par la Règle.

TABLE.

Elevation du mercure dans le tuyau.	Condensation de l'air par l'expérience.	Condensation de l'air par le calcul.
6 pouces	9 parties & $\frac{6}{9}$	9 parties & $\frac{7}{9} + \frac{108}{135}$
12	8 $\frac{2}{8}$	8 $\frac{2}{8} + \frac{63}{135}$
14	7 $\frac{7}{7}$	7 $\frac{8}{7} + \frac{111}{147}$
18	7 $\frac{1}{7}$	7 $\frac{2}{4} + \frac{91}{182}$
24	6 $\frac{2}{6} \frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{3} + \frac{189}{207}$
30	5 $\frac{6}{5}$	5 $\frac{6}{5} + \frac{207}{225}$
36	5 $\frac{1}{5} \frac{2}{2}$	5 $\frac{2}{5} + \frac{3}{155}$
42	4 $\frac{16}{4}$	4 $\frac{6}{5} + \frac{270}{272}$
48	4 $\frac{3}{4}$	4 $\frac{1}{2} + \frac{171}{288}$

OBSERVATION

Sur les reins d'un Fœtus humain de neuf mois.

PAR M. LITRE.

CE fœtus étoit gros & gras ; toutes les parties étoient saines & avoient leur conformation ordinaire, excepté les reins. Il étoit mort dans le ventre de sa mère pendant le travail de l'accouchement, qui fut fort long & fort laborieux. 1705.
27. May.

Les deux reins étoient plus grands qu'à l'ordinaire, & leur membrane commune étant levée ils ressembloient à une grappe de raisin, c'est à dire, qu'ils étoient tout composés de vésicules membraneuses de différente grosseur, de figure ronde ou ovale, serrées les unes contre les autres par 4. FIG.

la membrane propre de ces visceres, & pleines d'une liqueur semblable à de l'eau un peu épaisse & d'une odeur urineuse.

D. E.
N. O.

Les veines & les arteres émulgentes au dedans & au dehors des reins, étoient plus grosses que de coutume. Les ureteres, depuis la vessie jusqu'à un pouce près des reins, étoient creux à l'ordinaire, & avoient une ligne & demie de diametre. Le pouce restant étoit tout à fait solide, & n'avoit qu'un quart de ligne de grosseur. Les parois du bassinets dans les deux reins, à l'endroit du centre, étoient fortement colées ensemble de la largeur de quatre lignes: le reste des deux bassinets étoit creux, & rempli de la même liqueur que les vesicules.

Je séparai ensuite la membrane propre de chaque rein, pour en découvrir la veritable structure.

5. FIG.

Les vesicules, qui composoient ces visceres, étoient attachées les unes aux autres par plusieurs sortes de vaisseaux. Il se portoit à chacune au moins un rameau de veine, d'artere & de nerf, qui s'y divisoit en d'autres plus petits, & ceux cy en quantité de capillaires, qui embrassoient la vesicule de toutes parts, & quelques uns communiquoient entr'eux en plusieurs endroits.

C.

Le diametre de ces vesicules étoit depuis une demi-ligne jusqu'à six. Les petites étoient opaques & rougeâtres, & plus à proportion qu'elles étoient plus petites. Les grosses étoient diaphanes & blanches, & plus à proportion qu'elles étoient plus grosses. Les unes & les autres avoient leurs parois plus minces selon qu'elles étoient plus grosses.

Les petites vesicules étoient rougeâtres, & les grosses, blanches; parceque les rameaux des vaisseaux sanguins étoient plus gros & plus près les uns des autres dans les premieres que dans les secondes.

Les petites étoient opaques, & les grosses transparentes; parceque les parois des petites étant épaisses & les parois des grosses étant minces, la direction des pores étoit droite dans celles cy, & ne l'étoit pas dans celles-là.

Enfin

Enfin les petites vesicules avoient leurs parois plus épaisses que les grosses ; parce qu'ayant été peu dilatées, elles avoient peu perdu de leur premiere épaisseur : au lieu que les grosses contenant beaucoup de liqueur dans leur cavité, leurs parois étoient devenuës fort minces à force de s'étendre.

Il partoît de chaque vesicule de ces reins du côté du bassin, un vaisseau plus gros que les autres, qui avoit une demi-ligne de diametre dans les plus grosses, & à proportion dans les plus petites. Ce vaisseau se portoit vers le bassin, il se joignoit, après une à deux lignes de chemin, à quelques-uns de ceux qui venoient des vesicules voisines, & formoit avec eux un tuyau commun, qui se terminoit immédiatement dans la cavité du bassin. C'est sans doute à cause de la communication de ces conduits urinaires, qu'en soufflant dans la cavité d'une vesicule, j'en faisois enfler plusieurs autres des voisines : car les parois du bassin dans ce fœtus étant colées ensemble à l'endroit de son centre, comme j'ay dit, une partie de l'air poussé par le soufflé ne pouvant passer dans l'uretere, étoit obligé de refluer dans les autres vesicules voisines, dont le conduit particulier concouroit à la formation d'un conduit urinaire commun.

La superficie extérieure de ces vesicules étoit un peu inégale, & l'intérieure tres-unie & percée d'un grand nombre de petits trous, dont plusieurs étoient sensibles sans le secours des loupes. Il suintoit par ces trous une liqueur aqueuse, lorsque je pressois les parois des vesicules.

Chaque vesicule étoit composée de deux membranes. L'extérieure étoit plus mince, & d'un tissu moins serré que l'intérieure. Je remarquay entre ces deux membranes des fibres charnuës, disposées en maniere de rezeau : les intervalles des mailles étoient remplis de petits sacs rouges, pleins de sang, de figure ovale, où se terminoient plusieurs sortes de vaisseaux capillaires. On observoit par le moyen d'une loupe, qu'il sortoit un conduit fort petit de chacun de ces sacs ; que quatre ou cinq de ces conduits se

7. FIG.

joignant ensemble vers leur fin, en formoient un commun qui aboutissoit à un des trous, dont la membrane interieure des vesicules étoit percée, & qui par conséquent n'étoient autre chose que son embouchure. La jonction des conduits particuliers de plusieurs sacs étoit cause qu'on appercevoit sans loupe les trous de la membrane interieure des vesicules.

Voilà la description des reins du fœtus dont il s'agit. Voici quelques conséquences qu'on peut tirer, ce me semble, de cette description.

La première conséquence est, que les reins ne sont naturellement autre chose qu'un amas de vesicules garnies de petits sacs glanduleux, qui séparent la matière de l'urine, du sang qui leur est sans cesse porté par les arteres émulgentes; parceque les vesicules, qui composoient les reins de ce fœtus, avoient séparé de son sang l'urine qu'elles contenoient, qui est l'unique usage des reins; & que d'ailleurs elles n'avoient rien d'extraordinaire que leur grosseur, qui étoit devenue excessive par la grande quantité d'urine, qui faisoit d'une issue libre, s'étoit amassée dans leur cavité, & en avoit extrêmement dilaté les parois.

La seconde conséquence est, que les reins des fœtus humains séparent du sang une assez grande quantité d'urine, pour soupçonner avec raison que ces fœtus pissent dans la cavité de l'amnios, ou que leur urine passe de la vessie par l'ouraqué dans une espece d'allantoïde, où elle est en réserve jusqu'au temps de l'accouchement.

La troisième conséquence est, que les vesicules des reins de ce fœtus avoient trois sortes de conduits urinaires. Les premiers, qui étoient tres-petits & en fort grand nombre, appartennoient aux petits sacs contenus entre les membranes des vesicules, & s'ouvroient dans leur cavité. Les seconds, incomparablement plus gros que les premiers, sembloient n'être autre chose, qu'une production des vesicules; plusieurs de ceux-cy s'unissant entr'eux, après une à deux lignes de chemin, composoient les troisièmes con-

-

1

-

-

-

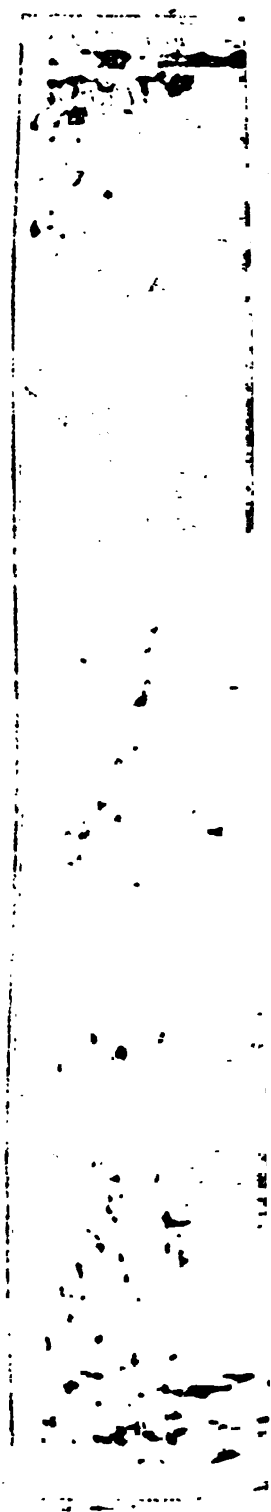
1

1

-

-

-



duits urinaires, qui se terminoient immédiatement dans la cavité du bassin, & formoient les mammelons des reins en se joignant plusieurs ensemble.

La quatrième conséquence est, que les petits sacs contenus entre les deux membranes des vésicules sont glanduleux, & les uniques filtres de l'urine; que le conduit qui va de ces sacs dans la cavité des vésicules, en est le canal excrétoire, dont l'usage est de porter dans cette cavité l'urine qu'ils reçoivent des petits sacs glanduleux à mesure qu'elle y est filtrée. Cette filtration est occasionnée par l'impulsion du sang, par le ressort des sacs glanduleux, & par la construction des fibres charnuës des vésicules, dont ces sacs sont environnez.

La cinquième conséquence est, que l'urine tombée dans la cavité des vésicules, s'écoule par leur conduit particulier dans celle du bassin. Cet écoulement se fait par l'impulsion du sang, par la liquidité & la pesanteur de l'urine, par l'action des fibres charnuës placées entre les deux membranes des vésicules, par la contraction alternativé des muscles du ventre & du diaphragme, & par l'agitation du corps.

La sixième conséquence est, que l'urine a trois receptacles, sçavoir les vésicules des reins, leur bassin & la vessie urinaire. Les vésicules des reins sont le premier receptacle de l'urine, les bassins le second, & la vessie le troisième. Les deux premiers receptacles sont toujours ouverts, afin que l'urine ayant toujours son cours libre, ne porte jamais aucun obstacle à sa filtration: Ainsi le sang peut se débarrasser de cette liqueur, toutes les fois qu'elle ne lui est d'aucun usage. Le troisième receptacle au contraire est très-exactement fermé par un muscle sphincter situé à son cou, & retient l'urine jusqu'à ce que, par sa quantité ou par sa qualité étant devenue à charge à la nature, elle détermine les fibres charnuës du corps de ce receptacle à se mettre en contraction pour forcer le sphincter à lui donner passage. Par cette mécanique l'homme & les animaux se trouvent à couvert de la fatigue, de l'in-

commodité & de la mal propreté où ils seroient continuellement exposez, si l'urine s'écouloit de leur vessie à mesure qu'elle y seroit versée par les ureteres.

La septième conséquence est, que la structure des glandes, que je propose à l'occasion des reins dont je viens de parler, est plus favorable pour la filtration des humeurs, & répond mieux à la grandeur & à la sagesse de l'Auteur de la nature, que toutes celles qu'on nous a données jusqu'icy.

1°. Par cette structure les petits sacs glanduleux se trouvent beaucoup plus à couvert de l'action des causes qui peuvent les détruire, & plus fortement maintenus dans leur situation naturelle : car outre les membranes communes qui les envelopent, ils sont encore exactement renfermez entre deux membranes, dont le tissu est fort dense & fort serré.

2°. Le nombre de ces petits sacs est incomparablement plus grand, par conséquent les glandes qui en sont composées doivent filtrer une quantité de liqueur incomparablement plus grande ; d'autant plus que les fibres charnuës, dont ces sacs sont environnez, facilitent & hâtent par leurs contractions répétées la séparation des humeurs séparables.

3°. Les humeurs séparées sont beaucoup plus sûrement conduites jusqu'à leurs receptacles, puisque les conduits excrétoires des sacs glanduleux sont fort courts & contenus dans l'épaisseur d'une membrane tres-compacte, & qu'ils se terminent dans la cavité des vesicules qui est assez ample pour recevoir la liqueur qu'ils y déposent, & qui d'ailleurs est toujours ouverte pour la laisser couler, afin qu'il n'y arrive jamais d'engorgement. Tous ces avantages que la structure particulière des reins, que je propose, a pardessus l'ordinaire, nous doit porter à croire qu'elle est la même dans les autres glandes du corps ; parcequ'elle est commode, sûre & favorable, & que d'ailleurs la nature est uniforme dans ses operations.

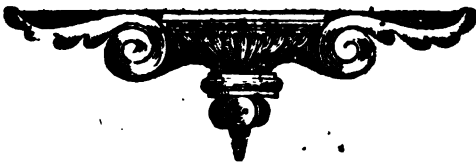
La huitième conséquence est, que cette structure de

glandes supposée, on comprend aisément,

1°. Que les especes de petites bouteilles pleines d'autre liqueur que de sang, qu'on observe aux endroits des glandes, & dont on n'a encore qu'une idée confuse, ne sont autre chose que des vesicules dont ces glandes sont composées, & qui ont été extrêmement dilatées.

2°. Comment ces bouteilles se forment; car dès qu'il se trouvera dans le conduit particulier d'une vesicule une obstruction, un resserrement, un affaïssement, &c. insurmontable au mouvement de la liqueur qui y coulera, ou que cette liqueur sera trop épaisse ou trop visqueuse, alors il faudra nécessairement qu'elle s'arrête & qu'elle s'amasse peu à peu dans la cavité de la vesicule; qu'elle dilate à proportion ses parois; que la dilatation continuë pendant la vie de l'animal, puisque ce qui la cause agit toujours durant ce tems-là; que cette dilatation se fasse sans que la vesicule se rompe, parcequ'elle se fait insensiblement, & que la liqueur, qu'elle contient dans sa cavité, humecte & amolir ses membranes, & les dispose à prêter & à se laisser étendre sans se rompre.

Or dans les reins de ce fœtus, les parois des bassinets & des ureteres, qui sont la seule voie par où s'écoule l'urine filtrée par les sacs glanduleux des reins, étoient si étroitement unies ensemble, que ni les liqueurs les plus spiritueuses, ni même l'air poussé par le soufflé, n'y trouvoient aucun passage; par conséquent l'urine, qui est une liqueur épaisse, n'y en pouvoit nullement trouver.



EXPLICATION DES FIGURES.

Première & Seconde Figures.

- AA.** Les Reins droit & gauche, revêtus de leurs Membranes propres, & vûs par devant.
BB. Les Veines Emulgentes.
CC. Les Arteres Emulgentes.
DD. Les Ureteres en leurs parties, rétrecies & solides.
EE. Suite des Ureteres gros & creux à l'ordinaire.

Troisième Figure.

- F.** Le Rein revêtu de sa Membrane propre, & vû par derriere.
G. L'Artere Emulgente.
H. La Veine Emulgente.
I. L'Uretere dans la partie étroite & solide.

Quatrième Figure.

- L.** Le Rein dépotillé de sa membrane propre.
M. Interieur de la Membrane.
N. La partie solide de l'Uretere.
O. L'autre partie ouverte.

EXPERIENCES

SUR LA

RAREFACTION DE L'AIR.

PAR M. AMONTONS.

J'Ay rempli de mercure le tube de 46 pouces, dont je me suis servi cy-devant: il y en est entré 7 onces 7 gros 8 grains. 1705-
10. Juin

J'ay aussi rempli pareillement de mercure un autre tube, dont un bout se terminoit en une grosse olive de la figure d'un cervelas: il y en est entré 87 onces 6 gros.

L'olive en particulier, jusqu'à son insertion au tube, en contenoit autant qu'un tube de pareille grosseur que celui de 46 pouces, & de 475 pouces 5 lignes $\frac{1}{2}$ de longueur. Le reste du tube, qui avoit 29 pouces de long, en contenoit autant que 36 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$ du même tube de 46 pouces.

Ainsi tout le tube avec son olive en representoit un égal de 511 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$ de long, & pareil en grosseur à celui de 46 pouces.

Le tube à olive étant plein de mercure, j'ay fait le renversement à l'ordinaire, excepté que de peur d'échauffer l'olive & ce qu'elle contenoit, je l'ay toujours maniée avec un linge: ce que j'ay observé dans toutes les expériences qui suivent.

Le bout d'embas trempoit d'un pouce dans le mercure, qui regorgeoit par dessus les bords de la porcelaine à mesure que l'olive se vidoit; & le mercure s'est enfin arrêté dans le tube 28 pouces au-dessus du mercure de la porcelaine: ce qui marquoit que l'atmosphère étoit alors égale à ces 28 pouces.

Pendant l'évacuation de l'olive, j'ay remarqué le long du tube beaucoup de bulles d'air d'une grosseur conside-

nable, qui faisoient effort pour monter, & qui n'en étoient empêchées que par la descente continuelle du mercure: car enfin elles monterent & gagnèrent l'olive lorsqu'il cessa de descendre. Il m'a paru que cet air étoit celui dont le mercure se purgeoit.

Pour voir si cet air n'alteroit point la hauteur du mercure, je repetay l'expérience avec le tube de 46 pouces, & le mercure s'y arrêta pareillement 28 pouces au-dessus du mercure de la porcelaine.

1^{re}. Expé-
rience.

Après m'être assuré du poids de l'atmosphère, je remplis derechef le tube à olive: après quoy j'en fis ressortir un peu de mercure, que je versay dans le tube de 46 pouces pour voir quelle hauteur il y occuperait. C'est ainsi que je connus que l'air que je laissois dans le tube, égaloit 2 pouces 6 lignes du tube de 46 pouces, & ainsi des autres; soit qu'après avoir empli entierement le tube je mesurasse le mercure que j'en faisois sortir, ou que sans l'emplir je mesurasse celui que j'y mettois en le soustrayant de la totale capacité du tube.

Le volume naturel étant donc de 2 pouces 6 lignes; le renversement fait, le mercure s'arrêta 2 lignes plus bas que les 28 pouces, c'est à dire 27 pouces 10 lignes au-dessus du mercure de la porcelaine: ainsi ces 2 pouces 6 lignes étoient répandus dans un espace plus de 190 fois aussi grand que celui qu'ils occupoient d'abord, & ils conservoient encore un ressort de 2 lignes.

2. Exper.

Ayant laissé 18 pouces 7 lignes d'air; le renversement fait, le mercure est resté 1 pouce 1 ligne plus bas que les 28 pouces, qui seront dorénavant le terme d'où je compteray toujours l'abaissement du mercure.

3. Exper.

Ayant laissé 36 pouces 6 lignes $\frac{1}{2}$ d'air; le mercure est resté 2 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$ plus bas.

4. Exper.

Ayant laissé 46 $\frac{1}{2}$ pouces 8 lignes $\frac{3}{4}$ d'air, c'est à dire, n'ayant mis du mercure que plein le tube de 46 pouces; il s'est arrêté 25 pouces 9 lignes $\frac{1}{4}$ plus bas.

5. Exper.

Ayant mis du mercure deux fois plein le tube de 46 pouces; le mercure est resté 23 pouces 9 lignes plus bas.

Ayant

Ayant mis du mercure 3 fois plein le tube de 46 pouces; 6. Exper.
le mercure est resté 21 pouces 1 ligne plus bas.

Ayant mis du mercure 4 fois plein le tube de 46 pou- 7. Exper.
ces; il est resté 18 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$ plus bas.

Cette maniere de mesurer avec le tube de 46 pouces
le mercure, me paroissant trop longue pour continuer; je
pris alors le parti de le peser.

Ayant donc mis 2 livres 7 onces 3 gros 40 grains de mer- 8. Exper.
cure, qui est cinq fois le poids de celui qui emplit le tube
de 46 pouces; le mercure est resté 16 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$ plus
bas.

Ayant mis 2 livres 15 onces 2 gros 48 grains de mercure, 9. Exper;
qui est 6 fois autant; il est resté 13 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$ plus
bas.

Ayant mis 3 livres 7 onces 1 gros 56 grains de mercure; 10. Exper:
qui est 7 fois autant; il est resté 10 pouces 11 lignes plus
bas.

Ayant mis 3 livres 15 onces 64 grains de mercure, qui est 11. Exper.
8 fois autant; il est resté 7 pouces 11 lignes plus bas.

Ayant mis 4 livres 7 onces de mercure, qui est 9 fois au- 12. Exper.
tant; il est resté 5 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$ plus bas.

Ayant mis 4 livres 14 onces 7 gros 8 grains de mercure, 13. Exper.
qui est 10 fois autant; il est resté 3 pouces plus bas.

Ayant mis 5 livres 6 onces 6 gros 16 grains de mercure, 14. & der-
qui est 11 fois autant; il est resté 4 lignes plus bas. niere Expe-
rience.

Il faut remarquer qu'en supposant exactes toutes les me-
sures & pesées précédentes, il devoit y avoir à dire 5 pou-
ces 8 lignes $\frac{2}{71}$ que le tube à olive ne fût plein: ce qui de-
voit être le volume naturel de cette experience, lequel ne
se trouva cependant être que de 5 pouces 6 lignes $\frac{1}{18}$: si
bien que l'erreur étoit de 1 ligne $\frac{2016}{1017}$, ou environ 1 ligne $\frac{1}{2}$;
ce qui n'est pas considerable sur une longueur de plus de
511 pouces, n'en étant pas la $\frac{1}{1000}$ partie: ce que je dis seu-
lement pour faire voir qu'il n'y a point eu d'erreur grossiè-
re dans les mesures & dans les pesées, & pour avertir de
prendre le volume naturel de cette experience de 5 pou-
ces 6 lignes $\frac{1}{18}$; au lieu de 5 pouces 8 lignes $\frac{2}{71}$, qui avec 11

fois 46 pouces font la totale longueur de 311 pouces 8 lignes $\frac{2}{7}$.

Ces experiences faites, je remplis encore entierement le tube à olive; & le renversement fait, le mercure s'arrêta de même que devant ces experiences, à 28 pouces.

Pour voir maintenant si ces experiences s'accordent à l'hypothese, l'on peut faire une Table où il y ait d'un côté le produit du volume naturel par l'atmosphere, & de l'autre côté le produit du volume dilaté par sa charge.

Mon sentiment étoit que tous les termes qui donnent ces produits n'étoient déterminez par les mesures de l'experience qu'à peu près, & non dans une entiere exactitude; & qu'ainsi je ne pouvois pas supposer veritables les unes plutôt que les autres, ni par conséquent en conclure rien de certain; & cela d'autant plus que chacune de ces mesures, outre sa difference particuliere de la vraie grandeur, peut differer encore de l'hypothese par l'erreur des trois autres mesures.

Ainsi, par exemple, si la mesure du volume dilaté est plus petite que la veritable grandeur de ce volume; l'experience paroîtra déjà s'éloigner de l'hypothese par l'erreur particuliere de cette mesure, en donnant ce volume dilaté plus petit que le calcul. J'avoue que s'il n'y avoit point d'autre erreur à craindre, cela ne meritoit pas qu'on y fît attention, d'autant plus que c'est l'usage ordinaire.

Mais si, outre que le volume dilaté a été mesuré plus petit qu'il n'est, la mesure du volume naturel est prise plus grande qu'elle n'est veritablement; cette seconde erreur, après le renversement fait, ajoutera encore au volume dilaté du calcul une grandeur qui rendra la difference du calcul & de l'experience encore plus considerable.

Que si encore la mesure de l'atmosphere est prise moindre que le poids de l'atmosphere, un même poids causant plus de changement sur un volume d'air fort dilaté, que sur la même quantité d'air moins dilaté; le calcul par

cette raison donnera encore le volume dilaté plus grand que l'expérience.

Enfin, si en mesurant le tube, la mesure est prise plus grande que la grandeur véritable, cela augmentera encore dans le calcul la grandeur du volume dilaté.

A cause de ces quatre erreurs de mesure, qui ne sont point erreurs d'hypothèse, il me paroissoit que le volume dilaté, trouvé par le calcul, pouvoit différer assez sensiblement de celui de l'expérience, sans qu'on en pût rien conclure contre la vérité de l'hypothèse.

Au contraire, il me paroissoit que cela jettoit dans l'impossibilité de distinguer d'où la différence entre le calcul & l'expérience pouvoit provenir, à moins que l'expérience ne s'éloignât considérablement de l'hypothèse : car alors il faudroit conclure contre l'hypothèse, les mesures ne s'éloignant de la vérité que de parties peu considérables, & ne pouvant par cette raison produire une différence fort grande.

Je croyois donc que tant que la différence du calcul & de l'expérience seroit peu considérable, il étoit comme impossible de dire si elle procedoit de l'erreur des mesures, qui par la nature de la chose se rejettent toutes à la fois les unes sur les autres, ou de la fausseté de l'hypothèse.

Mais nonobstant tout cela, quelques personnes très-habiles de la Compagnie, au jugement desquels je dois déferer, ayant estimé que l'on peut supposer pour absolument vraies les mesures de l'atmosphère, celles du volume naturel, & la longueur du tube, je ne soutiendrai pas davantage le contraire, & je veux bien supposer avec eux que ces grandeurs sont vraies.

Sur ce pied, la différence qu'il y aura entre le produit du volume naturel par l'atmosphère, & le produit du volume dilaté par sa charge, sera la différence qu'on devra croire être entre l'hypothèse & l'expérience : quoique si mon sentiment eût eu lieu, tout ce qu'on en auroit dû conclure, c'est que ces produits étant à peu près égaux,

124 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
ce seroit une grande induction pour croire que l'hypothese
& l'experience ne s'écartent pas l'une de l'autre.

DES ECUMES

PRINTANIERES.

PAR M. POUPART.

1705.
10. Juin.

ON voit naître au Printems certaines Ecumes blanches qui s'attachent indifferemment à toutes sortes de plantes. On peut les appeller Printanieres, parcequ'elles paroissent au Printems, plutôt ou plus tard selon que la saison est plus ou moins avancée.

Plusieurs Naturalistes ont parlé de ces Ecumes sans en avoir connu la cause. Ceux qui ont recours à la Physique generale croient que ce sont des vapeurs qui s'élèvent de quelques terres par la chaleur du Printems, & vont s'attacher aux plantes qu'elles rencontrent. Ils apportent pour raison qu'on voit quelquefois un petit espace de terre dont les plantes sont parsemées de ces Ecumes, & qu'ensuite on feroit dix lieues sans en pouvoir trouver d'autres; ce qui fait voir qu'il n'y a que certaines terres propres à former ces Ecumes.

Isidore de Seville croit que ces Ecumes sont des crachats de Coucou. Cette pensée peut lui être venue de ce qu'elles ressemblent à de petits crachats, ou de ce qu'elles naissent lorsque le Coucou commence à paroître, & de ce qu'elles disparaissent environ le tems qu'il se retire, ou enfin de ce qu'en volant d'un lieu dans un autre, il fait quelquefois un ralement avec la gorge comme s'il vouloit cracher.

Quelques-uns pensent que c'est le suc des plantes qui s'extravase, & Moufet dit que c'est une rosée écumeuse.

Swamerdam est de tous les Naturalistes celui qui a le

mieux connu ces Ecumes. Il prétend que ce sont des Sauterelles qui les font avec la bouche. Il a eu raison de dire que ce sont ces petits animaux qui les font ; mais ce n'est pas avec la bouche : ainsi il n'en a parlé que par conjecture.

Je pourrois rapporter plusieurs autres pensées que l'on a eues sur ces Ecumes : mais comme elles sont toutes fausses, je ne m'y arrêteray pas davantage. Voici comme la chose se passe.

On voit pendant l'Esté certaines Sauterelles que les Naturalistes ont appellées Sauterelles puces, à cause qu'elles sont fort petites, & qu'elles sautent comme des puces. Leurs pieds de derriere n'excèdent pas la hauteur de leur dos, comme sont ceux des autres Sauterelles : Ils sont toujours pliez sous le ventre comme ceux des puces, ce qui fait qu'elles sautent fort vite & sans perdre de tems, parcequ'il n'y en a point entre leurs sauts.

J'ay déjà fait remarquer dans le Journal des Sçavans du Lundy 10 Aoust de l'année 1693, que ces petites Sauterelles ont un aiguillon roide & fort pointu, avec lequel elles tirent le suc des plantes.

Cette petite remarque est curieuse, parcequ'il n'y a que ces especes de Sauterelles qui aient un aiguillon. Toutes les autres qui nous sont connus ont une bouche, des lèvres & des dents, avec lesquelles elles mangent les herbes, & même la vigne :

Vos locustæ

Ne meas ledatis vites : sunt enim teneræ.

Nos Sauterelles puces font des œufs, d'où il sort au Printems d'autres petites Sauterelles, qui sont envelopées pendant quelque tems d'une fine membrane. Cette membrane est un fourreau qui a des yeux, des pieds, des aîles & d'autres organes, qui sont les étuis de semblables parties du petit animal qu'elles renferment. Quand il sort de son œuf, il paroît comme un petit ver blanchâtre, qui n'est pas plus gros que la pointe d'une aiguille. Quelques jours après il devient couleur de verd de pré, que le suc

des plantes dont il se nourrit, pourroit bien lui communiquer. Alors il ressemble presque à un petit crapaut ou à une grenouille verte qui monte sur les arbres, & qu'on appelle pour cette raison *Rana arborea*, c'est à dire, grenouille d'arbre. Quoyque cet insecte soit envelopé d'une membrane, il ne laisse pas de marcher fort vite & hardiment; mais il ne saute & ne vole point qu'il n'ait quitté sa pelli-cule.

Aussi-tôt qu'il est sorti de son œuf, il monte sur une plante qu'il touche avec son anus pour y attacher une gouttelette de liqueur blanche & toute pleine d'air. Il en met une seconde auprès de la première, puis une troisième, & il continue de la sorte jusqu'à ce qu'il soit tout envelopé d'une grosse écume, dont il ne sort point qu'il ne soit devenu un animal parfait, c'est à dire, qu'il ne soit délivré de la membrane qui l'environne.

Pour jeter cette écume, il fait une espèce d'arc de la moitié de son corps, dont le ventre devient la convexité; il recommence à l'instant un autre arc opposé au premier, c'est à dire que son ventre devient concave de convexe qu'il étoit. A chaque fois qu'il fait cette double compression, il sort une petite écume de son anus, à laquelle il donne de l'étendue en la poussant de côté & d'autre avec ses pieds.

J'ay mis sur une jeune Mente plusieurs de ces petites Sauterelles: les feuilles sur lesquelles elles firent leurs écumes ne grandirent point, & celles qui leur étoient opposées devinrent de leur grandeur naturelle. Cela fait voir que ces insectes vivent du suc des plantes tandis qu'ils sont dans leurs écumes.

Quand la jeune Sauterelle est parvenue à une certaine grandeur, elle quitte son enveloppe qu'elle laisse dans l'écume, & elle saute dans la campagne.

Cette écume la garantit des ardeurs du Soleil qui la pourroient dessécher. Elle la préserve encore des araignées qui la suceroient, comme je l'ay vu arriver quelquefois.

On dit à la campagne que ces écumes sont un présage de beau-tems : mais c'est qu'elles n'y paroissent que quand le tems est beau , le mauvais tems les détruit.

NOUVELLES CONSTRUCTIONS

ET CONSIDERATIONS

SUR LES QUARRÉS MAGIQUES

AVEC LES DEMONSTRATIONS.

PAR M. DE LA HIRE.

J'Ay communiqué autrefois à l'Academie quelques Constructions que j'avois trouvées pour les Quarrés Magiques, & principalement pour les pairs; & je m'étois contenté alors de donner des regles simples & faciles à pratiquer, pour ranger les nombres d'un Quarré naturel & en progression arithmetique, dans un ordre qu'on appelle Magique, en sorte que toutes les bandes tant horizontales que verticales & diagonales fissent une même somme. J'avois aussi trouvé dans ce tems-là d'autres nombres, qui étant rangés dans un certain ordre, avoient quelque rapport aux Quarrés Magiques. Mais à l'occasion de ce qui a été publié depuis peu sur ces sortes de Quarrés, j'ay repris ce travail; & j'ay trouvé enfin une methode generale qui comprend toutes les Constructions différentes qu'on a données jusqu'icy, lesquelles n'en sont que des cas particuliers, & j'en rapporte la démonstration qui est tres-simple. Je ne parleray presentement que des Quarrés dont la Racine est impaire, réservant les autres pour un autre tems.

1705.
13. Juin.

PROPOSITION I.

Soit un Quarré de cellules dont la racine est impaire, comme sept. Et soit proposé sept nombres tels qu'on vou-

dra & dans quel ordre on voudra, lesquels il faut placer dans les cellules de ce Quarré, enforte qu'ils fassent une même somme dans toutes les bandes horizontales, verticales & diagonales, & qu'ils ne soient point repetés dans aucune de ces bandes.

Soient les nombres pris à volonté, & dans quelque ordre que soit 10, 5, 3, 9, 13, 8, 11.

Je place d'abord ces nombres dans la bande des cellules horizontale & supérieure, en commençant à gauche & en allant vers la droite, comme on les voit dans la figure du quarré,

Je mets ensuite dans la seconde bande horizontale en descendant les mêmes nombres & dans le même ordre; mais il faut que le premier de cette bande soit le second de l'ordre proposé après le premier de la bande supérieure, & ce sera 3 qui est le troisième de l'ordre, & continuant ensuite à remplir cette bande avec les nombres dans l'ordre proposé, en recommençant au premier quand on est venu au dernier.

On fera la même chose pour la troisième bande horizontale en descendant, en commençant au second nombre de l'ordre après celui qui a commencé la bande immédiatement supérieure, & continuant ensuite à placer tous les nombres de l'ordre.

Par ce moyen on remplira toutes les cellules du Quarré avec les nombres proposés, enforte que les mêmes nombres ne se trouveront point repetés deux fois dans aucune des bandes horizontales, verticales, ni diagonales, & par conséquent la somme de tous ces nombres dans toutes ces bandes sera égale, laquelle est icy 59.

DEMONSTRATION.

1°. Il est évident que toutes les bandes horizontales auront chacune tous les nombres de l'ordre proposé, mais les

les verticales les auront aussi, & ils n'y seront point répétés. Car par la construction dans chaque bande verticale, les nombres y seront toujours les deuxièmes de suite dans ceux de l'ordre; & puisque le nombre 2 ne pouvant pas diviser exactement celui de l'ordre, les sept nombres de l'ordre doivent s'y trouver.

2°. Maintenant pour ce qui est des bandes diagonales, si l'on considère d'abord celle qui va en descendant de gauche à droite, & qui est icy 10, 13, où les nombres de suite sont 10, 9, 11, &c. on voit que puisque le nombre qui est immédiatement au-dessous d'un autre dans la même bande verticale, est le second après celui qui est au-dessus, comme 3 au-dessous de 10, & que 9 qui est dans la même horizontale que 3, suit immédiatement 3 dans l'ordre proposé, le nombre 9 qui sera au-dessous de 10 suivant la diagonale, sera le troisième après 10 dans l'ordre proposé.

Ce sera la même démonstration pour le nombre 11 qui suit 9; car le nombre 8 qui est au-dessous de 9, est le second après 9 dans l'ordre proposé, & le nombre 11 y suit le nombre 8; donc le nombre 11 sera le troisième après 9. Mais comme ce sera la même chose pour tous les autres, & que la racine du Carré proposé est un nombre non divisible par trois, il s'en suit que tous les nombres de la bande diagonale seront ceux de l'ordre proposé.

COROLLAIRE

Pour cet Article de la Démonstration.

Il s'en suit de-là que si la racine proposée impaire étoit un multiple de 3, comme 9, 15, 21, &c. les nombres de cette bande reviendroient les mêmes après 3, 5, 7, &c. qui sont les quotiens de la division de la racine par 3; & par conséquent cette bande seroit fautive, à moins que ces nombres 3, 5, 7, &c. répétés trois fois dans la bande ne fussent égaux au tiers de la somme des nombres de l'ordre.

3^o: Il reste encore à faire la démonstration pour l'autre bande diagonale 11, 8 qui descend de droite à gauche. Nous avons déjà dit que le nombre 10 qui est au-dessous de 8, est le second après 8 dans l'ordre proposé; mais le nombre 11 est le premier après 8 dans le même ordre; donc le nombre 10 est le premier après 11 dans l'ordre, lequel nombre 10 suit le nombre 11 dans la diagonale. Ce fera la même chose pour le nombre 5 qui suit le nombre 10 en descendant, & pour tous les autres; & par conséquent tous les nombres de cette bande en descendant depuis 11 jusqu'à 8, seront de suite ceux de l'ordre proposé.

COROLLAIRE GENERAL.

Il s'enfuit par cette construction que toutes les bandes paralleles aux deux diagonales 10, 13 & 11, 8, auront tous leurs nombres dans le même ordre que celles auxquelles elles sont paralleles; & de plus que si l'on joint ensemble les paralleles correspondantes d'un côté & d'autre de la diagonale, comme les bandes paralleles 9, 11 & 10, 3, elles auront tous leurs nombres qui sont égaux à la racine, dans le même ordre que ceux des diagonales à qui elles sont paralleles, & ces paralleles correspondantes sont éloignées l'une de l'autre du nombre de cellules égal à la racine proposée, & icy elles sont les septièmes; & leur somme sera aussi égale à celle des nombres de l'ordre, ce qui est une propriété particuliere de ces Quarrés.

PROPOSITION II.

On pourra aussi disposer ces nombres d'une autre maniere dans les cellules du Quarré, le même ordre étant donné dans la premiere bande horizontale.

On mettra à la premiere cellule de la seconde bande horizontale, le troisième nombre 9 de l'ordre proposé après le premier 10 de la bande supérieure, & l'on remplira les autres cel-

lules de cette bande dans le même ordre que le proposé, comme on voit dans cette Figure. Pour la troisième bande ce sera le nombre 11 qui est le troisième de l'ordre après le supérieur 9, & ainsi de suite; & les cellules du Quarré seront remplies comme il faut.

DEMONSTRATION.

1°. La démonstration de cette operation est la même que celle de la Proposition précédente; car il est évident que tous les nombres de l'ordre se trouveront dans chacune des bandes horizontales, & par conséquent ils n'y seront pas repetés deux fois. Ce sera aussi la même chose pour les bandes verticales, pourvu néanmoins que la racine du Quarré proposé ne soit pas divisible par 3; car si elle est divisible par 3, les mêmes nombres reviendront dans les bandes verticales après une suite de nombres égaux au quotient de la division de la racine par 3, & ces nombres s'y trouveront trois fois, comme si la racine étoit 15, ils y reviendroient de 5 en 5, & trois fois dans chaque bande. Si elle étoit 21, ils y reviendroient de sept en sept, & ils y seroient repetés trois fois, ce qui est évident, puisqu'on prendroit toujours dans la première bande verticale le troisième nombre de l'ordre proposé après celui qui est immédiatement au-dessus.

Il s'ensuivra aussi la même chose dans toutes les autres bandes verticales où les nombres seront repetés de la même manière, & par conséquent les sommes des nombres de toutes les bandes verticales ne pourront jamais être égales entr'elles, si ce n'est dans quelques cas particuliers, à cause que dans ces bandes il y aura différens nombres repetés.

2°. Pour la bande diagonale qui descend de gauche à droite, comme 10, 9, les nombres y seront les quatrièmes de suite après le premier, qui est un de plus que celui qu'on a pris pour recommencer les horizontales. C'est pourquoi la racine proposée étant impaire, & ne pouvant être divisée par 4, tous les nombres de cette diagonale seront

ceux de l'ordre pris de quatre en quatre dans l'ordre proposé, & cela seroit même ainsi quand les nombres seroient repetés dans les bandes verticales.

3°. Pour l'autre diagonale 11, 13, il s'ensuit, comme on a dit dans l'autre Proposition, que les nombres y seront les seconds de suite dans l'ordre après le premier de la bande; & comme la racine est impaire qui ne peut être divisée par 2, tous les nombres de cette bande seront différens & seront ceux de l'ordre.

COROLLAIRE.

Ce que nous avons dit des bandes paralleles aux diagonales dans la premiere Proposition, se doit entendre de même dans celle-cy.

PROPOSITION III.

On peut de même prendre quel nombre on voudra dans l'ordre après le premier pour recommencer la bande horizontale suivante: mais on remarquera en general que les complémens jusqu'à la racine des nombres que l'on prend, comme si l'on avoit pris le quatrième après le premier dans la racine 7, dont le complément seroit 3, les bandes ayant été disposées comme on a fait jusqu'icy par le quatrième, seront ceux de la même disposition, comme si l'on avoit commencé par la droite, & qu'on eût été vers la gauche, en prenant aussi les troisièmes nombres de l'ordre, mais en allant dans le sens contraire où l'on a été.

Tout cecy est évident par la construction, & par ce qu'on a déjà démontré dans les deux précédentes Propositions. Mais on remarquera aussi que si la racine impaire est divisible par quelque nombre, & qu'on prenne dans l'ordre celui qui répond au diviseur, comme dans la racine 15 si l'on prend les cinquièmes après le premier pour commencer la bande horizontale suivante, certains nombres seront repetés de 3 en 3 dans toutes les bandes verticales, & ils s'y trouveront chacun cinq fois, comme on peut voir dans le Quarré suivant de 15 de racine, à cause

que le quotient de 15 divisé par 5 est 3 ; & dans la diagonale , en descendant de gauche à droite, les nombres y seront les sixièmes de l'ordre après le premier , qui est un de plus que le cinquième qu'on a pris, & au contraire dans l'autre bande diagonale ils sont les quatrièmes,

qui est un de moins. Et si le nombre impair est aussi divisible par une des parties de 6 comme 3 , la diagonale où les nombres sont les sixièmes de l'ordre , aura des nombres repetés de cinq en cinq, qui est le quotient du nombre 15 divisé par 3. Ce sera la même chose pour d'autres nombres.

On pourra donc aussi prendre pour le premier nombre de la seconde bande horizontale , le premier après le premier de l'ordre , & par conséquent tous les nombres en descendant dans toutes les bandes verticales seront de suite comme ceux de l'ordre ; & comme ceux de la bande diagonale qui descend de gauche à droite doivent être d'une unité plus avancés dans l'ordre , ils seront les seconds de l'ordre proposé. Mais ceux de la bande diagonale qui descend de droite à gauche , doivent être d'une unité moins avancés ; ils seront donc tous les mêmes, comme aussi ceux de ses parallèles.

Il s'ensuit donc de-là que tous les nombres de cette bande diagonale étant les mêmes , elle ne sera pas juste si ce nombre étant multiplié par la racine n'est égal à la som-

me de tous les nombres de l'ordre, & il sera le moyen dans une progression arithmetique.

Dans cette disposition toutes les bandes paralleles & correspondantes à cette diagonale, auront aussi chacune partout un même nombre, c'est pourquoy elles ne réussiront pas.

Ce sera aussi la même chose si l'on prend pour le premier de la seconde bande horizontale le dernier de l'ordre; car alors la bande diagonale qui descend de gauche à droite aura tous les mêmes nombres, comme aussi les paralleles.

COROLLAIRE I.

Pour les Propositions précédentes.

On pourra connoître d'abord si un ordre de nombres pourra réussir dans une disposition donnée & dans un Quarré donné, puisqu'on voit suivant la nature du Quarré si le défaut sera dans les verticales ou dans les diagonales.

Mais on voit generalement que lorsque les racines des Quarrés sont des nombres premiers, toutes les constructions peuvent être bonnes, en observant ce qui vient d'être dit pour les diagonales, qui ont partout le même nombre, soit qu'on prenne le premier après le premier de l'ordre, ou bien le dernier pour commencer la seconde bande horizontale.

COROLLAIRE II.

On peut encore former ces Quarrés par les bandes verticales au lieu des horizontales, comme on a fait cy devant, en y observant les mêmes regles des horizontales. Mais on remarquera que si un Quarré a été fait par les verticales & en descendant, il se trouvera disposé comme s'il avoit été fait par les horizontales; mais alors la repetition de l'ordre se trouve en sens contraire: par exemple, si dans la seconde verticale on avoit pris le second nombre de l'ordre de la premiere en descendant pour recom-

mencer celle-cy dans un Quarré de 7 de racine , & le Quarré étant tout disposé suivant cette methode , il se trouvera aussi disposé comme s'il avoit été fait par les horizontales , en recommençant les bandes inferieures par le cinquièmes de l'ordre , à cause que 5 est le complément jusqu'à la racine de celui qui a servi pour recommencer les verticales.

Enfin un Quarré fait par les verticales étant couché sur le côté , sera de même que s'il avoit été fait par les horizontales ; mais par une repetition qui sera le complément jusqu'à la racine , de celle qui a servi à le former.

Puisque la formation des Quarrés par les verticales est la même que celle des horizontales , nous nous servirons des horizontales dans la suite.

COROLLAIRE III.

On peut faire en montant ce qu'on a fait en descendant pour recommencer les bandes horizontales , en sorte qu'une des bandes étant donnée avec la disposition des suivantes en descendant , on a aussi la disposition des précédentes en remontant : car il n'y aura qu'à prendre pour le premier nombre des horizontales précédentes ou superieures , le quantième après le premier de la bande inferieure , qui est le complément jusqu'à la racine du quantième qu'on prenoit pour recommencer les inferieures. Comme dans l'exemple de la premiere Proposition , si l'on avoit donné la cinquième bande horizontale en descendant 5 , 3 , 9 , 13 , 8 , 11 , 10 , & que pour la bande inferieure suivante on eût pris le second 9 après le premier , ce qui donneroit pour cette bande 9 , 13 , 8 , 11 , 10 , 5 , 3 , il faudroit prendre pour le premier de la bande superieure , le cinquième 11 après le premier , à cause que 5 est complément de 2 à 7 , & cette bande sera comme dans l'exemple 11 , 10 , 5 , 3 , 9 , 13 , 8 , en conservant toujours le même ordre proposé ; & ainsi des autres de suite soit en montant ou en descendant.

Ces trois Propositions précédentes ne font qu'une même Proposition , & comprennent la methode generale de

construction que je propose icy. Je ne les ay séparées que pour faire voir les applications différentes de cette methode, & pour la rendre plus facile.

PROPOSITION IV.

On peut faire les mêmes constructions que dans les Propositions précédentes avec des ordres *mutiles*, c'est à dire avec des ordres où il y ait moins de nombres qu'il n'y en a dans la racine, en substituant des zeros à la place des nombres qui manquent pour remplir l'ordre, ou les cellules de la racine; comme aussi avec des ordres où il y aura des nombres repetés.

On en peut voir un exemple dans ce Quarré de 5 de racine, lequel est rempli par la premiere Proposition.

Les démonstrations seront les mêmes que celles des Propositions précédentes.

7	0	6	6	2
6	6	2	7	0
2	7	0	6	6
0	6	6	2	7
6	2	7	0	6

PROPOSITION V.

On peut encore combiner deux Quarrés de même racine, lesquels seront remplis séparément avec quel ordre on voudra, de quels nombres on voudra, en joignant les nombres ensemble de chaque cellule semblable & semblablement posée; & j'appelle ces deux Quarrés *les Primitifs*, par rapport à celui qui en est formé, que j'appelle *le Quarré Parfait*.

Soit les deux Quarrés Primitifs de 5 de racine chacun, & les nombres & l'ordre du premier. Soient 7, 8, 4, 5, 3, lequel soit rempli suivant la disposition de la premiere Proposition. Et

les nombres avec l'ordre du second soit 5, 0, 9, 4, 2, lequel soit rempli par la seconde Proposition.

Maintenant si l'on joint ensemble les nombres de chaque cellule correspondante semblable & semblablement posée

2. Primitif.

5	0	9	4	2
4	2	5	0	9
0	9	4	2	5
2	5	0	9	4
9	4	2	5	0

posée dans ces deux Quarrés, on fera le troisième Quarré qui sera juste & parfait.

Car puisque la somme des nombres de toutes les bandes des deux premiers Quarrés est partout la même, il se fera aussi une même somme par l'addition de ces mêmes bandes tant horizontales que verticales & diagonales avec leurs paralleles. Mais il arrive assez souvent dans ces sortes de nombres qu'il y en a plusieurs de repetés dans le même Quarré.

Il faut remarquer que la disposition des deux Quarrés Primitifs doit être différente, comme icy celle du premier a été faite par la premiere Proposition, & celle du second par la seconde : Car si les deux Quarrés Primitifs avoient une même disposition de leurs nombres dans la repetition de leurs bandes, les nombres qui seroient dans chaque bande y seroient repetés suivant leur disposition, & le Quarré ne laisseroit pas pour cela d'être juste. Et si on les dispoit tous deux en prenant le premier & le dernier de l'ordre, il pourroit y avoir une des diagonales qui seroit fausse, à moins qu'on n'y observât ce qui a été marqué dans la Proposition à l'égard des nombres repetés.

Il s'ensuit aussi qu'on peut assembler ou combiner plusieurs Quarrés, comme on en a fait deux dans cette Proposition, & que le Quarré qui en résultera sera parfait, puisque dans toutes les bandes ce ne sera qu'une addition de sommes égales.

PROPOSITION VI.

Les nombres qui sont en progression Arithmetique dans l'ordre des nombres, comme 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ne sont que des cas des Propositions précédentes; mais on y peut faire quelques remarques particulieres.

Si l'on propose l'ordre à volonté du Quarré de 7 de racine 3, 5, 2, 1, 4, 7, 6, & qu'on en forme le Quarré par la premiere Proposition, & qu'on prenne aussi l'ordre à volonté des racines de ce Quarré en même progression avec

Parfait.

12	8	13	9	5
8	7	8	7	17
3	16	12	6	10
10	9	5	12	11
14	7	9	13	4

le zero qui soit 28, 7, 0, 42, 35, 21, 14, & qu'on en forme aussi un Quarré par la seconde Proposition, comme on les voit icy; il s'ensuivra que le Quarré composé de ces deux Quarrés sera juste & parfait, & qu'il n'y aura aucun nombre repeté, & par conséquent on y trouvera tous les nombres du Quarré jusqu'à 49, & les paralleles aux diagonales seront aussi justes.

1°. A cause des constructions differentes des deux Quarrés, les mêmes nombres ne peuvent pas se rencontrer dans les mêmes cellules correspondantes dans chacun des deux Quarrés Primitifs, comme dans le premier Quarré le nombre 3 est dans la premiere cellule de la premiere bande horizontale, & dans la seconde bande il est dans la sixième, dans la troisième il est dans la quatrième, &c. Et dans le second Quarré le nombre 28 est dans la premiere cellule de la premiere bande horizontale, mais il est le cinquième dans la seconde bande, & le second dans la troisième, &c. ce qui est évident par la construction.

2°. Dans le Quarré Parfait il ne sçauroit y avoir de nombre repeté; car comme chaque multiple de la racine qui surpasse les nombres de la racine, doit se joindre à differens nombres de la racine & avec zero, comme nous venons de voir, chacun de ces multiples joint à la racine doit remplir tout le nombre du Quarré, qui est 49 dans cet exemple.

Ce sera la même démonstration pour les bandes paralleles aux diagonales.

On pourra aussi faire ces constructions par la 3^e Propo-

sition & en différentes manières, pourvu qu'on observe toujours de faire l'un des Quarrés Primitifs par une construction, & l'autre par l'autre. On voit par-là que le seul Quarré de 7 de racine pourra se faire en bien des manières différentes, suivant la combinaison des différentes constructions & dispositions des nombres de l'ordre. Mais il faut observer que si dans l'un des deux Quarrés Primitifs on se sert d'une construction où il y ait des nombres repetés dans une diagonale, il faudra que ce nombre repeté dans toutes les cellules de la bande diagonale, soit le moyen de ceux de l'ordre de ce Quarré, comme si c'étoit pour les nombres de la racine de 7, il faudroit que ce fût le nombre moyen 4, qui étant multiplié par 7 sera égal à la somme de tous les nombres de la racine. Et si c'étoit l'ordre des racines où le zero est employé, il faudroit que ce fût le nombre 21 qui est moyen entre le zero & 42.

Ce sera la même chose pour tels nombres qu'on voudra en progression Arithmetique, comme 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, dont on remplira la racine, & les nombres qui tiendront lieu des multiples des racines avec le zero seront 21, & ses multiples 42, 63, 84, 105, 126, les uns & les autres placés dans quel ordre on voudra, hormis ceux qui dans la disposition donnent des nombres repetés dans la diagonale, auxquels il faut avoir égard suivant les trois premières Propositions.

On peut pour faciliter l'operation du Quarré Primitif qui contient les racines, exprimer seulement le nombre des racines & non-pas leur valeur, comme 0, 1, 2, 3, 4, &c. au lieu de 0, 7, 14, 21, 28, &c. mais en formant le Quarré Parfait on restituera ces valeurs.

PROPOSITION VII.

On peut aussi construire des Quarrés Parfaits avec des nombres en progression Arithmetique, mais interrompue, comme si l'on donnoit les 25 nombres suivans dans un Quarré dont les nombres des bandes horizontales se surpassassent chacun de 3, & ceux des verticales chacun

de 2, on pourra faire de ces nombres un Quarré Parfait par la methode generale.

Primitif des Simples.

Il faut d'abord faire un Quarré Primitif par les regles dont tous les nombres seront ceux de l'ordre proposé de la premiere bande horizontale; qui seront ceux des nombres simples, en recommençant, par exemple, les bandes horizontales suivantes par les seconds après le premier de la bande horizontale qui est au-dessus.

Primitif des Racines.

0	8	4	2	6
2	6	0	8	4
8	4	2	6	0
6	0	8	4	2
4	2	6	0	8

L'autre Quarré Primitif sera celui des Racines, qui ne sont icy que les nombres ajoutés aux simples nombres repetés dans la progression proposée. Par exemple, la seconde bande horizontale proposée, n'est que la premiere repetée à laquelle on a ajouté partout 2, la troisieme est encore la premiere à laquelle on a ajouté 4, & ainsi des autres; en sorte que les nombres 0, 2, 4, 6, 8, tiennent icy lieu de racines.

On pourra mettre ces racines dans quel ordre on voudra, & disposer le Quarré par une repetition differente de celle du premier Quarré; comme il est prescrit dans la Proposition précédente, & comme on le voit dans l'exemple qui est icy proposé.

Quarré Parfait

Enfin de ces deux Quarrés Primitifs on en formera le Quarré Parfait, qui aura toutes les conditions requises.

On remarquera que dans ces sortes de Quarrés il pourroit y avoir quelques nombres repetés, mais ce ne seroit que ceux qui sont proposés, & qui se trouvent par la progression.

On remarquera aussi que le Quarré de 9 cellules qui a trois de racine, ne peut avoir qu'une seule disposition parfaite, soit que les nombres soient en progression Arithme-

tique continuë ou interrompuë , comme il est expliqué dans les Propositions 6 & 7 ; mais que Quarré Parfait peut être disposé par le renversement & retournement en 8 manieres différentes.

PROPOSITION VIII.

PROBLEME.

Faire un Quarré d'une racine donnée, & dont la somme de toutes les bandes soit égale à un nombre donné tel qu'on voudra , sans que les nombres soient repetés dans le Quarré.

Il seroit fort aisé de disposer des nombres repetés dans chaque bande horizontale, en sorte que toutes les bandes fissent une même somme, puisqu'il n'y auroit qu'à remplir l'ordre par tels nombres qu'on voudroit qui fissent la somme donnée ; ce qui seroit évident par les premieres Propositions. Mais il faut les disposer de telle maniere, & prendre des nombres tels qu'il ne s'en rencontre pas deux de semblables dans tout le Quarré Parfait ; ce qui pourra toujours être, pourvû que le nombre donné soit égal ou plus grand que celui qui seroit fait des nombres de suite depuis l'unité pour la racine proposée ; sinon il se trouvera quelques nombres repetés.

R E G L E.

On prendra pour l'ordre du Quarré Primitif des nombres simples, les nombres de suite de la racine, comme pour la racine 5 ; 1, 2, 3, 4, 5, lesquels on rangera comme on voudra dans l'ordre pour la première bande horizontale de ce Quarré. Ayant ôté leur somme du nombre proposé que doivent faire toutes les bandes, on remplira le reste avec autant de nombres qu'en a la racine moins l'unité, à la place de laquelle on mettra 0, & il faudra que ces nombres se surpassent tous les uns les autres, & le 0 au moins de 5 qui est le nombre de la racine, lesquels on rangera comme on voudra dans l'ordre pour le second

être repeté, & le plus haut fera 5, qui est le plus haut du premier Quarré.

Semblablement le second nombre 5 du second Quarré se doit aussi joindre pour le Quarré Parfait, & dans chacune de ses bandes, avec tous les nombres du premier Quarré, & ces nombres seront tous plus grands que ceux qui y sont déjà, puisque ce nombre 5 étant joint avec 1 fera 6, qui est plus grand que 5 qui étoit le plus haut de ceux qu'on y avoit déjà placés, & le plus haut de ceux-cy sera 5 joint à 5 qui fera 10.

De même le nombre 12 qui est plus grand que 10 se joignant aussi à tous les nombres du premier Quarré, fera des nombres plus grands que les précédens; & ainsi des autres jusqu'à la fin. C'est-pourquoy il ne se trouvera dans le Quarré Parfait aucun nombre repeté deux fois, & il fera parfait par la Proposition sixième, & toutes ses bandes feront 81, comme il étoit proposé.

Il est évident que si le nombre proposé étoit moindre que 65 dans cet exemple, il y auroit des nombres repetés deux fois dans le Quarré Parfait; puisque necessairement quelques nombres du second Quarré se joignant avec ceux du premier feroient une même somme, comme si au lieu de 12 on y avoit 7, dont la difference à 5 seroit moindre que 5, comme il arriveroit à quelques nombres du second Quarré, ce nombre 7 se joignant avec 2 feroit 9, de même que 5 auroit fait auparavant en se joignant avec 4, & ainsi des autres.

On pourroit aussi au lieu des nombres du premier Quarré en prendre d'autres tels qu'on voudroit, comme 1, 2, 4, 5, 7; mais il faudroit que leur somme étant ôtée du nombre donné, le reste pût remplir l'ordre du second Quarré avec le zero, 0, & le nombre 7 & ses multiples au moins; car ce nombre 7 est le plus grand de ceux de l'ordre du premier Quarré: ce qui est évident par la précédente démonstration; car autrement il y auroit, ou il pourroit y avoir des nombres repetés dans le Quarré Parfait.

On pourra varier ces Quarrés en plusieurs manieres.

PROPOSITION IX.

On peut faire par ces methodes que quelque nombre que ce soit du nombre quarré proposé, se trouve dans quelle cellule on voudra du Quarré, & même l'unité au milieu, & en plusieurs manieres, mais seulement dans les Quarrés plus hauts que 9.

Par exemple, si l'on veut que l'unité soit dans la cellule du milieu du Quarré, on mettra d'abord cette unité dans la cellule du milieu du premier Quarré Primitif, & l'on disposera ensuite les autres nombres de la racine qui sont les nombres simples dans quel ordre on voudra pour la bande horizontale où est placé le premier nombre. Ensuite on formera les autres bandes tant en descendant qu'en montant par quelqu'une des dispositions des premieres Propositions.

On fera ensuite le second Quarré Primitif, qui est celui des racines, en plaçant le 0 dans la cellule du milieu, qui est correspondante à celle où l'on a placé l'unité dans l'autre, & l'on donnera à la bande horizontale où il est quel ordre on voudra à ces racines, & l'on achevera ce Quarré par une disposition differente de celle du premier pour recommencer les bandes horizontales; par ce moyen on fera un Quarré Parfait par les regles de la sixième Proposition qui aura la condition requise.

Si c'étoit un autre nombre, comme 22, dans quelque cellule marquée pour le Quarré de 5 de racine, on ôteroit de ce nombre autant de fois la racine qu'on pourroit, qui seroit icy 4, & le reste 2 se mettroit dans la cellule marquée, & l'on acheveroit le premier Quarré Primitif comme on vient de dire. Dans le second Quarré Primitif on mettroit les quatre racines dans la cellule correspondante à celle qui est marquée, & achevant aussi ce Quarré des racines suivant la regle, on trouveroit par la combinaison de ces deux Quarrés, un Quarré Parfait suivant le requis; ce qui est évident par la sixième Proposition, & comme on le peut voir icy dans l'exemple où le nombre 22 doit être

être à la seconde cellule de la seconde bande horizontale.

Premier.					Second.					Parfait.				
1	4	3	2	5	3	2	1	0	4	3	2	1	0	4
3	2	5	1	4	0	4	3	2	1	2	1	0	4	3
5	1	4	3	2	2	1	0	4	3	4	3	2	1	0
4	3	2	5	1	4	3	2	1	0	1	0	4	3	2
2	5	1	4	3	1	0	4	3	2					

PROPOSITION X.

On peut aussi faire des Quarrés comme dans la sixième Proposition ; en sorte que toutes les cellules du Quarré étant prises deux à deux, & étant centralement opposées & également éloignées du centre, auront partout leurs nombres ensemble égaux au double du nombre de la cellule du milieu du Quarré ; ce qui est aussi la somme des deux extrêmes.

1705.
17. Juin.

Cette Proposition n'est qu'un cas des premières, & la construction n'en est pas différente : elle demande seulement une certaine disposition des nombres de l'ordre ; mais on ne la peut faire qu'avec des nombres qui soient en progression Arithmétique, comme 1, 2, 3, 4, 5, &c.

CONSTRUCTION.

Dans la bande horizontale du milieu du premier Quarré, il faut placer dans la cellule du milieu le nombre moyen de la progression, comme on voit le nombre 4 dans le premier Quarré suivant qui a sa racine 7 ; & l'on placera aussi dans cette même bande les autres nombres de la racine comme on voudra, pourvu seulement que ceux qui seront dans les cellules également éloignées de celle du milieu, fassent ensemble un nombre double de celui de la cellule du milieu ; ce qui se peut faire à cause de la progression Arithmétique proposée, comme on le peut voir dans la Figure suivante.

Pour le second Quarré dont l'ordre sera fait de 0 & des

1705.

T

multiples de la racine, on y observera la même règle pour placer ces nombres dans la bande horizontale du milieu, en sorte que le nombre 21 sera au milieu, & ceux qui seront également éloignés de la cellule du milieu feront ensemble une somme double de 21.

Premier Carré.

1	5	3	7	2	4	6
7	2	4	6	1	5	3
6	1	5	3	7	2	4
3	7	2	4	6	1	5
4	6	1	5	3	7	2
5	3	7	2	4	6	1
2	4	6	1	5	3	7

Second Carré.

0	21	42	35	14	28	7
14	28	7	0	21	42	35
21	42	35	14	28	7	0
28	7	0	21	42	35	14
42	35	14	28	7	0	21
7	0	21	42	35	14	28
35	14	28	7	0	21	42

Quarré Parfait.

1	26	45	42	16	32	13
21	30	11	6	22	47	38
27	43	40	17	35	9	4
31	14	2	25	48	36	19
46	41	15	33	10	7	23
12	3	28	44	39	20	29
37	18	34	8	5	24	49

Maintenant si l'on achève ces deux Carrés chacun par une construction différente, comme il est marqué dans la sixième Proposition, sur les ordres de la bande horizontale du milieu, tant en descendant qu'en montant, par exemple, pour le premier Carré en prenant le troisième nombre de l'ordre pour le premier de la

bande suivante, & pour le second Carré en prenant le quatrième de son ordre: ces deux Carrés auront chacun les conditions de la Proposition, & étant combinés par la sixième Proposition, ils formeront le Carré Parfait, qui contiendra tous les nombres du Carré qui sont icy 49, & il aura toutes les conditions de la Proposition: car tou-

tes les cellules du Quarré centralement opposées font ensemble 50, qui est un nombre double de 25 de la cellule du milieu.

On remarquera que dans cette disposition de nombres, on peut prendre pour recommencer les bandes horizontales suivantes, le premier de l'ordre après le premier ou bien le dernier ; car dans ces deux cas l'une des diagonales a toujours les mêmes nombres, & ce nombre sera le moyen de l'ordre par la construction, puisqu'il est égal à celui de la cellule du milieu du Quarré : c'est-pourquoy par les remarques de la troisième Proposition cette construction sera bonne.

DEMONSTRATION.

Chacun des deux Quarrés Primitifs a toutes les conditions de la Proposition, & par conséquent le Quarré Parfait les aura aussi. Car dans le premier Quarré le nombre 4 est au milieu, celui qui est au-dessus est 3, & celui qui est au-dessous est 5 : mais il y a même distance de 3 à 4 ou de 4 à 3, que de 4 à 5 dans l'ordre par la construction ; car toutes les cellules verticales de suite ont des nombres également éloignés les uns des autres par la seconde Proposition ; & puisque par la construction ceux qui sont également éloignés du milieu font ensemble une somme égale au double de celle du milieu, 3 & 5 feront cette somme 8 égale à deux fois 4, & ils sont centralement opposés.

Mais par la construction ceux des côtés 2 & 6 sont aussi également éloignés de 4 & centralement opposés, ils feront donc aussi ensemble 8.

Maintenant le nombre 5, qui est au-dessus de 2, en est éloigné de trois cellules dans l'ordre par la construction, & 3 qui est au-dessous de 6, est aussi éloigné de 6 de trois cellules de l'autre côté, & 2 & 6 sont également éloignés de 4 l'un d'un côté & l'autre de l'autre ; donc 5 & 3 feront également éloignés de 4 dans l'ordre l'un d'un côté & l'autre de l'autre & centralement opposés, & par conséquent ils feront ensemble une somme double de 4.

T ij

Ce sera la même démonstration pour les autres nombres de ce Quarré en passant successivement des uns aux autres. Ce sera encore la même methode de démonstration pour le second Quarré ; & par conséquent le Quarré Parfait qui est une combinaison des deux premiers, aura toutes les mêmes propriétés qu'ils ont, qui sont celles de la Proposition ; ce qu'il falloit démontrer.

PROPOSITION XI.

Les Quarrés Parfaits étant construits comme dans la Proposition précédente : Je dis qu'on peut les varier en plusieurs autres qui ne suivront plus les regles précédentes.

Ces variations se feront en transposant les bandes les unes à la place des autres, c'est à dire les verticales à la place des verticales, & les horizontales à la place des horizontales ; mais avec cette regle, que celles qui étoient également éloignées de celle du milieu, le soient encore après leur transposition.

Par exemple, si dans le Quarré de 7 de racine de la Proposition précédente, je transpose la premiere bande horizontale & que je la mette à la place de la troisième, & la troisième à la place de la premiere ; il faut aussi mettre derniere à la place de la cinquième, & la cinquième à la place de la derniere, ce Quarré changé sera encore parfait : car alors toutes les cellules opposées centralement & également éloignées du centre, se trouvent encore également éloignées du centre & centralement opposées. Ce sera la même chose pour le changement des autres bandes tant horizontales que verticales.

PROPOSITION XII.

Il y a encore d'autres variations qui servent à rendre des Quarrés parfaits, lesquels ne le seroient pas par la construction suivant les premieres Propositions. Il suffira d'en donner quelques exemples pour les faire connoître.

Soit les deux Quarrés Primitifs formés par la Proposi-

tion quatrième, où l'on prend pour le premier, qui est celui des nombres simples, le dernier nombre de l'ordre de la première bande horizontale pour recommencer la seconde, &

1. *Quarré.*

2	5	3	1	4
4	2	5	3	1
1	4	2	5	3
3	1	4	2	5
5	3	1	4	2

pour le second, qui est celui des racines, on prend le premier de l'ordre après le premier dans la première bande horizontale pour recommencer la seconde.

Il est évident par ce qui a été dit cy-devant, que dans le premier *Quarré* la bande diagonale qui descend de gauche à droite est fautive; car le nombre 2 est repeté dans toutes ses cellules, & ce nombre 2 n'est pas le moyen de ceux de la racine, lequel est 3. De même dans le second *Quarré*, par la construction, la bande diagonale qui descend de droite à gauche, a l'unité dans toutes ses cellules, au lieu qu'elle devoit avoir le nombre 1 qui est le moyen des multiples de la racine: c'est-pourquoy on cherche si en changeant de la même manière dans ces deux *Quarrés* Primitifs, quelques bandes de place, on pourra les rendre parfaits; & l'on trouve que si la cinquième bande horizontale de chacun est transportée à la place de la quatrième, & la quatrième à la place de la cinquième, les diagonales defectueuses se trouveront parfaites. Car dans le premier il manque à la bande horizontale où sont les nombres 2, cinq unités, & par la transposition au lieu de 2 & 2, on aura 4 & 5, ce qui corrige le defaut; mais il faut aussi prendre garde, si dans l'autre bande diagonale qui est juste, ce changement n'y cause point d'erreur, comme on le voit, puisqu'au lieu de 5 & 1 on y substitue 3 & 3 qui fait la même somme.

Il faut voir encore si dans le second *Quarré*, qui est celui des racines, ce même changement ne cause point d'erreur, & corrige celui qui est à la bande diagonale où sont les nombres simples; car il faut faire le même changement dans l'un que dans l'autre, afin que les racines com-

binées avec les nombres simples fassent les mêmes sommes que d'abord & sans repetition. On voit donc dans ce Quarré que la bande diagonale où sont les unités en a cinq de moins qu'il ne faut ; mais par ce changement au lieu de 1 & 1, on aura 4 & 3 qui corrige le deffaut, & pour l'autre diagonale qui est juste, on aura 2 & 2 au lieu de 0 & 4 qui font la même somme. C'est-pourquoy ces deux Quarrés ainsi corrigés, comme on les voit icy, donneront par leur combinaison le Quarré Parfait.

2. Quarré.

3	0	2	4	1
0	2	4	1	3
2	4	1	3	0
1	3	0	2	4
4	1	3	0	2

On pourra faire aussi d'autres changemens semblables dans les bandes horizontales ou verticales, mais dans les conditions marquées cy-dessus.

Autres variations des Quarrés Parfaits.

Il y a encore de semblables variations aux Quarrés Parfaits, en transportant des bandes horizontales à la place d'autres horizontales, ou des verticales à la place des verticales ; pourvû que les nombres changés dans les diagonales fassent la même somme que ceux qui y étoient auparavant.

Par exemple, dans le Quarré Parfait qu'on vient de former, on peut changer la premiere bande horizontale à la place de la dernière ; & réciproquement, & le Quarré sera encore parfait.

De même, on peut changer dans le même Quarré la premiere bande horizontale à la place de la quatrième, & réciproquement, & le Quarré sera encore parfait.

De même, en changeant la troisième bande horizontale à la place de la cinquième, & réciproquement,

Et ainsi des autres. Mais il faut remarquer que ces Quarrés changés peuvent encore recevoir d'autres changemens, comme dans le dernier que je viens de marquer, on peut mettre la première bande verticale à la place de la troisième, & réciproquement.

On peut faire aussi de semblables changemens aux Quarrés formés par les règles des premières Propositions, ce qui augmente de beaucoup le nombre de leurs variations; & ces Quarrés ainsi changés ne se rapportent plus aux règles de ces Propositions, comme on peut voir en les résolvant en leurs Quarrés Primitifs.

PROPOSITION XIII.

Dans la multitude des Quarrés Parfaits qu'on peut former sur une même racine plus grande que trois, il y en a qui ont une propriété particulière, & dont M. Frenicle a parlé le premier, à ce que je sçache : Sçavoir, que si l'on ôte une enceinte de cellules au Quarré Parfait, le Quarré restant soit encore un Quarré Parfait, & ainsi de suite jusqu'au Quarré 9 dont on ne peut pas ôter d'enceinte. Ces sortes de Quarrés ne se rapportent point aux règles de mes premières Propositions; & il y a grande apparence que M. Frenicle avoit proposé ce Problème à M. de Fermat.

Pour faire ces sortes de Quarrés, & pour trouver tous ceux qu'on peut faire sur la même racine, je donne icy une methode qui en abrège de beaucoup le travail, en réduisant les nombres qui les composent à des nombres beaucoup plus simples, & qui fait voir en même tems la démonstration de la construction.

Je propose seulement icy le Quarré de 5 de racine, lequel servira pour tous les autres Quarrés de même nature.

Je fais d'abord une Table de tous les nombres du Quarré que je range de suite en deux colonnes, dans la première desquelles sont les nombres jusqu'à celui du milieu qui est icy 13, & dans l'autre sont leurs complemens vis à vis jusqu'à la somme 26 des deux extrêmes, ou du double

de celui du milieu 13, qui est icy complé-
ment à lui-même, & je mets entre deux
leur différence jusqu'à 13, avec les signes
plus + & moins - les uns d'un côté &
les autres de l'autre, pour montrer qu'il
faudroit ajouter cette différence aux
nombres moindres que 13 pour aller jus-
qu'à 13, & aux autres qui sont leurs com-
plémens, qu'il la faudroit ôter pour les
réduire à 13; en sorte que ces différences
deviennent communes, & les signes +
& - ont seulement rapport aux diffé-
rences. Enfin je me sers seulement de ces
différences dans la recherche des nom-
bres qui doivent composer le Quarré, suivant ce qui est
requis par le Problème.

Nomb.	Diff.	Nomb.
1	+ 12	- 25
2	+ 11	- 24
3	+ 10	- 23
4	+ 9	- 22
5	+ 8	- 21
6	+ 7	- 20
7	+ 6	- 19
8	+ 5	- 18
9	+ 4	- 17
10	+ 3	- 16
11	+ 2	- 15
12	+ 1	- 14

Maintenant pour former le Quarré de 9 du milieu, qui
est le plus petit qu'on puisse faire, car un n'est pas consi-
déré comme un Quarré; je place d'abord 13 au milieu,
qui est le nombre moyen de tous les nom-
bres du Quarré proposé; & je prens dans
les différences quelque nombre à volonté
pour la cellule de l'angle *A*, comme 9, &
quelqu'autre nombre, comme 1, pour la
cellule *B* de l'autre angle de la premiere
bande horizontale, & je cherche à rem-
plir les deux bandes *AB*, *AD*, car leurs complémens doi-
vent remplir les deux autres bandes *CD*, *CB*, & la cellu-
le *D* sera le complément de la cellule *B*; c'est pourquoy
les deux cellules *B* & *D* auront le même nombre pour
leur différence, mais avec un signe différent. Il ne faut
donc plus qu'un nombre à chacune de ces bandes pour
remplir leurs cellules du milieu.

<i>A</i>		<i>B</i>	
4	23	12	
21	13	5	
14	3	22	
<i>D</i>		<i>C</i>	

Or les différences pour les cellules de chaque bande
doivent être égales à zero, en mettant à leurs nombres
le signe + & moins, comme on le trouve à propos.

Je pose donc par la supposition pour la bande *AB*,
+ 9

$+9$ pour la cellule A , $A \quad B$
 $+1$ pour la cellule B , $+9 +1 -10 = 0$ pour AB
 ce qui fait $+10$, & je $A \quad D$
 trouve 10 entre les diffé- $+9 -1 -8 = 0$ pour AD
 rences ; c'est - pourquoy
 je mets -10 , & le tout $= 0$.

Je fais la même chose pour la bande verticale AD dans laquelle j'ay déjà $+9$ pour A , & je dois mettre -1 pour D , puisque $+1$ est pour B , & pour remplir l'équation de cette bande il faut encore -8 , que je trouve aussi dans les différences, & -8 sera la différence de la cellule du milieu AD .

Si l'on ne pouvoit pas trouver entre les différences des nombres propres à remplir ces équations, il faudroit faire une autre supposition ou en tout ou en partie seulement.

Les autres bandes CD , CB auront les mêmes différences dans les cellules opposées centralement, & avec des signes contraires.

Maintenant avec ces différences je remplis les cellules du Quarré. Pour la cellule A j'ay $+9$, & je trouve dans la Table le nombre 4 qui répond à $+9$, lequel je mets dans la cellule A . Pour la cellule B j'ay $+1$, & dans la Table le nombre correspondant est 12, & pour la cellule D on a -1 , qui donne 14 pour cette cellule, comme -9 donne 22 pour la cellule C . Pour la différence -10 de la cellule du milieu de la bande AB , on a 23 dans la Table qu'on écrit dans cette cellule, & son complément 3 pour son opposée. Enfin pour la cellule du milieu de la bande AD , on a -8 , à qui appartient le nombre 21 qu'on met dans cette cellule, & son complément 5 à l'opposite. Par ce moyen le Quarré de 9 est rempli comme il faut, & la somme des nombres de toutes ses bandes sera 39. Il reste maintenant à faire l'enceinte.

J'efface d'abord dans la Table les différences qui m'ont servi pour le Quarré de 9, & je fais à peu près la même operation pour cette enceinte composée de quatre bandes, que j'ay fait pour les bandes du Quarré du milieu.

A B

$$+7 +5 +2 -11 -3 = 0 \text{ pour la bande } AB$$

A D

$$+7 -5 -12 +6 +4 = 0 \text{ pour la bande } AD.$$

A					B
6	11	24	16	8	
25	4	23	12	1	
7	21	13	5	19	
9	14	3	22	17	
18	15	2	10	20	

Je prens à volonté quelque nombre comme 7 dans les différences restantes pour la cellule *A* de la bande *AB* de l'enceinte, & quelqu'autre aussi à volonté comme 5 pour la cellule *B* de la même bande auquel je mets le signe $+$; & par conséquent on aura aussi les cellules *A* & *D* de la bande *AD*.

Il reste donc à remplir trois cellules dans chacune de ces bandes, en sorte que la somme des nombres soit égale à zero, & je les trouve comme on voit icy, lesquelles contiennent toutes les différences de la Table.

J'écris donc dans ces cellules les nombres correspondans aux différences avec leurs signes, & à l'opposite dans les autres bandes j'écris leurs complémens qui répondent aussi aux mêmes différences, mais avec des signes contraires, & le Quarré sera parfait comme on le voit icy.

Si l'on ne pouvoit pas faire l'enceinte avec les différences restantes du Quarré du milieu, en supposant les angles tels qu'on les a pris, il en faudroit prendre d'autres pour *B*, & enfin d'autres pour *A* & pour *B*; & si enfin on ne pouvoit pas remplir ces bandes, ce seroit une marque que le Quarré précédent, tel qu'on l'a trouvé, ne pourroit pas servir à faire cette espece de Quarré.

On trouve aussi quelquefois pour un seul Quarré du milieu plusieurs enceintes parfaites avec les mêmes angles, & d'autres encore en changeant les angles, comme on peut voir dans cet autre Quarré de la même racine, où ayant trouvé entre les différences, les deux bandes pour le Quarré du milieu,

$$\begin{array}{cc} A & B \\ +3 & -12 & +9 = 0 \\ A & D \end{array}$$

$$+3 + 6 - 9 = 0$$

on aura pour l'enceinte,

$$\begin{array}{cc} A & B \\ +7 & +5 & +1 & -11 & -2 = 0 \\ A & D \end{array} \quad \text{ou bien} \quad \begin{array}{cc} A & B \\ +7 & +5 & +2 & -10 & -4 = 0 \\ A & D \end{array}$$

$$+7 - 5 - 4 - 8 + 10 = 0 \quad +7 - 5 + 1 - 11 + 8 = 0$$

dont on pourra former deux Quarrés Parfaits sur le même Quarré du milieu ; & en changeant les angles on en peut trouver plusieurs autres sur le même Quarré du milieu.

Si le Quarré du milieu a sa racine plus grande que 5 comme 7, 9, &c. on prendra des nombres entre les différences pour remplir chaque enceinte séparément, de la même manière qu'on a fait pour celle de 5.

Le Quarré du milieu, comme tout Quarré peut se renverser & retourner en 8 manières différentes : mais aussi les trois cellules du milieu dans chaque bande avec leurs opposées, font 6 variations dans les horizontales & 6 dans les verticales, ce qui fait 36 variations de l'enceinte, lesquelles étant multipliées par 8 variations du Quarré du milieu, donne 288 variations de chacun de ces Quarrés, comme dit M. Frenicle, sans parler de ses renversemens & retournemens qui ne changent pas le Quarré. Mais M. Frenicle donne une Table de 26 de ces Quarrés qui n'ont que deux différens Quarrés du milieu, & il dit qu'ils peuvent se varier chacun en 288, comme nous venons de trouver, & il semble que c'est toutes les variations qu'il avoit pû trouver par sa méthode ; cependant le premier que j'ay donné icy par ma méthode a un Quarré du milieu différent de ceux de M. Frenicle, & c'est celui qui s'est présenté d'abord : c'est pourquoy je ne doute pas qu'il n'y en puisse avoir bien plus de 26, & par conséquent il y aura de ces sortes de Quarrés de la racine de 5, un bien plus grand nombre que 7488, comme le dit M. Frenicle ; mais il seroit trop long & trop ennuyeux d'examiner tous les Quar-

rés qu'on peut faire de la même maniere, & il me suffit d'en avoir expliqué la methode.

Démonstration de la Methode.

Il est évident dans ces sortes de Quarrés, que chaque bande doit être composée du nombre du milieu du Quarré multiplié ou pris autant de fois qu'il y a de cellules dans la bande; & par conséquent si l'excès des uns est égal au défaut des autres, ce qui est les différences, quoyque les uns soient en plus grand nombre que les autres, ces nombres ensemble feront autant de fois celui du milieu, qu'il y aura de nombres, comme on a pû voir dans l'exemple proposé, & c'est sur cette propriété qu'est fondée cette regle, ce qui est facile à connoître.

Par ce moyen on peut trouver toutes les constructions possibles de cette espece de Quarrés.

Si l'on vouloit construire un de ces Quarrés par enceintes sans se servir de la methode précédente, on le pourra faire comme il suit. Mais on remarquera que tout l'artifice de cette construction, consiste à faire que dans toutes les enceintes les cellules des angles opposés centralement, soient complément les uns des autres jusqu'à la somme du premier & du dernier nombre du Quarré, de même que tous les nombres opposés dans les bandes verticales & horizontales; & enfin que la somme des nombres de chaque bande horizontale ou verticale soit égale au multiple du nombre du milieu, qui est la moitié des extrêmes, par le nombre des cellules de la bande; d'où il suit évidemment que si toutes les enceintes ont cette propriété dans le Quarré, lorsqu'on aura ôté du Quarré quel nombre d'enceintes on voudra, le reste sera toujours Quarré Parfait.

On place donc d'abord dans les cellules du Quarré tous les nombres de suite du Quarré, comme on les voit dans la Figure, ce qu'on appelle l'ordre du Quarré naturel. On separe ensuite de ce Quarré toutes les enceintes jusqu'au milieu, & à cause que nous supposons le Quarré impair, il restera au milieu une cellule, laquelle contiendra le

nombre moyen de tous les nombres du Quarré, lequel est aussi égal à la moitié de la somme du premier & du dernier.

J'appelle la premiere enceinte, celle qui est autour de la cellule du milieu: celle qui suit ou qui enveloppe la premiere, sera la seconde: la suivante sera la troisième, & ainsi jusqu'à l'enceinte extérieure ou dernière.

Dans toutes les enceintes on y considere d'abord huit cellules principales, & autant de nombres principaux: ces cellules sont celles des quatre angles, & celles du milieu des quatre bandes, sans avoir aucun égard aux autres cellules ni aux nombres qui y sont.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88
89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110
111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121

Les premieres, troisièmes, cinquièmes, septièmes, &c. enceintes se font d'une façon, & les autres qui sont les 2^e, 4^e, 6^e, 8^e, &c. se font d'une autre. On n'employe dans chaque enceinte magique que les nombres qui sont dans les mêmes enceintes naturelles.

Pour la construction des premieres, troisièmes, &c. enceintes, on avance les huit nombres principaux qui sont

dans l'enceinte naturelle, seulement d'une moitié de bande, sans en changer l'ordre, en sorte que les nombres qui étoient au milieu des bandes de l'enceinte naturelle, se trouvent aux angles de l'enceinte magique, & ceux des angles se trouvent au milieu des bandes. Ensuite on transfèrera les milieux de chaque bande à leurs opposés, comme on peut voir, par exemple, dans la troisième enceinte du Carré de 11 qu'on propose icy.

Il reste maintenant à disposer les autres nombres qui sont encore dans les bandes, s'il y en a, car la première n'en a point. Ces nombres restans dans chaque bande sont toujours multiples de 4, lesquels sont distribués également des deux côtés de la cellule du milieu de la bande tant horizontale que verticale, & l'on ne cherche qu'à remplir la bande horizontale supérieure & la verticale à gauche. On laissera donc la moitié des nombres qui sont dans ces deux bandes à leur place naturelle, en observant toujours que ceux qu'on laisse soient dans chaque bande également éloignés de la cellule du milieu, & les autres on les changera avec leurs opposés qui sont dans la bande opposée, comme on voit dans la troisième enceinte, on a laissé 27 & 29 à leurs places, & l'on a mis à la place des deux autres 26 & 30, leurs opposés 92, 96, qui étoient dans la bande horizontale inférieure. On a fait la même chose pour la verticale à gauche, en laissant 36 & 80 à leurs places, & mettant à la place de 47 & de 69 leurs opposés 53 & 75; par ce moyen on aura l'horizontale & la verticale toute disposée, & l'on placera dans les deux autres bandes opposées à celles-cy, & dans les cellules opposées, les nombres complémens de ceux qui sont placés, & toute l'enceinte magique sera faite avec les nombres de l'enceinte naturelle qui y étoient.

Pour les autres enceintes qui sont les secondes, quatrièmes, sixièmes, &c. les nombres des quatre angles demeureront dans leur place naturelle, & ceux des milieux seront transposés tant de haut en bas que de droite à gauche, & ainsi ces huit nombres seront tous placés dans l'en-

56	2	113	114	5	121	7	118	119	10	6
22	13	14	79	104	105	106	87	20	21	100
33	32	58	92	27	97	29	96	28	90	89
34	19	36	37	70	83	74	41	86	103	88
45	46	53	40	60	73	50	82	69	76	77
11	65	31	63	51	61	71	59	91	57	111
67	68	75	84	72	49	62	38	47	54	55
78	107	80	81	52	39	48	85	42	15	44
99	98	94	30	95	25	93	26	64	24	23
110	101	108	43	18	17	16	35	102	109	12
116	120	9	8	117	1	115	4	3	112	66

ceinte. Pour les restans qui seront toujours en nombre impair des deux côtés des milieux, on mettra dans la bande horizontale supérieure à la place des nombres qui sont au milieu entre les angles & le milieu, ceux qui sont dans les deux bandes verticales au milieu des deux moitiés d'embas, comme icy dans la quatrième enceinte à la place de 15 on mettra 79, & à la place de 19 on mettra 87 sans changer ces nombres de côté ; & de même dans la première bande verticale laquelle est à gauche, à la place des nombres du milieu des deux moitiés, on y met les nombres du milieu des deux dernières moitiés des deux horizontales naturelles, comme icy à la place de 35 on y met 19, & à la place de 79 on y met 107. Il reste encore dans la bande horizontale supérieure & dans la verticale à gauche des nombres en quantité paire de chaque côté du milieu, dont une moitié sera laissée dans sa place, & l'on transposera l'autre moitié avec ses opposés directement, en observant, comme on a fait cy-devant, de transposer dans la même bande ceux qui sont également éloignés du

milieu. Ces deux bandes étant disposées, les deux autres qui leur sont opposées le seront aussi, en mettant à l'opposite des nombres qui sont placés, leurs complémens à la somme du premier & du dernier, & tous les nombres qui servent à remplir l'enceinte magique sont ceux de l'enceinte naturelle; car dans l'enceinte naturelle les nombres opposés centralement sont tous complémens les uns des autres.

Il est facile à voir que ces sortes de Quarrés peuvent être variés en plusieurs manieres, ou par les differens nombres qu'on peut laisser ou transposer dans les enceintes, ou en retournant & renversant quelques enceintes, ou en transposant des bandes dans le Quarré Parfait, ou enfin en mettant dans les enceintes premiere, troisieme, cinquieme, &c. au lieu des huit nombres principaux qui s'y trouvent naturellement, les huit autres d'une autre enceinte de même nature, ce qui se peut toujours faire à cause que dans ces enceintes les trois nombres principaux de chaque bande feront toujours une somme égale au triple de la cellule du milieu.

DEMONSTRATION.

LEMME I.

Dans le Quarré naturel toutes les bandes tant horizontales que verticales & diagonales, ont les nombres de leurs cellules en progression Arithmetique, comme il est évident par la disposition des nombres du Quarré; & par conséquent tous ces nombres auront les propriétés de cette progression.

LEMME II.

Dans le Quarré naturel & dans une enceinte, si l'on prend dans chacune des bandes horizontales ou verticales deux nombres également éloignés de celui du milieu des bandes ou des extrêmes, ces quatre nombres feront une somme égale au quadruple de celle du milieu, ou au double

double de la somme des extrêmes du nombre quarré proposé.

Car ces deux nombres dans chaque bande opposée, feront une somme double du nombre du milieu de la bande, ou égale aux extrêmes par le Lemme I. & ces deux nombres du milieu ou ces deux extrêmes, qui se trouvent dans une bande prise de l'autre sens, feront encore par les mêmes raisons une somme double de la cellule du milieu, ou égale aux deux extrêmes : c'est-pourquoy ces quatre nombres pris ensemble dans deux bandes opposées, feront le quadruple de la cellule du milieu, ou le double des deux extrêmes.

Comme dans l'exemple proposé 26 & 30 font le double de 28 ; & 93 & 95 le double de 94 ; & enfin 28 & 94 le double de 61 : donc 26, 30, 93, 95 font le quadruple de 61, ou le double de 122, qui est la somme des extrêmes du Quarré. Ce sera la même chose pour les Quarrés qui n'ont point de milieu.

LEMME III.

Si dans quelque enceinte d'un Quarré naturel on prend les nombres de deux cellules du milieu, l'une horizontale & l'autre verticale, comme 50 & 60 dans nôtre exemple, & celui 73 de l'angle opposé à celui qui est entre les deux nombres qu'on a pris, ces trois nombres feront le triple de la cellule du milieu 61.

Car à cause de la progression Arithmetique on aura $\frac{1}{2} 49 + \frac{1}{2} 51 = 50$, & $\frac{1}{2} 49 + \frac{1}{2} 71 = 60$: mais aussi $\frac{1}{2} 51 + \frac{1}{2} 71 = 61$; donc les trois nombres $50 + 60 + 73$ se réduisent à $49 + 73 + 61$: mais encore $49 + 73 = 2 \times 61$; donc $50 + 60 + 73 = 3 \times 61$. Ce qu'il falloit prouver.

LEMME IV.

Lorsque dans les bandes d'une enceinte du Quarré naturel, il y a entre les angles & le milieu un nombre impair de cellules ; je dis que si dans une bande on laisse les angles à leur place, & qu'on change la cellule du milieu avec son

opposée dans l'autre bande; enfin si au lieu des nombres des cellules du milieu entre le milieu & les angles, que j'appelle les cellules des quarts, on substitue les nombres des cellules des quarts les plus éloignés de cette bande, qui sont dans les bandes à côté, on aura cinq nombres qui seront égaux à cinq fois celui du milieu.

Comme icy 37, 41, 70, 74, 83, & 37, 81, 40, 84, 63.

Car à cause de la progression Arithmetique dans chaque bande, on a $37 + 41 = 2 \times 39$, & $70 + 74 = 2 \times 72$; mais $2 \times 72 = 61 + 83$, donc les cinq nombres se réduisent à $2 \times 39 + 2 \times 83 + 61$; mais $2 \times 39 + 2 \times 83 = 4 \times 61$, donc les cinq nombres proposés = à cinq fois 61.

Il est facile à connoître par ces Lemmes que la construction du Quarré que nous avons donnée est juste, puisqu'elle y est comprise & quelques autres encore que l'on pourroit faire.

PROPOSITION XIV.

Comparaison & rapport des methodes qui ont été données jusqu'à présent, avec celles que j'ay proposées icy.

Le plus ancien Auteur, à ce que je crois, dont nous ayons des methodes pour disposer des nombres quarrés dans un Quarré qu'on appelle *Magique*, est Manuel Moscopule, dont j'ay trouvé un petit manuscrit dans la Bibliothèque du Roy.

Il donne deux manieres de faire les Quarrés impairs. La première est de compter les cellules par deux & par trois pour placer les nombres du Quarré de suite, comme on verra dans l'exemple suivant du Quarré de 5 de racine.

Il place toujours l'unité dans la cellule qui est au dessous de celle du milieu; ensuite il compte deux cellules y comprenant celle-là même & en descendant directement, puis étant venu à la seconde il détourne dans celle qui lui est la plus proche à droite où il place le nombre 2.

Ensuite il compte encore deux cellules en dessous, y comprenant celle où est 2 : mais comme il n'y en a point, il remonte directement à celle qui est au haut du Quarré, & détournant à droite, il place 3 dans celle qui est voisine. Il poursuit de même, & lorsque les cellules manquent à droite, il retourne à la première bande qui est à gauche, comme on voit icy, & il poursuit de même jusqu'à la racine qui est 5.

Etant venu au nombre de la racine, il compte trois cellules en descendant directement, & y comprenant celle où est la racine; & dans la troisième sans détourner, il met le nombre suivant 6, & il continuë comme il a fait d'abord, comme s'il commençoit par le nombre 6, jusqu'au nombre 10 qui est un multiple de la racine : mais pour placer le nombre suivant 11, il compte encore trois cellules en dessous, comme il a fait pour le nombre 6, & c'est la même chose après tous les multiples de la racine, & par ce moyen il achève le Quarré, comme on le voit icy.

Pour la seconde maniere, où il compte par trois & par cinq, comme il dit, il met toujours l'unité au milieu de la bande horizontale supérieure, & en comptant trois cellules en descendant y compris celle qui est remplie, il place 2 dans celle qui est la plus proche à droite de la troisième; & comptant encore trois cellules en descendant, il met à la droite le nombre 3, & il continuë de même jusqu'à la racine en remontant en haut quand il est au bas du Quarré, & passant à la première bande verticale à gauche quand il n'y a plus de cellules à la droite, de la même maniere qu'il a fait dans l'autre methode.

Mais quand il est venu jusqu'à la racine ou à ses multiples, il compte cinq cellules en descendant directement, & il place dans la cinquième le nombre, comme 6, qui recommence un autre multiple des racines, comme on voit dans cette Figure du Quarré.

La première methode de cet Auteur n'est qu'un cas de

celle que j'ay donnée dans ma dixième Proposition, comme on pourra voir icy en faisant la résolution du Quarré fait par sa methode en deux Quarrés Primitifs, dont l'un contiendra les nombres simples, & l'autre les racines.

Premier.

Second.

Dans ces deux Quarrés, qui ne sont qu'un cas des regles generales des premieres Propositions, comme je l'ay marqué dans ma dixième, tous les nombres opposés centralement & également éloignés du

centre, étant pris deux à deux, font une somme égale au double de celui de la cellule du milieu.

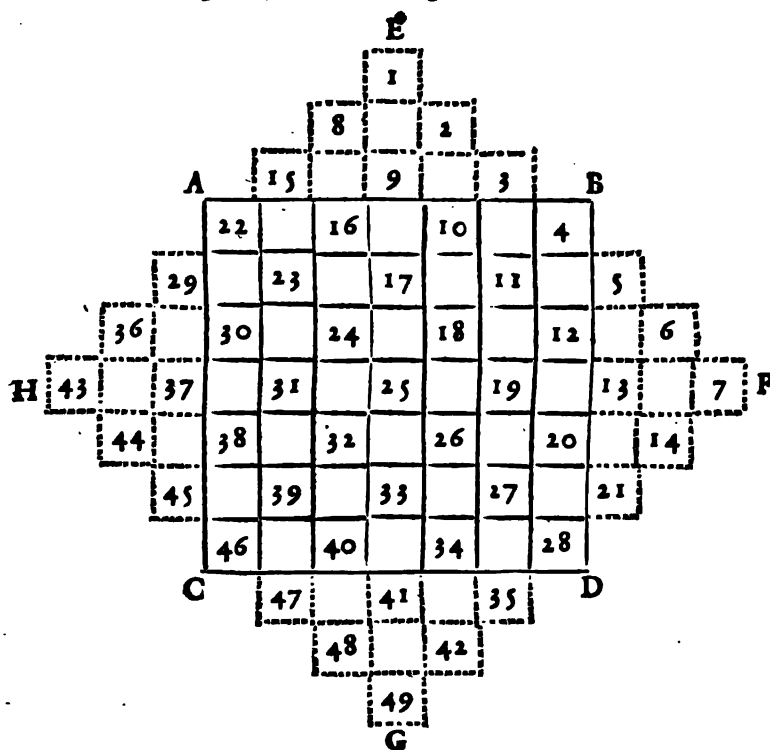
Car le premier de ces Quarrés qui contient les nombres simples, a dans sa bande horizontale du milieu ces nombres ordonnés suivant la regle de cette Proposition, & la bande horizontale suivante recommence par le premier nombre de l'ordre après le premier de la bande supérieure. C'est pourquoy le même nombre se trouvera repeté dans la diagonale qui descend de droite à gauche, & ce nombre étant aussi celui de la cellule du milieu du Quarré est le moyen de ces nombres, & le Quarré sera bon par ce qui a été remarqué dans la même Proposition X.

Pour le Quarré des racines il suit aussi les mêmes regles, & comme ces deux Quarrés sont formés par deux repetitions différentes des nombres de l'ordre, le Quarré Parfait sera bon.

Pour ce qui est de la seconde methode, ce n'est aussi qu'un cas de ma sixième Proposition; car ce Quarré étant réduit dans ses deux primitifs, on trouvera l'ordre des nombres simples de la premiere bande horizontale 5, 3, 1, 4, 2, dans l'exemple cy-dessus, & celui des racines 5, 15, 9, 10, 20, & celui des nombres simples se fait en recommençant les bandes horizontales suivantes par le premier qui suit celui du milieu dans l'ordre de la bande supérieure; & celui des racines par celui du milieu de la bande supérieure.

On remarquera que par cette methode les nombres qui recommencent les bandes horizontales des Quarrés Primitifs ne sont pas toujours le même quantiême après le premier, mais differens dans chaque Quarré; ce qui ne change pas les regles de ma sixiême Proposition.

M. Bachet dans ses Problèmes plaisans imprimés en 1624, dit qu'il a vû les sept nombres Quarrés depuis 3 de racine jusqu'à 9 tout disposés suivant la question des Quarrés Magiques, & c'est comme ils sont dans Agrippa ; mais qu'il n'a trouvé en aucun endroit de regle pour les faire : que pour ce qui regarde les Quarrés impairs, il en a inventé une qu'il donne comme on la voit icy ; mais que pour les pairs il n'a pû rien trouver qui l'ait satisfait.



Il fait d'abord le **Quarré $ABCD$** comme dans cet exemple de 7 de racine, puis il ajoute à chaque côté de

X^{iiij}

ce Quarré des especes de pyramides de cellules qui vont toujours en diminuant de deux cellules jusqu'à l'unité, ainsi le premier Quarré $ABCD$ se trouve changé en un autre Quarré plus grand $EFGH$, dont les cellules quarrées sont posées sur l'angle par rapport aux côtés de ce Quarré, & chacun de ces côtés n'a aussi que sept cellules, il écrit dans ce nouveau Quarré $EFGH$ tous les nombres de suite du Quarré proposé, comme on les voit icy.

Ensuite il transporte les nombres des pyramides dans les cellules vacantes du premier Quarré, celle d'en haut en bas, celle de bas en haut, & celle d'un côté à l'autre, sans les renverser ni les retourner, & par ce moien tout le premier Quarré est rempli suivant ce qui est requis dans la Proposition, comme on le peut voir icy.

Il dit qu'on peut faire la même chose avec d'autres nombres, pourvu qu'ils soient en progression Arithmétique.

Cette methode donne la même disposition que la première de Moscopule; c'est-pourquoy tout ce que j'ay dit de celle-là servira pour celle-cy: mais celle de Moscopule est plus simple que celle de Bachet.

M. Frenicle donne d'abord la même regle que celle de Bachet, comme on peut voir dans le Traité de ces sortes de Quarrés qu'il avoit composé, lequel j'ay fait imprimer sur les manuscrits. Il donne ensuite des variations de ces Quarrés, comme je les ay marquées dans ma Proposition 11. Mais enfin il propose de faire ces sortes de Quarrés de telle maniere, que si l'on en ôte des enceintes jusqu'au Quarré du milieu, qui est 1 dans les impairs, & 4 dans les pairs, le Quarré restant sera toujours un Quarré Magique.

Il s'étend fort au long sur ces sortes de Quarrés; mais la methode qu'il donne pour les faire n'est qu'un simple tâtonnement pour choisir les nombres du Quarré. Il est

vrai qu'il fait plusieurs remarques, lesquelles peuvent beaucoup servir pour la construction.

J'ay expliqué dans ma treizième Proposition une manière assez facile & simple pour trouver tous les Quarrés possibles d'une même racine : lesquels ayent cette propriété, & j'ay donné ensuite une méthode générale pour faire un de ces Quarrés qui peut être varié en plusieurs manières.

La construction de cette espèce de Quarré Magique étoit un Problème qui s'étoit rendu célèbre du tems de M. Frenicle, & la manière de le construire paroïsoit plus simple que celle dont on se servoit pour ceux qui n'avoient pas cette propriété, car la démonstration en étoit évidente. C'est pourquoy l'Auteur des nouveaux Elemens de Geometrie ne donne que cette construction, que le Pere Prestet a rendu plus claire dans ses nouveaux Elemens de Mathematique.

M. de la Loubere Envoyé extraordinaire auprès du Roy de Siam, rapporte dans la Relation de son voyage fait en 1687, qu'il avoit appris que les Indiens de Surate avoient une méthode de ranger les Quarrés Magiques, mais qu'il ne pût en avoir connoissance que pour les impairs, qu'il rapporte comme il suit.

17	24	1	8	15
23	5	7	14	16
4	6	13	20	22
10	12	19	21	3
11	18	25	2	9

On met l'unité au milieu de la première bande horizontale, & en montant diagonalement de gauche à droite. On place tous les nombres de suite du Quarré, & quand les bandes manquent en haut on descend en bas, & quand elles manquent à droite on passe à gauche : cela se fait jus-

qu'à ce que l'on trouve la cellule remplie où il faudroit aller, ce qui arrive lorsque les nombres sont les multiples de la racine ; alors on met le nombre suivant dans la cellule immédiatement au-dessous du dernier, & par ce moyen on remplit tout le Quarré.

Il est aisé de voir que cette construction n'est qu'un cas de ma dixième Proposition, où toutes les cellules oppo-

féés centralement & également éloignées du centre, font une somme égale à celle des deux nombres extrêmes. Il donne ensuite un exemple tiré d'Agrippa, qui est fait suivant la premiere regle de Moscopule.

Mais comme M. Bachet n'avoit point donné de démonstration de sa methode, M. de la Loubierre dit qu'il l'a cherchée. Il la donne ensuite, & elle me paroît fort ingenieuse, quoyque difficile. Il en tire des manieres de varier ces Quarrés.

Il ajoûte enfin une pensée de M. de Malezieu Intendant de Monseigneur le Duc du Maine, sur les raisons qu'on a eues de disposer les Quarrés Magiques suivant la methode Indienne, qui est celle, à ce qu'il dit, qui peut les mieux executer.

M. Poignard grand Chanoine de Bruxelles, qui a fait imprimer l'année derniere un Traité de ces sortes de Quarrés sous le nom de *Quarrés sublimes*, propose d'abord sa methode generale dans la premiere Proposition, qui est, comme on peut voir, toute la même que celle que donne M. de la Loubierre pour la methode Indienne. Sa seconde Proposition contient, à ce qu'il dit, une methode generale pour la variation de ces Quarrés; *sçavoir, en partageant les termes de la progression par de petits traits de 5 en 5, parceque le côté du Quarre est de cinq cellules, ce qui fera cinq membres chacun de cinq termes, comme il s'ensuit 1, 2, 3, 4, 5, | 6, 7, 8, 9, 10, | 11, 12, &c. Après avoir ainsi partagé tous les chiffres de la progression, on variera chaque membre l'un comme l'autre par la transposition uniforme des termes de chaque membre: par exemple 3, 1, 4, 5, 2, | 8, 6, 9, 10, 7, | 13, 11, 14, &c. l'on formera avec ces membres ainsi disposés le Quarre proposé, en écrivant de suite les chiffres selon la methode generale de la Proposition I.*

Cette maniere de varier les Quarrés est fort belle & fort facile, mais elle n'est pas generale comme il dit; car elle pourra manquer dans des Quarrés dont les racines ne sont pas des nombres premiers, comme on peut voir icy dans le Quarre de 9 de racine: car l'ordre des nombres de

de la progression étant disposé à volonté, & comme on le voit icy
 3, 6, 4, 1, 2, 5, 9, 8, 7, | 12, 15,
 13, 10, 11, 14, 18, 17, 16, | 21, 24,
 &c. & remplissant le Quarré suivant la methode generale, on trouvera que la somme des nombres de toutes les bandes sera 369, hormis la diagonale qui descend de gauche à droite qui a 372.

Il est facile à voir par ce que j'ay expliqué dans mes trois premieres Propositions, que ce défaut vient de ce que par la construction de M. Poignard, il se trouve que le Quarré Primitif des nombres simples de la racine recommence ses bandes horizontales suivantes par le cinquième de l'ordre superieur dans ce Quarré, & que la diagonale qui descend de gauche à droite aura tous les sixièmes de l'ordre après le premier, & six étant les deux tiers de la racine, les nombres simples y seront repetés de trois en trois & trois fois, & ce seront les nombres 6, 2, 8 : mais ces nombres faisant 16 qui differe d'une unité du nombre 15 qui est le tiers de la somme de ceux de la racine, il se trouvera dans cette bande 3 unités de trop. Car pour ce qui est des racines, le Quarré Primitif se trouve disposé comme il faut, en ce que le nombre 36 qui est le moyen des racines, sera dans toutes les cellules de la bande diagonale qui descend de droite à gauche, ce qui doit arriver par cette methode.

On auroit pû prendre d'autres ordres des nombres simples pour faire réussir la methode de M. Poignard dans ce Quarré, comme 3, 5, 4, 1, 2, 6, 8, 7, pour les nombres de la premiere racine; car alors les nombres de la diagonale auroient été 5, 2, 8, repetés trois fois qui auroient fait 45 dans le Quarré Primitif, ce qu'il falloit; mais la methode ne sera pas generale.

PROPOSITION XV.

Examen du nombre des variations de ces Quarrés par la methode que j'ay proposée.

Il est certain par ma methode que le nombre des variations sera plus grand à proportion que la racine du Quarré sera plus grande : mais pour faire voir l'étendue de ces variations, je ne les considereray que dans le Quarré de 7 de racine.

On sçait par les regles des combinaisons ordinaires, qu'on peut donner à 7 choses ou nombres, & seulement par rapport aux places les unes à l'égard des autres 5040 dispositions. Ainsi dans le Quarré que je propose on peut varier l'ordre des nombres simples dans le premier Quarré Primitif & dans la premiere bande horizontale en 5040 manieres, & de cet ordre dépend toute la disposition du Quarré suivant les differentes repetitions dans les bandes horizontales. Ce sera la même chose pour le Quarré Primitif des racines.

On voit donc de-là que si l'on dispose le premier Quarré Primitif que je suppose celui des nombres simples par la premiere Proposition, & celui des racines par la seconde, ils auront chacun 5040 variations, dont chacune de l'un pourra être combinée avec tout le nombre des autres, & ce qui produira autant de Quarrés Parfaits; on aura donc par ce seul moyen 25,401,600 variations de ce Quarré.

Mais comme on peut prendre par la troisiéme Proposition d'autres repetitions dans l'ordre pour former les bandes horizontales inferieures des Quarrés Primitifs, comme le troisiéme, le quatriéme, &c. de l'ordre de la bande horizontale superieure, on pourra combiner les Quarrés Primitifs en 12 manieres differentes, sans parler de la repetition par le premier & le dernier de l'ordre, on aura donc pour ces variations 12 fois le nombre qu'on vient de trouver, ce qui est 304,819,200 variations.

Il y a encore les repetitions par le premier après le premier de l'ordre & le dernier, avec la sujétion que le même nombre qui se trouve dans toute la diagonale, soit le moyen de l'ordre, & comme on le peut faire dans l'un & dans l'autre Quarré Primitif séparément, on aura 29, 030, 400 variations, lesquelles étant jointes aux premières feront en tout par cette methode 334, 886, 400 variations de ce Quarré de 7.

Mais il y en a encore une infinité d'autres qui ne se rapportent point à cette regle, & dont j'ay donné un échantillon dans la douzième Proposition, & entre lesquels sont ceux dont les enceintes étant ôtées, il reste encore des Quarrés Parfaits.

Dans tous ces Quarrés on ne compte point ceux qui se feroient par le renversement ou par le retournement de ces Quarrés, puisqu'en effet ils ne seroient pas differens dans l'arrangement de leurs nombres.

DE L'INVERSE

DES TANGENTES

ET DE SON USAGE.

PAR M. ROLLE.

QUoyque les secondes formules des Tangentes & celles d'un ordre plus élevé ne soient pas d'un aussi grand usage que les autres formules de Tangentes, il est peut-être bon de marquer en peu de mots comment on pourroit faire l'Inverse de ces formules du second ordre, & de celles d'un ordre plus élevé, par le moyen des regles que j'ay proposées dans les quatre Memoires que je donnay à l'Academie en 1704 pour l'Inverse des premières formules, & qui ont été imprimés dans la même année: C'est la première chose que je me suis proposé icy. Ensuite j'y mar-

Y ij

1705.
23. Juin.

172 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
queray de nouveaux usages de l'Inverse des premieres formules.

ARTICLE I. Soit pour exemple d'une seconde formule de Tangentes, celle qui est marquée icy en *A*.

$$A \dots 5yydx^2 = 3xxdy^2.$$

Et qu'on vetuille remonter à son égalité generatrice: Ayant pris une égalité indéterminée pour représenter cette generatrice, comme je l'ay dit dans mon second Memoire, on aura aussi celle qui est icy en *B*.

$$B \dots nsy^4 = bx^2.$$

Ensuite on prendra la seconde formule de cette generatrice, suivant le Journal du 13 Avril 1702, & cette formule sera comme on la voit icy en *C*.

$$C \dots 3nsyydy^2 = 5bx^2dx^2.$$

Comparant cette formule *C* à la proposée *A* pour faire évanouir les inconnues relatives dx & dy , & divisant la réduite par la supposée, comme je l'ay dit au second Memoire, il ne restera rien du tout. Ainsi l'on n'aura point de Problème auxiliaire, & dans ce cas la supposée est la generatrice de la formule proposée. De manière que l'égalité *B*, quoyqu'indéterminée, est la generatrice de la seconde formule *A*. Dans tout autre cas on poursuivroit selon les regles du second Memoire, en quoy il ne paroît point de difficulté.

REMARQUES. Dans cet exemple on auroit pu prendre $sy^4 = bx^2$ pour la generatrice supposée, comme je l'ay dit dans mon quatrième Memoire, & il y a des recherches où cela est comme nécessaire. Ainsi l'égalité *A* étant proposée comme une premiere formule, & voulant trouver sa generatrice, alors la supposée $sy^4 = bx^2$ donneroit d'abord pour generatrice $sy^{\sqrt{3}} = bx^{\sqrt{3}}$, dans laquelle on voit que les coefficients sont entierement indéterminés, & qu'il y a encore de l'indétermination aux exposans. Mais avec toute cette indétermination il y aura du moins un exposant irrationnel: ce qui fait naître des difficultés dont il sera parlé dans la suite.

De là on voit aussi qu'une même égalité *A*, seroit une

premiere formule à l'égard d'une generatrice, & une seconde formule à l'égard d'une autre generatrice, &c.

L'égalité marquée *G* est la premiere formule de la generatrice *H*, & la seconde formule de *K*.

Pareillement l'égalité *Z* est la premiere formule de *M*, & la seconde formule de *N*.

$$\begin{array}{l|l} G. a^4 dy^2 = 36 p p x x dx^2. & Z. f dy^2 = 3 x dx^2. \\ H. a ay = 3 p x x. & M. 3 f y y = 4 x^2. \\ K. a^4 y y = 6 p p x^2. & N. f y y = x^2. \end{array}$$

Ainsi une même égalité est une formule de differens ordres par rapport à différentes generatrices: d'où l'on voit qu'il seroit bon de sçavoir de quel ordre est la formule proposée avant que de chercher les generatrices: sinon il faudroit faire un dénombrement, comme on le dira dans la suite.

Les formules du second ordre, & au delà, sont souvent divisibles, mais en les prenant dans leur entier, les limites que j'ay données pour les generatrices des premieres formules, peuvent servir pour les generatrices des secondes formules, & de celles qui les suivent. Et si l'on propose un diviseur d'une formule du second ordre, & au delà, comme la formule entiere, il faut y avoir égard.

Les regles que j'ay données sur les Tangentes prescri vent de faire évanouir les signes radicaux, & par conséquent les fractions des exposans. Ainsi il ne faut point être surpris, si faute de le faire, on trouvoit de fausses formules. Par exemple, si l'on a la gene-

ratrice *R*, & que, sans faire éva-

$$R. a^{\frac{1}{2}} y y = x^{\frac{2}{3}}.$$

notir les fractions des exposans,

on y applique les regles abregean-

$$P. 2 a^{\frac{1}{2}} dy^2 = \frac{15}{4} x^{\frac{1}{2}} dx^2.$$

tes que j'ay proposées dans le jour-

nal du 13 Avril 1702 pour trouver la seconde formule de cette generatrice, ces regles donneroient l'égalité qu'on voit en *P*; ce qui seroit peut-être croire que *P* est la seconde formule de *R*. Mais par l'Inverse de mes Memoires, il se trouvera que cette formule est fausse.

Si l'on vouloit faire quelque usage de l'Inverse des formules du second ordre, & au delà, il faudroit se souvenir que les secondes supposent que les premieres soient détruites; que les troisièmes supposent la destruction des premières & des secondes, ainsi de suite: ce qui obligerait de faire que chaque formule qui se doit détruire, soit égale à 0, & de résoudre les égalités qui en résultent, si déjà cela n'étoit fait.

ARTICLE II. Les regles dont je me sers pour l'Inverse generale des premieres formules de Tangentes, ont des usages qui leur sont particuliers. En voici un qui paroît notable. C'étoit une difficulté considerable il y a quinze ans de trouver les lieux les plus simples pour les effections Geometriques; mais une plus grande difficulté de reconnoître de quel genre est un lieu, ou une égalité generatrice. J'ay donné une regle tres-courte & tres-précise pour la premiere difficulté dans le Traité des Effections Geometriques que je publiay en l'année 1691. Car ayant tiré la racine quarrée du premier exposant de l'égalité proposée, on voit tout d'un coup par cette regle les lieux les plus simples qui doivent servir à résoudre cette égalité. Mais comme il est beaucoup plus difficile de former des methodes generales pour la seconde recherche, celles que j'ay proposées sur ce sujet demandent beaucoup d'operations, & même les regles que d'autres Auteurs ont données pour cette recherche, sont encore bien longues, quoyque ces regles n'aient été faites que pour des cas particuliers. En voici une qui s'étend à toutes les égalités, & qui est capable d'un grand abregement. Je l'ay tirée de l'Inverse des Tangentes, comme on le va voir icy.

Pour joindre l'exemple à la regle, je prens l'égalité qui est marqué icy en D.

$$D \dots x^{12} - a^1 d^1 x^1 y^1 + d^6 n^6 y^6 = 0.$$

Et je me propose de trouver le veritable genre de cette égalité generatrice.

Pour cela je prens la premiere formule des Tangentes, & si je me sers de t pour exprimer la soutangente

des y , la formule sera comme on la voit en F .

$$F.... 18x^{12} - 3a'd'y'x^3 - 5a'd'x'y^4t - 6d^6n^6y't = 0.$$

Ensuite je regarde cette formule, comme si elle m'étoit proposée, pour en trouver la generatrice sous sa forme la plus simple, par la methode que j'ay donnée pour cette Inverse: de maniere qu'en parcourant les generatrices indéterminées que fournit cette methode, il est bon de commencer par les plus simples; ce qui me donne la generatrice indéterminée marquée icy en S , d'où je tire la premiere formule des Tangentes que l'on voit en T , comme le prescrit la methode.

$$S.... sppy = hx^3. \quad T.... spp t = 3hx^3.$$

Je compare la formule T à la formule F pour faire évanouir l'expression de la soutangente; je divise la réduite par la supposée S , le tout selon la methode, & je trouve que le Problème auxiliaire ne consiste que dans la seule égalité V .

$$V.... d^6n^6h^6 - ppa^3d'sh^3 - p^{12}s^6 = 0.$$

Où l'on voit que s & h sont dans une situation réciproque; & lorsque cela arrive, la proposée est du même genre que la supposée. Ainsi la proposée D est du même genre que la supposée S . Mais S est du second genre. Donc la proposée est aussi du second genre. *Ce qu'il falloit trouver.*

Il y a des cas où il faudroit encore quelques operations, mais la voie est toujours la même. Ce qui sera amplement expliqué en d'autres Memoires.

Remarques. Au lieu de parcourir les generatrices indéterminées que fournit la seconde regle de la methode, on auroit pu supposer $sy = hx^6$, & cela abrege tres-considerablement, lorsque la proposée est réductible à un binome. Il y a encore d'autres moyens fort abregeans, que l'on donnera dans la suite, avec les éclaircissements & les démonstrations nécessaires.



VERITABLE HYPOTHÈSE

DE LA

RÉSISTANCE DES SOLIDES,

*Avec la Démonstration de la Courbure des
corps qui font Ressort.*

Par M. BERNOULLI Professeur à Bâle.

Lettre du 12. Mars 1705.

1705.
4. Juillet.

Pour faire mieux entendre ce que je diray en son tems du *Centre de Tension*, suivant la promesse que j'en ay faite dans mon Mémoire du 13. Mars 1703. je croy devoir expliquer auparavant une hypothèse qui me paroît le véritable Principe de la Résistance des Solides, & en tirer la démonstration de la courbure que prennent les ressorts pliés, à laquelle on a donné le nom d'*Elastique*.

Galilée est le premier qui ait examiné cette résistance des corps, & qui ait cherché combien il falloit plus de force pour rompre un corps solide en le tirant directement suivant sa longueur, que pour le rompre transversalement. Pour cet effet il considéra une poutre, une planche ou

FIGURE I. une perche prismatique $ABCD$ fichée horizontalement dans un mur AB avec un poids P suspendu à son extrémité; & s'imaginant un levier mobile sur son apuy A , il a trouvé par son raisonnement, que la force qui arracheroit cette poutre du mur suivant la direction horizontale AD ou BC , doit être au poids P capable de la rompre transversalement suivant la direction CD , comme la longueur AD à la moitié de la hauteur AB .

M. Leibnitz & Mariotte poussèrent ensuite cette speculation; & retenant la même hypothèse du levier, ils conclurent

concurent de plus dans tous les corps solides une infinité de fibres, lesquelles avant que ces corps plient & rompent transversalement, doivent être tendues plus ou moins, suivant qu'elles sont plus ou moins éloignées de l'appuy du levier, & doivent par conséquent résister autant qu'elles sont tendues. C'est ce qui leur a fait trouver que la force nécessaire pour arracher une poutre directement, est à celle qu'il faut employer pour la rompre transversalement, en raison de AD au tiers de la hauteur AB . Ce qui approche beaucoup plus de la vérité que ce qu'en a dit Galilée. Mais aucun de ces Auteurs ne considérant les corps comme sujets à compression, & sur tout leur hypothèse des tensions des fibres proportionnelles aux forces tendantes, ne s'accordant pas précisément avec la nature; c'est la raison pourquoy ils n'ont pas encore rencontré assez juste, & que leur doctrine a besoin de quelque correction. Ainsi M. Varignon a eu raison de dire dans les Mémoires de l'Académie de 1702. pag. 67. *que cette hypothèse, quoyque tres-vrai-seemblable, pourroit n'être pas encore au gré de tout le monde.* Voici (je croy) la véritable, à laquelle M. Varignon pourra appliquer sa Règle générale, comme il l'a déjà appliquée aux deux hypothèses précédentes.

Pour ce qui est de la Courbure des corps à ressort, on n'en a parlé jusqu'icy que d'une manière fort douteuse. Galilée y a aussi pensé : il s'est imaginé que cette Courbure étoit parabolique; mais cette conjecture est tres-fausse. Depuis lui je ne sçay personne qui ait rien donné de meilleur. Il y a environ onze ans que j'entrepris le premier de déterminer cette Courbure géométriquement : j'en donnay la construction dans les Journaux de Leipzig; mais d'une manière encore assez imparfaite, ne considérant alors que les fibres extérieures des surfaces de la lame pliée, au lieu qu'il faut faire attention à toutes celles qui composent son épaisseur. C'est pourquoy je vais tâcher de suppléer à ce défaut, & de perfectionner le Principe de la Résistance des Solides, & ma construction de la Courbe

Elastique : l'un & l'autre se fera en même tems en se servant des Lemmes qui suivent.

L E M M E I.

Des Fibres de même matière & de même largeur ou épaisseur, tirées ou pressées par la même force, s'étendent ou se compriment proportionnellement à leurs longueurs.

FIG. II.

DEMONST. 1°. Soient deux fibres AB , AE , dont la plus longue AE soit divisée en parties AB , BC , CD , DE , égales chacune à la plus courte AB de ces deux fibres; qu'on affermissé la plus longue au point D , & qu'on attache à son extrémité E le poids P ; la partie DE s'étendra autant que la plus courte fibre AB l'est par son poids P égal à l'autre, à cause de (*hyp.*) $DE = AB$. Qu'on affermissé ensuite la fibre AE en C , & qu'on ôte l'arrêt ou l'attache qu'on vient de supposer en D ; la partie CD s'étendra aussi autant que fait la plus courte fibre AB , à cause de l'action continuelle de la pesanteur du poids P . Qu'on lâche l'arrêt en C , & qu'on affermissé la fibre AE en B , & enfin en A ; on trouvera de même que chacune de ces parties BC , AB , s'étendra encore autant. Donc l'extension EK de toute la fibre AE , sera à l'extension BI de la plus courte fibre AB , comme AE est à AB . *Ce qu'il falloit premièrement démontrer.*

FIG. III.

2°. Soient encore deux fibres de longueur inégale AD , AB , dont la plus grande AD soit encore divisée en parties AB , BC , CD , égales chacune à la moindre AB de ces fibres. Qu'on soutienne l'autre AD en B ; la partie AB se comprimera par le poids P qu'on aura mis dessus, autant que fait la plus courte fibre AB par un poids égal, à cause de (*hyp.*) $AB = AB$. Qu'on soutienne ensuite la fibre AD en C , & puis en D , ôtant chaque fois le soutien de l'endroit où il étoit auparavant; chacune de ses parties BC , CD , souffrira encore la même compression, à cause de l'action continuelle du poids P . Donc la compression AK de toute la fibre AD , est à la compression AI de la

fibres AB , comme AD est à AB . Ce qu'il faisoit *secondement démontrer*.

L E M M E II.

Des Fibres homogènes & même de longueur, mais de différente largeur ou épaisseur, s'étendent ou se compriment également par des forces proportionnelles à leurs largeurs.

DEMONST. Soit AF la plus grosse de ces fibres, laquelle on imaginera divisée selon la largeur BF en d'autres fibres qui soient chacune de la largeur ou grosseur de la plus menuë AB . Il est clair que chacune de ces fibres résultantes de la division de la grosse AF , pour être étendue ou comprimée autant que la fibre AB , demande un poids égal au sien; & par conséquent que toutes ces fibres ensemble, c'est à dire la fibre entière AF , pour arriver au même degré d'extension ou de compression AI que la moindre fibre AB , requiert un poids Q d'autant plus grand que le poids P , que la largeur ou épaisseur de la fibre AF est plus grande que celle de la fibre AB . Ce qu'il faisoit démontrer.

FIG. III.
& IV.

L E M M E III.

Des Fibres homogènes de même longueur & de même largeur, mais chargées de différens poids, ne s'étendent, ni ne se compriment pas proportionnellement à ces poids; mais l'extension ou la compression causée par le plus grand poids, est à l'extension ou à la compression causée par le plus petit, en moindre raison que ce poids-là n'est à celui-cy.

DEMONST. Si les compressions étoient proportionnelles aux poids qui les causent, il s'ensuivroit qu'ayant chargé la fibre AB d'un poids R qui fût au poids P en plus grande raison que la longueur de la fibre AB n'est à AI quantité de la compression faite par le poids P , la fibre AB se comprimerait plus que de toute sa longueur; ce qui est absurde. Donc la compression d'une même fibre ou

FIG. III.

de fibres égales en tout, causée par le plus grand poids R , doit nécessairement être à la compression faite par le plus petit P , en moindre raison que le poids R n'est au poids P . Il en doit être de même des extensions des fibres, l'extension n'étant autre chose qu'une compression négative, comme la force tendante n'est autre chose qu'une force négativement comprimante. *Ce qu'il falloit démontrer.*

SCHOL. C'est aussi ce que l'expérience confirme. Car ayant pris une corde de boyaux longue de 3 pieds, je l'ay chargée successivement de 2, 4, 6 & 8 livres : j'ay remarqué qu'elle s'étendoit de 9, 17, 23 & 27 lignes; au lieu qu'elle eût dû s'étendre 9, 18, 27, 36 lignes, si les extensions étoient proportionnelles aux poids.

FIG. V.

COROL. Si l'on conçoit une ligne $TVN\theta$, dont les abscisses NR , NQ , marquent les forces tendantes; $N\rho$, $N\kappa$, les forces comprimantes : les appliquées RT , QV , les extensions; & $\rho\theta$, $\kappa\upsilon$, les compressions d'une fibre de longueur & grosseur données : Cette ligne $TVN\theta$, que j'appelle *ligne de tension & de compression*, ne peut être droite, mais courbe, concave vers l'axe $R\rho$, ayant du côté de $N\theta$ une asymptote parallèle à cet axe; parceque la raison de RT à QV ($\rho\theta$ à $\kappa\upsilon$) doit être moindre que celle de NR à NQ ($N\rho$ à $N\kappa$), & que $\rho\theta$ ne sçauroit jamais excéder la longueur donnée de la fibre. Au reste il est probable que cette Courbe est différente à l'égard de différens corps, à cause de la différente structure de leurs fibres.

LE MME IV.

FIG. 1.

La même force qui fait plier une poutre ou perche ABCD de AB en GF, en étendant une partie de ses fibres de la quantité du triangle BSF, & comprimant l'autre de la quantité du triangle ASG, seroit capable d'étendre l'assemblage de toutes les fibres sur l'appuy A, de la quantité du triangle ABF, ou bien de comprimer cet assemblage sur l'appuy B ou F de la quantité du triangle BAG ou FAG.

DEMONST. Concevons pour un moment la poutre

apuyée en A pour empêcher sa compression ; le poids P la fera un peu plier, comme de AB en AF . Qu'on ôte ensuite l'apuy A après que la fibre BF est tendue autant qu'elle le peut être, le point F servira d'apuy, & le même poids P fera encore baisser la poutre, comme de FA en FG . Or il est clair que si l'on eût laissé librement aller la poutre sans l'apuyer en A , le poids P l'auroit d'abord fait plier de AB en GF . Donc la force qui peut tout à la fois étendre une partie de ses fibres de la quantité du triangle BSF , & comprimer l'autre de la quantité du triangle ASG , est la même que celle qu'il faudroit pour étendre l'assemblage de toutes les fibres sur l'apuy A de la quantité du triangle ABF , ou pour comprimer sur l'apuy F de la quantité du triangle AFG .

Cela paroît encore en ce que la fibre en H étant tendue sur l'apuy A de la longueur HK , & comprimée en même tems sur l'apuy F de la longueur KI , c'est tout comme si elle étoit seulement tendue de la longueur $HI = HK - KI$; & que la fibre en N étant tendue sur l'apuy A de la longueur MN , & comprimée sur F de la longueur ML , c'est tout comme si elle étoit seulement comprimée de la longueur $NL = ML - NM$. Or toutes les HI & NL font les triangles BSF & ASG , ainsi que toutes les HK font le triangle ABF , & toutes les KI le triangle AFG .

COROL. La force qui peut étendre la poutre sur l'apuy A de la quantité du triangle ABF , est donc la même que celle qui peut la comprimer sur l'apuy B ou F de la quantité du triangle BAG ou FAG : parceque chacune de ces forces est la même que celle qui peut l'étendre & le comprimer tout à la fois sans apuy, de la quantité des deux triangles BSF & ASG .

PROBLÈME I.

Trouver combien il faut plus de force pour rompre une poutre directement, c'est à dire, en la tirant suivant sa longueur, que pour la rompre transversalement.

FIG. I. **SOLUT.** Soit la poutre $ABCD$ que l'on regarde comme composée d'une infinité de fibres homogènes de même longueur, & chargée à son extrémité du poids P , qui la fasse plier de AB en GF en étendant une partie de ses fibres de la quantité du triangle BSF , & comprimant l'autre de la quantité du triangle ASG ; & que la force de ce poids soit précisément celle qu'il faut pour rompre la poutre. Il paroît par le Lem. 4. que si l'on soutenoit la poutre d'un apuy en A , le même poids P étendrait ses fibres de la quantité du triangle ABF , c'est à dire, sa fibre extrême de la même longueur BF , & une des moyennes de la longueur HK , qui sont les appliquées du triangle ABF . Qu'on représente ces longueurs BF & HK par les appliquées de la ligne de tension RT & QV ; ainsi que les forces requises pour étendre ces longueurs, par les abscisses NR & NQ . Soient nommées AB , b ; AD , c ; BF (RT), t ; HK (QV), p ; NR , m ; NQ , n .

L'on aura BF (t). HK (p) :: AB (b). $AH = \frac{b^2}{t}$; dont la différentielle $\frac{b^2 dt}{t^2}$ marquera la largeur de la fibre EH . Et parceque la résistance que fait la fibre en H , est proportionnée à la force absolue NQ , dont elle est tirée, à la largeur de la fibre EH par le Lem. 2. & à la distance de l'apuy AH par la nature du levier: cette résistance sera $= n \times \frac{b^2 dt}{t^2} \times \frac{b^2}{t} = \frac{b^3 n p dt}{t^3}$; & par conséquent la résistance que font toutes les fibres ensemble, sera $= \frac{b^3}{t^3} \times \int n p dt$, c'est à dire $= \frac{b^3}{t^3} \times \int m t dt$ par rapport à tout le triangle ABF . Donc cette résistance étant égale à l'action du poids P , laquelle a pour valeur (momentum) $AD \times P$,

l'on aura $\frac{bb}{c} \times \int m t dt = AD \times P = c \times P$; & par conséquent aussi $P = \frac{bb}{c} \times \int m t dt$.

Supposons maintenant qu'il faille rompre la poutre suivant la direction AD ou BC ; il est clair que toutes les fibres comprises dans l'épaisseur AB (b) de la poutre, doivent être toutes également tendues, chacune de la longueur BF ; & par conséquent tirées chacune de la même force NR ou m ; ce qui donne bm pour la somme de toutes ces petites forces. D'où l'on voit que la force requise pour rompre la poutre en BF directement, c'est à dire, en la tirant suivant sa longueur AD ou BC , est à celle que doit avoir le poids P pour la rompre transversalement au même endroit, comme bm est à $\frac{bb}{c} \times \int m t dt$, c'est à dire, comme la longueur (c) de la poutre est à $\frac{b}{m} \times \int m t dt$. Or cette quantité $\frac{b}{m} \times \int m t dt$ est toujours plus petite que le tiers de la hauteur AB ; car de ce que $\frac{t}{p} < \frac{m}{n}$ par le Lem. 3. il s'ensuit que n est toujours $< \frac{mp}{t}$, $n p dp < \frac{m p p dp}{t}$, & $\int n p dp < \int \frac{m p p dp}{t} = \frac{m p^3}{3t}$. Donc tout le triangle ABF donnera $\int m t dt < \frac{m t^3}{3t} = \frac{m t^2}{3}$; & enfin $\frac{b}{m} \times \int m t dt < \frac{b}{m} \times \frac{m t^2}{3} = \frac{1}{3} b = \frac{1}{3} AB$. Ce qui s'accorde avec les expériences de M. Mariotte, qui a toujours trouvé cette quantité moindre que le tiers, & plus grande que le quart de la hauteur AB . Voyez son *Traité du Mouvement des Eaux* Part. 5. Disc. 2.

COROL. Si l'on conçoit la poutre comme soutenue d'un apuy en F , & comprimée de la quantité du triangle AFG , & qu'on représente les racourcissements de la fibre extrême AG , & d'une de ses moyennes KI , par les appliquées de la ligne de compression $p\theta$, xv , ainsi que les forces comprimantes de ces fibres par les abscisses Np , Nx : nommant AG ($p\theta$), τ ; KI (xv), π ; Np , μ ; Nx , ν ; on

FIG. V.

trouvera de même que la résistance que toutes les fibres font ensemble à leur compression, par rapport au triangle KFI , est $= \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \pi d\pi$, & $= \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \mu\tau d\tau$ par rapport au triangle AFG . Donc puisque (Lem. 4.) il faut la même force pour vaincre la résistance que les fibres font à leur compression, que pour vaincre celle qu'elles font à leur extension; l'on aura $\frac{bb}{\tau\tau} \times \int m t dt = \frac{bb}{\tau\tau} \times \int \mu\tau d\tau$; & par conséquent aussi $tt. \tau\tau :: \int m t dt. \int \mu\tau d\tau$. D'où il paroît que les lignes de tension & de compression étant données, c'est à dire, m étant donnée par t , & μ par τ , le rapport qu'il y a entre t & τ (entre BF & AG , ou entre BS & AS) sera aussi donné; & qu'ainsi le point S , qui ne souffre ni extension ni compression, sera trouvé.

PROBLÈME II.

Trouver la Courbure de la ligne Elastique, c'est à dire, celle des lames à ressort qui sont pliées.

FIG. V.

SOLUT. La lame $IKCN$ est un parallélogramme rectangle en son état naturel, affermie ou clouée à l'un de ses bouts IK , & chargée à l'autre N du poids P , qui lui fait prendre la courbure IBN ou KAC ; EA est une de ses parties infiniment petite, étendue en dehors de la quantité du triangle BSF , & comprimée en dedans de la quantité du triangle ASG ; EH & FG prolongées concourent au point M centre du cercle osculateur de la Courbe. Soient maintenant AD ou $NX = x$, ND ou $AX = y$, l'épaisseur de la lame IK ou $AB = b$, le poids $P = bb$, la longueur de la fibre EB ou $AH = d$, la longueur de celle pour laquelle est construite la ligne de tension & de compression $= f$, & enfin la force qui peut étendre la fibre EB de la longueur BF , soit marquée par $NR = m$, & celle qui peut comprimer la fibre AH de la longueur AG , par $NS = \mu$.

Or (Lem. 4.) le poids P pourroit étendre la particule EA de la lame sur l'appuy A de la quantité du triangle ABE .

ABF en vertu du levier DAB , ou bien la comprimer sur l'appuy F de la quantité du triangle FAG en vertu du levier CFG : les bras des leviers AD & FC sont icy considérés comme égaux, à cause du peu d'épaisseur AF de la lame. C'est ce qui nous donne bbx ($P \times AD$ moment du poids P) $= \frac{bb}{t} \int m t dt$ quantité de la résistance des fibres (par le *Prob. 1.*) Ainsi en divisant par bb , l'on aura $x = \frac{\int m t dt}{t}$. Le *Corol. du Prob. 1.* donne aussi $\frac{\int m t dt}{t} = \frac{\int \mu \tau d\tau}{\tau}$.

On aura de plus (*Lem. 1.*) $f. t. (RT) :: dz (EB). \frac{t dz}{f} = BF$, comme aussi $f. \tau. (\rho\theta) :: dz (HA). \frac{\tau dz}{f} = AG$. Et parceque $BF. AG :: BS. AS$, donc $BF + AG \left(\frac{t dz + \tau dz}{f} \right). BF \left(\frac{t dz}{f} \right) :: AB (b). BS = \frac{bt}{t + \tau}$. Enfin à cause des triangles semblables BSF & HMG , l'on aura $BF \left(\frac{t dz}{f} \right). BS \left(\frac{bt}{t + \tau} \right) :: HG$ (qui ne diffère pas sensiblement de AH ou dz). $HM = \frac{bf}{t + \tau}$ rayon du cercle osculateur, lequel (comme l'on sçait) dans toutes les Courbes s'exprime généralement par $\frac{dx dz}{dy}$. Donc on aura $\frac{bf}{t + \tau} = \frac{dx dz}{dy}$, ou $b f d y = t + \tau \times dx dz$; & en prenant les sommes, $b f d y = dx \times \sqrt{t + \tau} \times dx$, & en quarrant $b b f f d y = dx^2 \times \sqrt{t + \tau} \times dx = dx^2 + dy^2 \times \sqrt{t + \tau} \times dx$, ou bien $b b f f - \int \sqrt{t + \tau} \times dx^2 = dy^2 = dx^2 \times \sqrt{t + \tau} \times dx$; & en tirant la racine quarrée $dy \sqrt{b b f f - \int \sqrt{t + \tau} \times dx} = dx \times \sqrt{t + \tau} \times dx$; ou enfin $dy = \frac{dx \times \sqrt{t + \tau} \times dx}{\sqrt{b b f f - \int \sqrt{t + \tau} \times dx}}$, qui est la différentielle de l'ordonnée de la Courbe que l'on cherche.

Nous avons donc trouvé trois équations: sçavoir $x = \frac{\int m t dt}{t}$, $\frac{\int m t dt}{t} = \frac{\int \mu \tau d\tau}{\tau}$, & $dy = \frac{dx \times \sqrt{t + \tau} \times dx}{\sqrt{b b f f - \int \sqrt{t + \tau} \times dx}}$, dont la première exprime le rapport qui est entre t & x ,

l'autre entre t & τ , & la troisième celui d'entre x & y ; ce qui détermine entièrement les points de la Courbe.

Pour la construire on tracera premièrement la Courbe ONZ telle que faisant $OX = RT = t$, & $YZ = r\theta = \tau$, NX soit $= \frac{\int m t dt}{t t}$, & $NY = \frac{\int \mu \tau d\tau}{\tau \tau}$; car ayant coupé indéfiniment dans l'axe $NX = NY$, si l'on fait $XA =$
 $= \frac{\int d x \sqrt{t + \tau x dx}}{\sqrt{b b f f - \int t + \tau x dx}}$, le point A sera dans la Courbe

requisse KAC . Supposé donc, par exemple, que les lignes de tension & de compression fussent droites (quoyqu'elles ne soient jamais telles *par le Corol. du Lem. 3.*) ayant

alors $\frac{NR}{AR} \left(\frac{m}{t} \right) = \frac{a}{g}$, & $\frac{N\tau}{\tau} \left(\frac{\mu}{\tau} \right) = \frac{a}{b}$; l'équation différentielle

de la Courbe sera $dy = \frac{x dx}{\sqrt{4 a a b b f f - x^4}}$, & $BS \cdot AS :: g \cdot b$.

Mais supposé que ces lignes-là fussent des paraboles, que g fût le paramètre de la première, & b celui de la seconde;

alors cette équation deviendra $dy = \frac{x dx \sqrt{x}}{\sqrt{\frac{g b b f f}{x g + b + \sqrt{g b}} - x^3}}$,

& $BS \cdot AS :: \sqrt{g} \cdot \sqrt{b}$. &c.

OBSERVATIONS

SUR LA GRATIOLE.

PAR M. BOULDUC.

1705.
8. Juillet.

JE n'ay quasi travaillé jusqu'à présent que sur les médicaments purgatifs étrangers, & entre ceux-là sur les plus violents. Je les laisseray pour quelque tems, afin de donner place à quelques-uns des nôtres, pour tâcher de découvrir par notre travail & par nos expériences, si nous ne pourrions pas les mettre en évidence, & nous les rendre aussi familiers que nous avons fait jusqu'à présent les

Fig. 4.

Fig. 3.

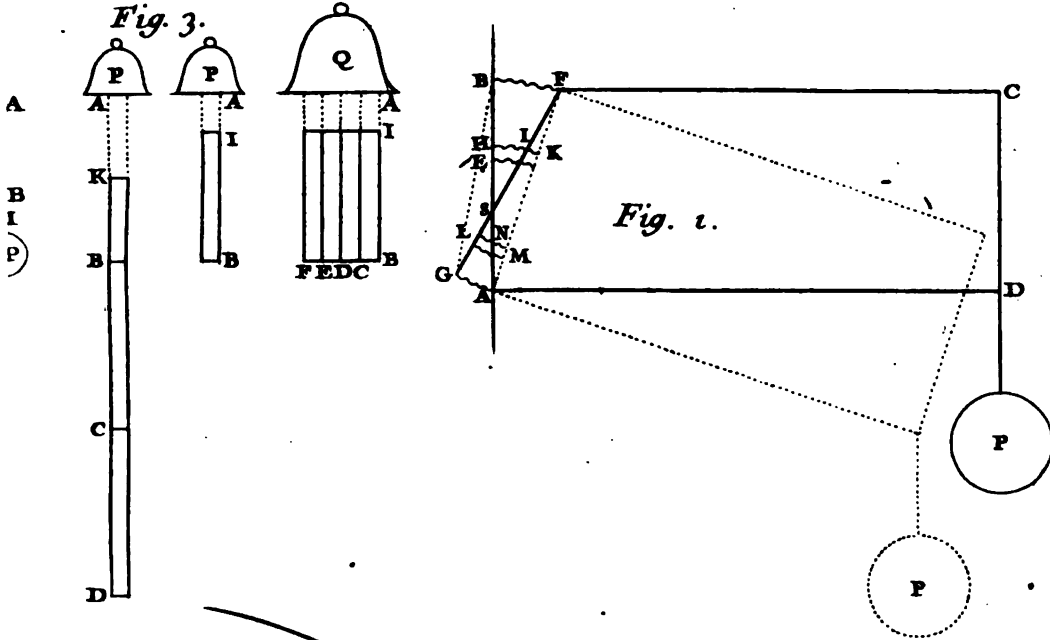
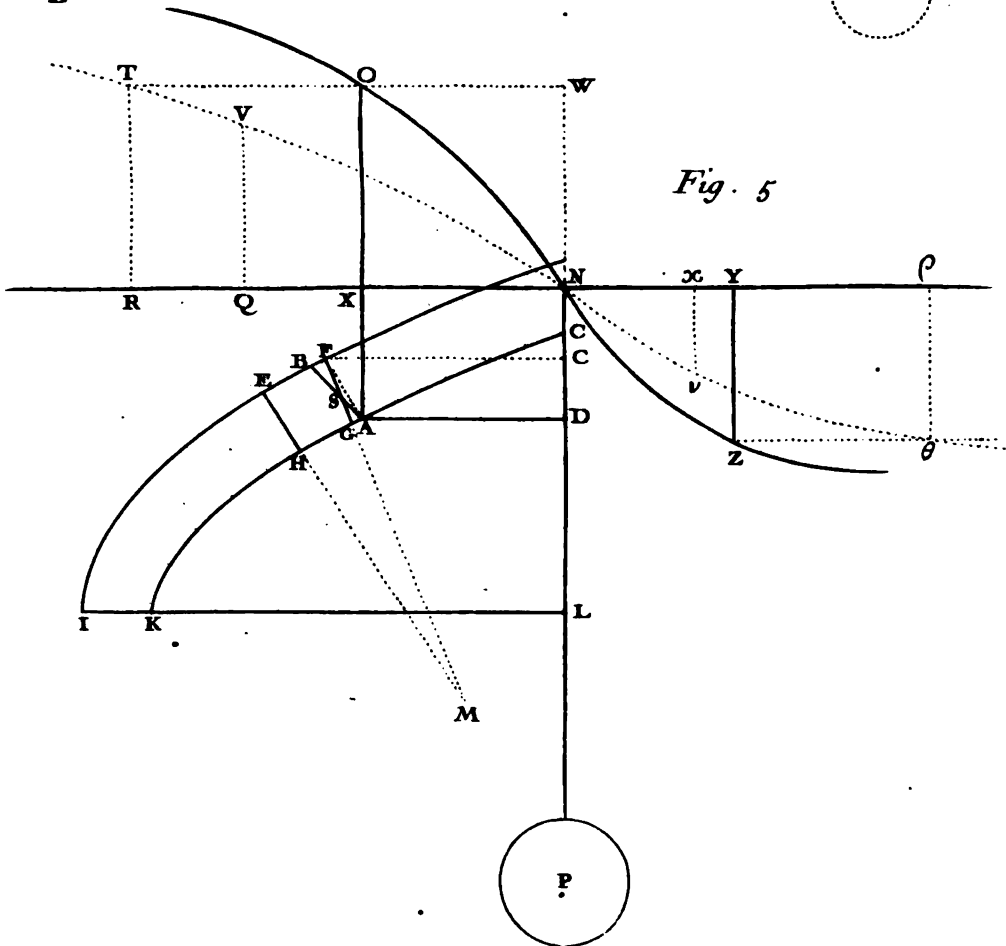


Fig. 5



autres, persuadé que je suis, que si l'on n'est point encore parvenu à ce point, c'est pour n'y avoir peut-être pas fait assez d'attention, & pour ne s'être pas donné la peine de les examiner d'assez près, pour les pouvoir mettre en usage avec la même sûreté & avec la même utilité. Si je n'y parviens pas aussi heureusement que je me le suis proposé, du moins en aurai-je fait la tentative, & je pourray par-là donner occasion à d'autres d'y travailler.

Je diray donc aujourd'huy ce que j'ay fait de l'un des plus violents d'entre les nôtres, c'est la Gratiole, qui toute violente que nous la connoissons, n'a pas laissé d'être appelée *Gratia Dei*, & peut-être par diminutif *Gratiola*; parceque cette grace est pour l'ordinaire accompagnée de violents effets, d'autant que souvent en operant elle fait vomir & purger par irritation.

Cependant par le long & frequent usage que j'en ay fait jusqu'icy, je ne me suis point apperçu qu'on dût autant l'apprehender que la Coloquinthe, que la Gomme gutte & semblables. On ne la redoute que parcequ'on ne l'a pas assez connue ni maniée; je n'en suis pas surpris, ç'a été l'usage de tous les tems, surtout en remedes, de negliger ce que nous possedons, & de nous attacher à ce que nous ne possedons pas. Si cette plante nous étoit envoyée de bien loin, nous la vanterions comme la Scammonée, le Senné, la Rhubarbe & les autres.

La Gratiole, que nous connoissons aujourd'huy sous ce nom, sans en vouloir faire la description, que je laisse aux Botanistes, pour m'attacher uniquement à la connoître dans les différentes parties qui la composent, est connue pour un parfaitement bon hydragogue, qui purge par haut & par bas, prise en substance ou en infusion: je l'ay éprouvée comme un tres-bon vermifuge, infusée dans le lait, aussi-bien que pour l'ascite, l'effet de cette maniere en est fort doux, d'autant que ce monstruë par sa viscosité, ne peut dissoudre de ce mixte, que ce qu'il a de plus velouté, pendant que ses parties roides restent dans le marc.

Cette qualité spécifique contre les vers, peut être attri-

buée à son extrême amertume, ou à quelqu'autre principe qui se trouve en cette plante, qu'on n'a pas encore dé-mêlé.

Il est constant même, comme l'ont fort bien remarqué ceux qui en ont écrit, qu'elle est un fort bon vulneraire appliquée sur les playes; & peut-être n'a-t-on point encore observé, comme j'ay fait, que la racine de cette plante donnée en poudre au poids de demie dragme, même une dragme, est un remede spécifique contre la dysenterie, & qu'elle fait assez l'effet de l'Ypecacuanha, quand on n'a pas laissé faire trop de progrès au mal; aussi ai-je remarqué que cette racine a quelque adftriction au goût indépendamment de son amertume.

Je viens présentement au détail de ce que j'ay observé dans les différentes décompositions de cette plante, d'où par la suite je tireray mes conséquences, qui peut être donneront lieu à d'autres de nous en donner leurs réflexions.

J'ay travaillé d'abord sur la Gratiole nouvellement arrachée de terre & pleine de suc; j'en avois quatre livres quinze onces avec les racines; je les ay séparées, elles ont pesées quatorze onces, & n'ont plus pesées que trois onces & demie après avoir été bien séchées: ces quatorze onces & demie de racines renfermoient donc dix onces & demie d'humidité.

Les quatre livres une once de tiges & feuilles séparées des racines, ont produit deux livres quatre onces de suc, qui après avoir été dépuré par résidence & passé par le filtre, ne s'est plus trouvé peser que deux livres une once & demie: les deux onces & demie de féces ont été réduites à tres-peu de chose après avoir été bien séchées, & le peu qu'il y en avoit m'a paru d'abord un peu salé, & sur la fin d'une amertume assez acre.

Ces tiges & feuilles après en avoir tiré par forte expression la quantité de suc cy-dessus marquée, n'ont plus pesées que vingt-quatre onces, & séchées qu'elles ont été dix onces & demie: ce marc contenoit donc encore trei-

ze onces & demie d'humidité qu'on n'avoit pû séparer par l'expression.

Ce suc ainsi dépuré étoit d'un verd pâle, comme ce qu'on appelle Celadon, & ce qui est surprenant peu amer, par comparaison à ce qu'est la plante dans son entier, aussi le marc est-il resté beaucoup amer.

J'ay réduit ces deux livres une once & demie de suc dépuré en sirop fort épais par le bain vapoureux : l'humidité que j'en ay tirée étoit d'une odeur assez agreable, insipide au goût, laissant pourtant quelque tems après un peu d'impression de chaleur sur la langue, accompagnée de secheresse.

J'ay mis cette espece de sirop épais, qui paroissoit tres-uni dans ses parties, dans une petite terrine de terre, & la terrine à la cave pendant un mois, après lequel j'ay trouvé au fonds & aux parois du vaisseau de petits globules qui résistoient un peu sous la dent, qui ne laissoient après de s'étendre & se fondre sur la langue assez facilement : ils étoient, aussi-bien que le reste du sirop, d'un salé acide, laissant sur la fin un peu d'amertume avec acreté & adstriction. C'étoit le sel essentiel de la plante.

Ce suc ainsi épaissi, & methodiquement desseché à chaleur tres-douce en consistance d'extrait tres-solide, s'est trouvé peser sept dragmes.

Cet extrait, quelque desseché & solide qu'il soit, s'humecte tres-aisément à l'air, & les parties exterieures de la masse se fondent toutes en sirop par succession de tems. Cela est assez ordinaire à tous ces extraits qui abondent en sels.

J'ay fait quelques essais de cet extrait autant que j'en ay trouvé l'occasion ; j'ay veritablement remarqué qu'il purgeoit, mais non-pas autant que je l'aurois crû : il a beaucoup poussé par les urines, n'a causé que quelques nausées, sans vomissement, encore ces nausées pouvoient-elles venir de la trop grande plénitude de ceux à qui j'ay donné cet extrait. La dose a été de 24 à 30 grains.

Comme presque toute l'amertume de cette plante m'a

parû être restée dans le marc des tiges & fétilles dont j'avois tiré le suc, j'ay inferé à bon titre que ce marc n'étoit pas entierement dépouillé ni dénué de toute la qualité de la plante ; & de fait, j'ay encore tiré de la moitié de ce marc (qui pesoit dix onces & demie) par nombre de décoctions & macerations faites avec l'eau, une once douze grains d'extract, j'en aurois donc tiré deux onces un scrupule ou environ, si j'avois employé la totalité. J'ay été bien-aîsé de garder de ce marc pour quelques autres expériences qui auront leur place dans une autre occasion.

Il est donc évident qu'on tire plus d'extract du marc de cette plante, toutes proportions gardées, par les décoctions, que l'on en tire du suc, puisque le suc de 4 liv. 2 onces de Gratiole n'a produit que sept dragmes d'extract, & que le marc de cette quantité en a donné deux onces une dragme & demie.

Ce dernier extract, à la différence du premier, est bien moins salé acide, d'une amertume considérable, avec beaucoup d'apreté, ce que n'est point l'autre, il purge aussi beaucoup plus à même dose.

Ce procédé d'extraire ainsi les extraits à l'égard des plantes succulentes, pour en avoir toute la qualité, nous prouve bien qu'il est plus à propos de les faire par les réitérées décoctions, qu'avec les sucS seulement, à moins toutefois que dans de certaines occasions l'on ne reconnût dans le suc de quelques plantes, quelque qualité qui seroit différente de celle qui seroit restée dans le marc, qui ne conviendrait point aux intentions.

Quelques Auteurs ont prétendu & nous ont décrit les extraits des plantes succulentes par les sucS dépurez ; mais probablement qu'ils n'avoient pas remarqué, comme je le viens de faire, ce qu'on pouvoit encore tirer d'extract du marc, après en avoir tiré le suc, j'ay été, comme eux, dans cette erreur, & j'en ay été tiré par mes expériences : ce qui y a contribué, c'est pour avoir plusieurs fois remarqué que les sirops de fleurs de pêchez & de roses faits avec leurs sucS, étoient moins purgatifs que les mêmes

sirops préparez de la seule décoction du marc desdites fleurs, dont même on avoit tiré le suc.

La raison en est assez sensible : les suc étant pleins de leur sel essentiel, ne sont point en état de délayer, d'étendre, de dissoudre & d'entraîner celui qui reste dans le marc ou parties ligneuses des plantes, lequel n'est souvent pas différent de l'autre ; & quand même il le seroit, il conviendrait souvent de l'y joindre, pour ne point dénaturer la qualité du mixte : d'où je croy pouvoir conclure, qu'il seroit plus à propos de faire les extraits des plantes succulentes & de leurs parties par les infusions, macérations & décoctions bien dépurées, qu'avec leurs suc.

Je ne prétens pas pour cela faire passer pour une règle absolue, cette méthode de faire les extraits des plantes succulentes ; car il y en auroit de telles, comme j'ay déjà dit, dont l'extrait du suc pourroit être différent en qualité de celui du marc, & que ne voulant avoir de la plante que l'une ou l'autre qualité, on seroit à la vérité obligé d'en faire d'abord l'extrait avec le suc, & ensuite avec la décoction du marc, pour s'accommoder de l'un ou de l'autre suivant les indications ; & alors c'est l'expérience qui doit guider celui qui les ordonne & qui les doit employer : car véritablement il y a nombre de mixtes qui ont en eux des vertus opposées.

J'ay continué mes observations sur la plante sèche avec des dissolvans differens. Seize onces de feuilles & tiges bien sèches, par les réitérées décoctions faites avec de l'eau & bien dépurées, ont produit quatre onces trois dragmes d'extrait tres-solide.

Le marc bien desséché n'a plus pesé que dix onces, ainsi l'on peut compter qu'il s'est perdu en seize onces que j'avois employées, une once cinq dragmes de matière, qui ne peuvent être que les terrestres & résidues des décoctions.

Je n'ay tiré de cinq onces de ce marc par l'esprit de vin que quarante-cinq grains d'extrait. Mes vûes dans cette opération étoient de connoître si cette plante contenoit

quelques principes, sur lesquels l'eau ne pouvoit pas mordre : l'on pourroit donc croire que cette petite quantité d'extrait seroit la partie résineuse de la plante, ce qui ne vaut pourtant pas la peine d'être comparé à celle que j'ay tirée en premier lieu avec l'eau. Il ne m'a paru après cela dans ce marc ainsi dépouillé aucune qualité, si ce n'est que quelque adstriction, & par la calcination que j'en ay faite, que quelques grains de sel fixe, dont on ne peut tirer d'autres conséquences, si ce n'est, comme je l'ay déjà dit, que les mixtes ainsi travaillez ne peuvent plus contenir que tres-peu ou point de parties salines.

Je remarqueray icy en passant qu'il a fallu cinq livres & demie de cette plante verte pour en avoir seize onces de sèche, & que les proportions de cet extrait de la plante sèche comparez avec celui fait avec le suc & avec les décoctions du marc, l'un & l'autre en même saison se rapportent assez en quantité aussi bien qu'en effets.

Pareille quantité de cette plante sèche n'a produit d'extrait fait avec l'esprit de vin, que deux onces un gros d'extrait tres-solide; ce qui nous prouve que l'esprit de vin tire plus de moitié moins d'extrait de cette plante que l'eau, ce qu'on ne peut attribuer qu'au peu d'effet que l'esprit de vin fait sur les parties salines; aussi cet extrait fait & préparé avec l'esprit de vin purge plus par les selles & avec plus d'irritation que celui qui est fait avec l'eau, qui non-seulement agit par les selles, mais encore beaucoup par les urines.

Ce marc dont j'ay tiré l'extrait avec l'esprit de vin après avoir été bien séché ne pesoit plus que douze onces, & a produit encore trois onces six dragmes d'extrait par les réitérées décoctions que j'en ay faites avec l'eau seule, partant ces seize onces de matiere m'ont produit par ces deux différentes extractions cinq onces sept dragmes d'extrait, c'est quelques dragmes de plus que celui fait avec l'eau seule.

D'où j'ose conclure, comme j'ay déjà fait, qu'en certains mixtes il est fort inutile de se servir d'esprit de vin
pour

pour en tirer les extraits, à moins que d'avoir pour cela des raisons particulieres.

J'ay fait le même travail sur la racine sèche : une once & demie de racines m'ont donné deux dragmes & demie d'extrait tres-solide, préparé avec le dissolvant aqueux.

Cet extrait au poids de 15 à 24 grains purge raisonnablement, mais non-pas tant que celui des feuilles ; & de pareille quantité desdites racines seches avec l'esprit de vin, je n'ay tiré que quatre scrupules d'extrait : le marc après avoir été bien séché étoit encore beaucoup amer, aussi en ai-je encore tiré avec l'eau plus d'une dragme d'extrait que l'esprit de vin n'avoit pû dissoudre.

J'ose en cela avancer, comme j'ay déjà fait en pareil cas, que si l'esprit de vin étoit tel qu'on le pouvoit souhaiter & sans flegme (ce qui n'est pas aisé) il tireroit peu de cette plante aussi-bien que de beaucoup d'autres de même nature, & que ce qu'il en a tiré & dissout n'est que par proportion à la quantité de flegme que l'esprit de vin contient, dont il est tres-difficile de le dégager entierement ; d'où je continuë de dire que cette plante ne contient que peu ou point de parties résineuses.

J'ay peu de chose à dire de l'analyse que j'ay faite de cette plante par la distillation ordinaire, n'y ayant rien remarqué d'extraordinaire, ni qui fût bien différent des autres que j'ay cy-devant travaillées de même.

Neanmoins pour observer le même ordre, j'ay mis dans le bain vapoureux quatre livres de feuilles & racines recentes de Gratiolle ; j'en ay distillé avec ordre plusieurs portions presqu'à siccité de la plante : toutes ces portions m'ont paru assez semblables au goût, à l'odorat & aux effets sur les essais ; j'ay retiré la matiere sèche du bain de vapeur pesant vingt-cinq onces & demie, je l'ay mise dans la cornuë au reverbere clos & par un feu gradué, j'en ay tiré d'abord une liqueur un peu teinte, un peu amere & un peu acide, & successivement les autres devenant à proportion plus colorées & plus acides, sentant beaucoup l'Empyzome : la dernière portion étoit un peu volatile, mêlée d'une huile noire.

Toutes ces portions ont produit sur les essais les effets ordinaires : la masse noire restée dans la cornue ne pesoit plus que sept onces six dragmes , & après la calcination parfaite une once & demie , dont j'ay tiré à la maniere ordinaire quatre gros & demi de sel fixe.

M E T H O D E

De déterminer les longitudes des lieux de la terre par les Eclipses des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune , pratiquée en diverses observations.

PAR M. CASSINI le fils.

1705.
22. Avril.

Les observations Astronomiques qui peuvent servir à trouver les longitudes de la terre avec une assez grande précision , meritent d'être employées à cet usage si necessaire à la perfection de la Geographie & de la Navigation.

Les anciens se servoient des Eclipses de Lune observées en même tems en differens lieux de la terre. Mais Ptolemée dans sa Geographie se plaint que de son tems on n'avoit que tres-peu de ces observations , & ne parle que d'une Eclipse observée à Arbelle ville celebre par la victoire remportée par Alexandre en ce lieu-là , où il dit qu'elle arriva à 5 heures , & à Carthage à 2 heures , sans déterminer l'année ni le jour.

Pline rapporte aussi une Eclipse de Lune observée à Arbelle au tems de la victoire d'Alexandre à 2 heures , & en Sicile au lever de la Lune.

La rareté de ces observations obligeoit les Geographes à déterminer les longitudes par l'estime de la longueur des voyages , dans lesquelles on étoit si peu d'accord , que Marin Tirien , un des plus celebres Geographes de son tems , faisoit la longitude comprise entre les Isles Fortu-

nées & l'extrémité Orientale de la Chine de 225 degrez, au lieu que Ptolémée la trouvoit moins de 180, de sorte qu'il y avoit entre l'un & l'autre une difference de plus de 45 degrez.

On a depuis observé un assez grand nombre d'Eclipses de Lune en differens lieux, & particulierement dans les deux derniers siècles. On ne comparoit d'abord que le commencement & la fin de ces Eclipses observées en divers lieux, dans lesquelles il y avoit beaucoup d'ambiguité, à cause de la difficulté de distinguer l'ombre véritable de la terre qui arrive par la perte de presque tous les rayons du Soleil, de la penombre que l'on voit avant & après l'Eclipse véritable. On y a depuis ajouté l'Observation de l'Immersion & de l'Emerfion des Taches de la Lune dans l'ombre que l'on apperçoit avec plus d'évidence, ce qui donne le moyen de comparer ensemble un plus grand nombre de Phases, & de déterminer avec plus de précision la difference des Meridiens.

Depuis que l'on a trouvé la theorie du mouvement des Satellites de Jupiter, & que l'on a dressé des Tables pour déterminer leurs Eclipses qui sont tres-frequentes, on a expérimenté qu'elles sont plus faciles à déterminer avec exactitude que celles de la Lune auxquelles on les a préféré pour cet usage, & l'Academie Royale des Sciences les a pratiquées avec ses correspondans en toutes les quatre parties du monde, ce qui a servi à corriger les grandes erreurs qui se sont trouvées dans les Cartes Geographiques.

On a enfin déterminé par une methode nouvelle & exacte les longitudes d'un grand nombre de Villes considerables par les Eclipses du Soleil, qui ont été exposées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences.

Après avoir pratiqué toutes ces methodes, je me suis appliqué à déterminer les longitudes de divers lieux par les Eclipses des Etoiles fixes & des Planetes par la Lune, dont l'on n'avoit fait encore aucun usage par la methode que je vais donner, & je les ay comparées avec celles

qui avoient été déterminées par diverses autres observations faites dans les mêmes lieux, afin de pouvoir connoître quelle est la précision que l'on peut attendre de ces sortes d'observations.

Cette methode quoyque fondée sur le même principe que celle que mon Pere a inventée pour calculer les Eclipses du Soleil, ne laisse pas d'en differer en plusieurs circonstances.

Premierement, parceque le centre du Soleil est toujours dans l'Ecliptique sans latitude, au lieu que les Etoiles fixes & les Planetes en ont presque toujours.

En second lieu, parceque dans les Eclipses du Soleil & dans ses autres conjonctions & oppositions avec la Lune, le mouvement apparent de la Lune est plus regulier, son diametre apparent & sa parallaxe plus faciles à déterminer qu'à diverses distances du Soleil.

En troisième lieu, parceque la révolution journaliere du Soleil qu'il faut employer pour la recherche des longitudes, est celle qui mesure le tems dans lequel consiste la difference des Meridiens recherchée, au lieu que la révolution journaliere des Etoiles fixes ou des Planetes qu'il faut aussi employer dans la recherche des longitudes, n'est pas celle qui mesure le tems, quoyque la difference ne soit pas si grande qu'on ne la puisse souvent negliger sans erreur sensible.

En plusieurs autres circonstances la methode de se servir des Etoiles fixes est plus simple que celle qui emploie le Soleil, où il faut mettre en usage son mouvement propre, son diametre & sa parallaxe; ce qui n'arrive point dans les Eclipses des Etoiles fixes, dont le diametre apparent, même par les Lunettes que l'on emploie à cet usage, n'est que de quelques secondes, qui n'ont point de parallaxe sensible, & dont le mouvement propre ne se peut point appercevoir dans l'espace d'un jour.

Dans les Eclipses des Planetes par la Lune, il faut avoir égard à leur mouvement propre, à leur diametre apparent, & quelquefois à leur parallaxe lorsqu'elles sont près de la terre.

Ces diverses circonstances auxquelles il a fallu avoir égard pour employer les observations de ces Eclipses à déterminer les longitudes, m'ont porté à en décrire la méthode de la manière qui m'a paru la plus aisée à pratiquer, après avoir donné une idée générale de la théorie de ces Eclipses.

L'on considère d'abord que les rayons qui viennent du centre de l'Etoile *E* (*vide* 1. *Fig.*) & qui vont terminer en cone à la circonférence de la terre, passant par l'orbe de la Lune y occupent un espace circulaire *OB*, dont chaque point répond à quelque point de la terre *AC*, & y forment une projection de l'hémisphère de la terre qui est exposé directement à l'Etoile. Lorsque cette Etoile est fixe & qu'elle n'a par conséquent aucune parallaxe sensible, alors les rayons qui forment cette projection peuvent passer pour parallèles, & l'espace qu'ils occupent dans l'orbe de la Lune est censé égal à celui qui est compris par la circonférence de la terre; de sorte que le demi-diamètre de la terre vu de la Lune que l'on sçait être égal à la parallaxe horizontale de la Lune, est égal au demi-diamètre de cette projection.

Si cette Etoile avoit quelque parallaxe sensible, comme il arrive à quelques Planètes, principalement lorsqu'elles sont dans leur Périgée; alors le demi-diamètre de cette projection seroit plus petit que le demi-diamètre de la terre de la grandeur de cet angle, qu'il faudroit par conséquent retrancher de la parallaxe horizontale de la Lune.

Lorsque la Lune par son mouvement propre passe par l'endroit de son orbe où les rayons de l'Etoile ont formé cette projection de la terre, il est évident qu'elle interceptera les rayons de l'Etoile aux lieux de la terre qui répondent à chaque endroit de la projection par où elle passera, qui verront l'Eclipse de l'Etoile dans cet instant; & comme son mouvement propre se fait de l'Occident vers l'Orient, ceux qui sont à l'Occident l'apercevront ordinairement les premiers, & elle sera vue successivement par les pays qui sont à l'Orient.

Pour déterminer quels sont les lieux qui doivent appercevoir cette Eclipsé, il est nécessaire de représenter dans cette projection les lieux de la terre qui y répondent.

Soit donc AB le demi-diamètre du disque de la terre projeté dans l'orbe de la Lune, (*v. Fig. 2.*) l'Etoile en A dans le centre de cette projection, CV le cercle de déclinaison qui passe par l'Etoile & par le pôle du monde.

Si l'Etoile étoit sur l'Equinoxial sans aucune déclinaison, alors le rayon qui part du centre de l'Etoile & passe par le centre de la projection rencontreroit sur la surface de la terre quelque point de l'Equinoxial, & par conséquent l'Equinoxial seroit représenté dans la figure circulaire de la projection par un diamètre comme OB , & les deux pôles qui en sont éloignés de 90 degrés seroient sur la circonférence, le pôle Septentrional dans la partie supérieure en C , & le pôle Meridional dans l'inférieure en V . Les parallèles de chaque lieu de la terre seroient aussi représentées par des lignes droites parallèles à ce diamètre.

Mais si l'Etoile a quelque déclinaison de l'Equinoxial, alors le rayon qui va de l'Etoile au centre de la projection, termine à un point sur la terre dont la latitude répond à la déclinaison de l'Etoile, & qui par conséquent est éloigné de l'Equateur, lequel dans ce cas doit être représenté de même que les parallèles par des Ellipses, plus ou moins ouvertes, selon que la déclinaison est plus ou moins grande; & les pôles de la terre qui dans le premier cas étoient sur la circonférence du cercle, doivent être placés entre le centre & la circonférence.

L'on détermine la situation du pôle Septentrional, en prenant de côté & d'autre du point C des arcs CD , CE , égaux à la déclinaison de l'Etoile, & tirant la ligne DE qui coupe le cercle de déclinaison CV au point P .

Lorsque cette déclinaison est Septentrionale, alors l'Equinoxial doit être placé dans la Figure au-dessous du diamètre vers le midy; en sorte que le point A qui représente le lieu de l'Etoile soit à son égard au Septentrion, & par conséquent le pôle Septentrional sera en P dans l'hémis-

phere exposé à l'Etoile que j'appelle l'hémisphère supérieur.

Au contraire lorsque la déclinaison est Meridionale, alors l'Equinoxial doit être placé au-dessus du point *A*, & par conséquent le pôle Septentrional *P* sera de l'autre côté dans l'hémisphère inférieur.

Il faut maintenant considérer que pendant le tems de chaque Eclipsé, le même lieu de la terre doit être représenté à diverses heures à divers endroits de son parallèle, à cause de la révolution journalière, soit qu'on l'attribue à l'Etoile & à l'orbe de la Lune dont le mouvement journalier est d'Orient en Occident, suivant l'hypothèse des anciens, ou à la révolution du globe de la terre dans le même espace de tems d'Occident vers l'Orient, suivant l'hypothèse moderne, qui représente le mouvement de chaque lieu de la terre suivant son parallèle.

L'on trace les parallèles de chaque lieu en prenant de côté & d'autre des points *D, C, E*, les arcs *CQ, CT, DF, DI* & *EH, EG* égaux au complément de la latitude du lieu dont l'on veut décrire les parallèles, & tirant par les points *H, I, Q, T, F, G* les lignes *HI, QT, FG* qui sont parallèles à *AB*, & coupent le cercle de déclinaison *CV* aux points *K, X, L*. Les deux extrêmes *K* & *L* terminent le petit diamètre de l'Ellipse; en sorte que le point *L* est au-dessus de la figure dans l'hémisphère exposé à l'Etoile & le point *K* au-dessous dans l'hémisphère inférieur, lorsque la déclinaison de l'Etoile est Septentrionale. Tout au contraire, lorsque la déclinaison est Meridionale, le point *K* est dans l'hémisphère exposé à l'Etoile, & le point *L* dans l'hémisphère inférieur.

Divisant *KZ* en deux, l'on a le centre de l'Ellipse en *Z*, par lequel si l'on tire la droite *MN* parallèle à *QT*, & terminée en *M* & *N* par les perpendiculaires *QM* & *TN*, en sorte que *MN* soit égale à *QT*, la ligne *MN* est le grand diamètre de l'Ellipse qui passe par les points *M, K, N, L*, & qui représente le parallèle du lieu cherché.

Lorsque l'Etoile passe par le Meridien d'un lieu dont

l'on a décrit le parallele, alors le Meridien de ce lieu concourt avec le cercle de declinaison de l'Etoile qui est représenté dans cette figure par le diametre CV , qui passe par le pole P & par l'Etoile en A . Et comme la situation de chaque lieu sur la terre se détermine par l'intersection de son Meridien avec son parallele, ce lieu doit être alors placé dans la figure, dans l'intersection de CV avec la partie de l'Ellipse exposée à l'Etoile qui est en Z , lorsque la declinaison de l'Etoile est Septentrionale, & en K lorsqu'elle est Meridionale.

Supposant que le cercle de declinaison de l'Etoile soit fixe, quelque tems après le Meridien du lieu dont l'on a décrit le parallele decline vers l'Orient de ce cercle; de sorte qu'ayant marqué dans l'intersection du parallele avec le cercle de declinaison l'heure du passage de l'Etoile par le Meridien, il faudra marquer l'heure suivante & les autres de suite d'Occident en Orient, qui représenteront dans cette projection le lieu apparent de l'Etoile à ces heures différentes.

Pour marquer ces heures sur les Ellipses qui représentent les paralleles, il faut décrire du centre Z à l'intervalle du grand diametre ZM , un cercle qu'on divisera en 24 parties, & tirer de ces divisions des perpendiculaires à ce diametre, qui diviseront l'Ellipse en autant de parties. L'intervalle entre ces divisions sera d'une heure moins 10 secondes dans les Eclipses des Etoiles fixes, à cause qu'elles font leur révolution en 23 heures & 56 minutes. L'on peut dans la pratique negliger ces secondes, qui sont peu sensibles sur le parallele.

Le pole du monde & les paralleles divisez en heure étant représentez dans cette projection, il faut décrire ensuite la trace du mouvement propre de la Lune. Cette trace est différente en divers mois. Elle est toujours représentée par une ligne qui ne diffère pas sensiblement d'une ligne droite, mais qui passe dans les diverses conjonctions de la Lune avec la même Etoile à diverses distances du centre, & avec des inclinaisons différentes aux lignes droi-

ces qui représentent les diamètres de l'Equinoxial & des parallèles. Le mouvement horaire de la Lune par ces traces différentes, est aussi différent d'un mois à l'autre ; ce qui arrive à cause de sa diverse distance à l'Apogée & au Périgée de la Lune & du Soleil, de même qu'à ses conjonctions, oppositions & quadratures avec le Soleil, qui sont autant de termes d'inégalité du mouvement propre de la Lune.

Pour décrire la trace de la Lune pour le tems proposé, l'on cherchera la parallaxe horizontale de la Lune, que l'on trouvera ou par les Tables, ou par l'observation du demi-diamètre de la Lune dans le tems de l'observation, & l'on divisera le demi-diamètre AB en autant de parties qu'il y a de minutes dans la parallaxe.

L'on cherchera aussi l'ascension droite & la déclinaison de l'Etoile pour le tems de la conjonction, de même que l'ascension droite & la déclinaison de la Lune pour ce tems, & pour quelques heures avant ou après. Il est avantageux d'avoir l'ascension droite & de la déclinaison de l'Etoile par le moyen des observations immédiates.

L'on prendra la différence entre l'ascension droite de la Lune & de l'Etoile à diverses heures, & on la réduira en degrez & minutes d'un grand cercle que l'on prendra sur les divisions de la ligne AB , & on la portera de A vers B , si l'ascension droite de la Lune est plus petite, & de A vers O , si elle est plus grande. Ayant ainsi marqué divers points comme b, d, e , l'on élèvera sur AO les perpendiculaires br, ds, eh , sur lesquelles l'on prendra la différence entre la déclinaison de l'Etoile & celle de la Lune aux heures marquées, que l'on portera de A vers C lorsque la déclinaison de l'Etoile est Septentrionale, & en même tems plus petite que celle de la Lune ; car si elle étoit plus grande, il faudroit la marquer de A vers V . Au contraire si la déclinaison de l'Etoile & de la Lune est Meridionale, alors il faut marquer la différence de leur déclinaison de A vers C lorsque la déclinaison de l'Etoile est plus grande que celle de la Lune, & de A vers V lorsqu'elle est plus petite.

Il peut arriver aussi que l'Etoile & la Lune étant fort près de l'Equateur, la déclinaison de la Lune & celle de l'Etoile soient l'une Meridionale & l'autre Septentrionale; & alors il faut prendre leur somme, que l'on portera de *A* vers *C* lorsque la déclinaison de la Lune est Septentrionale, & de *A* vers *V* lorsqu'elle est Meridionale. La situation de la Lune à l'égard de l'Etoile étant ainsi déterminée à ces diverses heures, l'on tirera la ligne *hst*, qui représente la trace que le centre de la Lune a décrit en passant par la projection du disque de la terre dans son orbe. L'on divisera chaque intervalle horaire en 60 minutes, & l'on marquera sur cette trace les heures auxquelles l'on a déterminé l'ascension droite & la déclinaison de l'Etoile. Ces heures seront disposées suivant la suite des signes, & sont celles que l'on compte pour le Meridien du lieu auquel l'on veut comparer les observations faites en divers autres endroits.

Le centre de la Lune faisant son mouvement sur cette trace d'Occident en Orient, son bord Oriental rencontrera successivement divers points des paralleles qui se trouvent sur sa route, auxquels il interceptera les rayons de l'Etoile, & c'est à quoy l'on a égard pour déterminer les longitudes. Car chaque Observateur comptant dans l'instant que le bord de la Lune lui intercepte les rayons de l'Etoile, c'est à dire, dans l'instant qu'il observe l'Eclipse l'heure qui est marquée sur son parallele, la difference qui est entre cette heure & celle qui est marquée sur la trace de la Lune, laquelle est décrite pour un Meridien déterminé, est la difference entre le Meridien de ce lieu, & le Meridien fixe auquel l'on compare les autres observations. Il en est de même lorsqu'après que l'Etoile a été couverte pendant un certain tems, la Lune vient à la quitter par son bord Occidental.

Pour déterminer le tems de ces Phases, l'on prend sur *AB* avec un compas les minutes du demi-diametre de la Lune, & posant une pointe sur le parallele à l'heure que l'on a observé l'Immersion de l'Etoile, l'on porte à cet

intervalle vers l'Orient l'autre pointe sur l'orbite de la Lune.

L'on place aussi sur le même parallèle une pointe du compas à l'heure que l'on a observé l'Emerfion, & l'on porte l'autre vers l'Occident sur la trace de la Lune.

Si l'on a déterminé exactement le lieu de la Lune, ou par des observations immédiates, ou par des Tables, les pointes du compas marqueront sur l'orbite de la Lune les mêmes heures que sur le parallèle, puisque lorsque l'Etoile nous a paru entrer dans la Lune ou en sortir, elle étoit éloignée du centre de la Lune de la grandeur de son demi-diametre : mais s'il y a quelque différence, comme il arrive souvent lorsque l'on se sert des Tables, à cause que l'on ne peut pas déterminer le lieu de la Lune avec la précision avec laquelle l'on calcule les Eclipses de la Lune & du Soleil, la Lune ayant deux équations hors de ses conjonctions & oppositions avec le Soleil : Alors il faut corriger le lieu de la Lune en cette maniere.

L'on place une pointe du compas sur l'heure à laquelle l'on a observé l'Immerfion, & l'on décrit à l'intervalle du demi-diametre de la Lune un arc de cercle vers l'Occident.

L'on place ensuite une pointe du compas sur l'heure du parallèle à laquelle l'on a observé l'Emerfion, & l'on décrit au même intervalle un arc de cercle vers l'Orient. L'on prend ensuite sur les divisions horaires de la trace de la Lune, l'intervalle qui s'est écoulé entre les deux observations, qui est le tems de la durée de l'Eclipse, & on le place en a & β , en sorte que la ligne $a\beta$ terminée par les deux arcs de cercle soit parallèle à l'orbite de la Lune. L'on marque en a l'heure de l'Immerfion, & en β celle de l'Emerfion, & l'on divise cet intervalle en minutes, qui sont de la même grandeur que celles qui étoient marquées sur l'orbite b, s, r .

Supposant l'observation exacte, cette ligne $a\beta$ représente la trace véritable de la Lune. Car la direction de l'orbite de la Lune, & son mouvement horaire tiré des

Tables dont l'on se sert dans cette correction, ne peuvent pas différer sensiblement de la direction de l'orbite & du mouvement horaire véritable.

L'orbite de la Lune étant ainsi corrigé, si l'on veut connaître la différence des Meridiens entre le lieu pour lequel on a déterminé la situation de la Lune, & un autre où l'on a observé la même Eclipsé; il faut placer sur le parallèle de ce lieu une pointe de compas sur l'heure à laquelle l'on a observé l'Immersion de l'Etoile, & décrire vers l'Occident à l'intervalle du demi-diamètre de la Lune, un arc de cercle qui coupe la trace véritable du centre de la Lune $\alpha\beta$ prolongée, s'il est nécessaire, de côté ou d'autre. La différence qui est entre l'heure marquée sur la trace de la Lune par cette intersection & l'heure de l'observation, est la différence des Meridiens entre le lieu de l'observation & celui au Meridien duquel l'on a déterminé le lieu de la Lune: car l'heure où la pointe du compas est placée sur le parallèle d'un lieu, est celle que l'Observateur compte dans l'instant de l'observation; & l'heure où est placée l'autre pointe du compas sur la trace de la Lune, est celle que l'on compte au même instant dans le lieu au Meridien duquel l'on a déterminé la situation de la Lune. Or la différence entre l'heure que l'on compte en divers lieux dans le même instant, est la différence des Meridiens.

L'on détermine aussi la différence des Meridiens par l'observation de l'Emerision, en plaçant une pointe du compas sur le parallèle à l'heure de l'observation, & portant l'autre pointe vers l'Orient. La différence entre les heures marquées par ces pointes, est la différence des Meridiens qui doit être la même que celle qui résulte de l'Immersion, supposé que la figure ait été décrite exactement, & que les observations aient été faites avec soin de part & d'autre.

Voicy diverses observations d'Eclipses des Etoiles fixes & des Planètes par la Lune qui ont été faites depuis quelques années, comparées à celles qui ont été faites en même tems par nos Correspondans en diverses Villes, à Mar-

feuille par le P. Laval Jesuite & par le P. Fetillée Minime, & à Bologne par M^r Manfredi & Stancari. Quelques-unes de ces observations ont été inférées dans les Memoires de l'Academie Royale des Sciences.

La premiere est une Eclipsé de l'œil du Taureau Aldebaram par la Lune, qui fut observée en même tems à Paris & à Bologne le 19 Aoust 1699.

1^h 41' 30" du matin à Paris Immersion d'Aldebaram dans la partie claire de la Lune.

2^h 19' 20" Emerision d'Aldebaram de la partie obscure de la Lune.

2^h 6' 39" du matin à Bologne Immersion d'Aldebaram dans la partie claire de la Lune.

3^h 5' 25" Emerision de la partie obscure.

Ayant dressé une figure de la maniere qui a été décrite cy-dessus, où l'on a déterminé le pole Septentrional, les paralleles de Paris & de Bologne, & la trace que la Lune a décrite en passant par la projection de la terre dans son orbe, l'on a déterminé par l'Observation de l'Immersion la difference des Meridiens entre Paris & Bologne de 36' 53" d'heure, & par l'Emerision de 36' 35".

La seconde observation est l'Eclipsé de la même Etoile par la Lune, qui a été faite en même tems à Bologne & à Marseille le 2 Janvier 1700.

6^h 31' 33" du soir à Marseille Immersion d'Aldebaram dans la partie obscure de la Lune.

7^h 42' 32" à Marseille Emerision de la partie claire.

7^h 3' 42" à Bologne Immersion dans la partie obscure.

8^h 16' 32" Emerision.

Cette Eclipsé n'ayant point été observée à Paris, l'on a tracé dans la Figure qui represente la projection de la terre dans l'orbe de la Lune les paralleles de Marseille & de Bologne, & l'on y a décrit la trace de la Lune pour le Meridien de Marseille.

Par l'observation de l'Immersion dans la partie obscure, l'on a déterminé la difference des Meridiens entre Bologne & Marseille de 24' 22", & par celle de l'Emerision de 24' 2".

Prenant le milieu entre ces différences, & y ajoutant la différence des Meridiens entre Paris & Marseille, que l'on a déterminé par les Satellites de Jupiter de $12' 30''$, l'on aura la différence des Meridiens entre Paris & Bologne de $36' 42''$ peu différente de celle que l'on a trouvée par les observations précédentes.

Il faut remarquer icy qu'il y a une erreur dans l'observation d'Aldebaram faite à Bologne le 2 Janvier 1700, rapportée dans les Memoires de l'Academie 1701, où il faut lire $7^h 3' 42''$ à la place de $7^h 3' 32''$, & $8^h 16' 32''$ à la place de $8^h 12' 23''$.

La troisième observation est aussi une Eclipsé d'Aldebaram qui a été observé à Paris, à Perpignan, à Marseille & à Bologne le 16 Fevrier 1701.

• Nous étions alors à Perpignan occupez à prolonger la ligne Meridienne de l'Observatoire.

$6^h 30' 18''$ du soir à Perpignan Immersion d'Aldebaram dans la partie obscure de la Lune.

$7^h 44' 10''$ Emerfion d'Aldebaram de la partie claire.

$6^h 43' 8''$ à Paris Immersion d'Aldebaram à quelques secondes près, à cause des nuages qui couvrirent ensuite le Ciel, de sorte qu'on ne pût observer l'Emerfion.

$6^h 46' 18''$ à Marseille Immersion d'Aldebaram.

$7^h 58' 23''$ Emerfion.

$7^h 21' 19''$ à Bologne Immersion d'Aldebaram.

$8^h 30' 13''$ Emerfion.

Cette Eclipsé ayant été observée en quatre endroits différens, je l'ai choisie pour donner un exemple de la methode qu'il faut pratiquer pour déterminer les longitudes par ces sortes d'observations.

Ayant décrit le cercle $OCBV$ qui représente la projection du disque de la terre dans l'orbe de la Lune, j'ay tiré à angles droits les deux diametres OB , CV , dont l'un représente le cercle de declinaison, & l'autre le diametre de l'Equinoxial. L'on a divisé OB en minutes, enforte que AB soit égale à la parallaxe horizontale de la Lune qui

étoit alors de $58^{\circ} 5'$. J'ay pris de côté & d'autre du point C , CD , CE , égales à la déclinaison Septentrionale d'Aldebaram qui étoit alors de $15^{\circ} 52' 10''$, & j'ay tiré la ligne DE qui coupe le cercle de déclinaison au point P , qui représente le pôle Septentrional, lequel est dans ce cas dans l'hémisphère exposé à l'Etoile. J'ay pris de côté & d'autre des points D, C, E ; CQ, CT, DF, DT, EH, EG égales à $41^{\circ} 9' 50''$ complément de la hauteur du pôle de Paris, & j'ay tiré les lignes HKI, QT, FG . Ayant ensuite divisé KL en deux parties égales en Z , j'ay tiré par Z la ligne MZN parallèle à QT , sur laquelle j'ay abaissé les deux perpendiculaires QM & TN , & j'ay tracé par les points $DMKN$ une Ellipse qui représente le parallèle de Paris. La hauteur du pôle de Perpignan étant connue de $42^{\circ} 41'$, celle de Marseille de $43^{\circ} 17'$ & celle de Bologne de $44^{\circ} 30'$, j'ay décrit de la même manière les Ellipses qui représentent les parallèles de ces Villes, & j'ay placé dans les intersections Z, I , de la partie supérieure de ces Ellipses avec le cercle de déclinaison CV , l'heure du passage de l'Etoile par le Meridien qui est arrivé à Paris à $6^h 18' 15''$.

Le passage de la Lune par le Meridien fut observé à Paris le 16 Fevrier à $6^h 17' 20''$, & la hauteur Meridienne de son bord supérieur de $57^{\circ} 0' 0''$; ce qui donne son ascension droite de $64^{\circ} 29' 20''$, & sa déclinaison Septentrionale de $16^{\circ} 5' 26''$. L'ascension droite d'Aldebaram étoit alors de $64^{\circ} 44' 0''$, & sa déclinaison Septentrionale de $15^{\circ} 52' 10''$. La différence entre l'ascension droite de l'Etoile & celle de la Lune étoit donc à $6^h 17' 20''$ à Paris de $14' 40''$, & la différence de déclinaison de $13' 15''$.

Les minutes de la différence d'ascension droite étant sur un parallèle, on les a réduites en minutes de degré d'un grand cercle, & l'on a eu $14' 5''$ que l'on a pris sur les divisions de AB , & que l'on a porté de A vers B , à cause que l'ascension droite de la Lune étoit plus petite que celle d'Aldebaram. L'on a réduit aussi en minutes d'un grand cercle le mouvement horaire de la Lune en ascension droite, calculé par les Tables, & corrigé par les observations,

qui étoit alors de $33' 0''$, & l'on a eu $31' 42''$ que l'on a porté de b en d , & de d en e . La déclinaison Septentrionale de la Lune étant plus grande que celle d'Aldebaram, l'on a élevé des trois points déterminez par l'ascension droite des perpendiculaires de A vers C , sur lesquelles l'on a pris la difference entre la déclinaison de l'Etoile & celle de la Lune qui convient à chaque heure, & qui étoit à $6^h 17' 20''$ de $13' 15''$, à $7^h 17' 20''$ de $19' 15''$, & à $8^h 17' 20''$ de $25' 15''$, & l'on a tiré par ces trois points une ligne qui représente la trace que le centre de la Lune a décrite depuis $6^h 17' 20''$ jusqu'à $8^h 17' 20''$. Après avoir divisé chacune de ces heures en 60 minutes, l'on a pris sur les divisions de la ligne $AB 15' 33''$, qui sont égales au demi-diametre horizontal de la Lune, & ayant placé une des pointes du compas à $6^h 30' 18''$, qui est le tems que l'on a observé l'Immersion d'Aldebaram à Perpignan, l'on a décrit vers l'Occident un arc de cercle qui a coupé l'orbite de la Lune à $6^h 29' 0''$. L'on a ensuite porté une des pointes du compas à $7^h 44' 10''$ heure de l'Emerfion, & l'on a décrit vers l'Orient un autre arc de cercle qui a coupé l'orbite à $7^h 44' 30''$, ce qui donne le tems de la durée de l'Eclipse de $1^h 12' 30''$ plus petit d'une minute & 10 secondes que celui qu'on a trouvé par l'observation; ce qui marque que la trace de la Lune décrite cy-dessus n'est pas dans sa situation exacte, & qu'il est nécessaire d'y faire quelque correction. Supposant donc l'inclinaison de l'orbite & son mouvement horaire déterminez exactement, l'on a pris sur l'orbite de la Lune $1^h 13' 50''$ durée de l'Eclipse, & on les a placez entre les deux arcs de cercle qui ont été décrits cy-dessus, en sorte que la ligne terminée par ces arcs fût parallele à la premiere trace de la Lune. Cette ligne représente l'orbite véritable de la Lune que l'on a plongé de côté & d'autre, & sur laquelle l'on a marqué les heures qui répondent au Meridien de Perpignan.

Pour déterminer presentement la difference des Meridiens entre Perpignan & Paris, l'on a placé une pointe du compas sur la parallele de Paris à $6^h 43' 8''$ heure de l'Immersion,

merſion, & l'on a porté à l'intervalle du demi-diametre de la Lune l'autre pointe ſur l'orbite, où elle a marqué $6^h 45' 50''$: la difference entre ces heures qui eſt de $2' 42''$, eſt la difference des Meridiens entre Paris & Perpignan, dont Perpignan eſt plus à l'Orient, à cauſe que l'heure marquée ſur la trace de la Lune eſt plus grande que ſur le parallele de Paris.

L'on a déterminé de la même maniere la difference des Meridiens entre Perpignan & Marſeille par l'Immerſion de $10' 28''$ & par l'Emerſion de $10' 18''$, & entre Perpignan & Bologne par l'Immerſion de $33' 39''$ & par l'Emerſion de $34' 23''$.

En prenant un milieu entre les differences qui réſultent des obſervations de Marſeille & de Bologne, & y ajoutant la difference des Meridiens entre Paris & Perpignan que l'on a déterminé par les triangles de la Meridienne de $2' 12''$, l'on aura la difference des Meridiens entre Paris & Marſeille de $12' 35''$, & entre Paris & Bologne de $36' 13''$, ce qui s'accorde à celles que l'on a trouvé par pluſieurs obſervations des Satellites de Jupiter.

La quatrième obſervation eſt une Eclipſe de Jupiter par la Lune, qui fut obſervée en plein jour à Paris & à Bologne le 27 Juillet 1704.

$1^h 22' 57''$ après midy à Paris le bord précédent de Jupiter touchoit le bord éclairé de la Lune.

$1^h 24' 20''$ Jupiter eſt entré entierement,

$2^h 7' 29''$ Jupiter eſt entierement forti,

$2^h 6' 18''$ à Bologne Jupiter touchoit le bord éclairé de la Lune.

$2^h 7' 48''$ Jupiter eſt entré entierement.

$2^h 51' 38''$ Jupiter eſt entierement forti.

Le diametre de Jupiter qui étoit d'environ 45 ſecondes étant ſenſible, l'on y a eu égard dans la comparaiſon de cette obſervation. L'on a eu auſſi égard à ſon mouvement en aſcenſion droite & en declinaïſon ; mais on a negligé la parallaxe, qui n'étant que de deux ſecondes, ne peut pas diminuer ſenſiblement la projection de la terre dans l'orbe de la Lune,

Par la premiere observation faite de part & d'autre lorsque Jupiter touchoit la Lune, l'on a déterminé la différence des Meridiens entre Paris & Bologne de $36' 18''$ d'heure, par la seconde de $36' 18''$ précisément de même que par la précédente, & par la troisième de $35' 48''$.

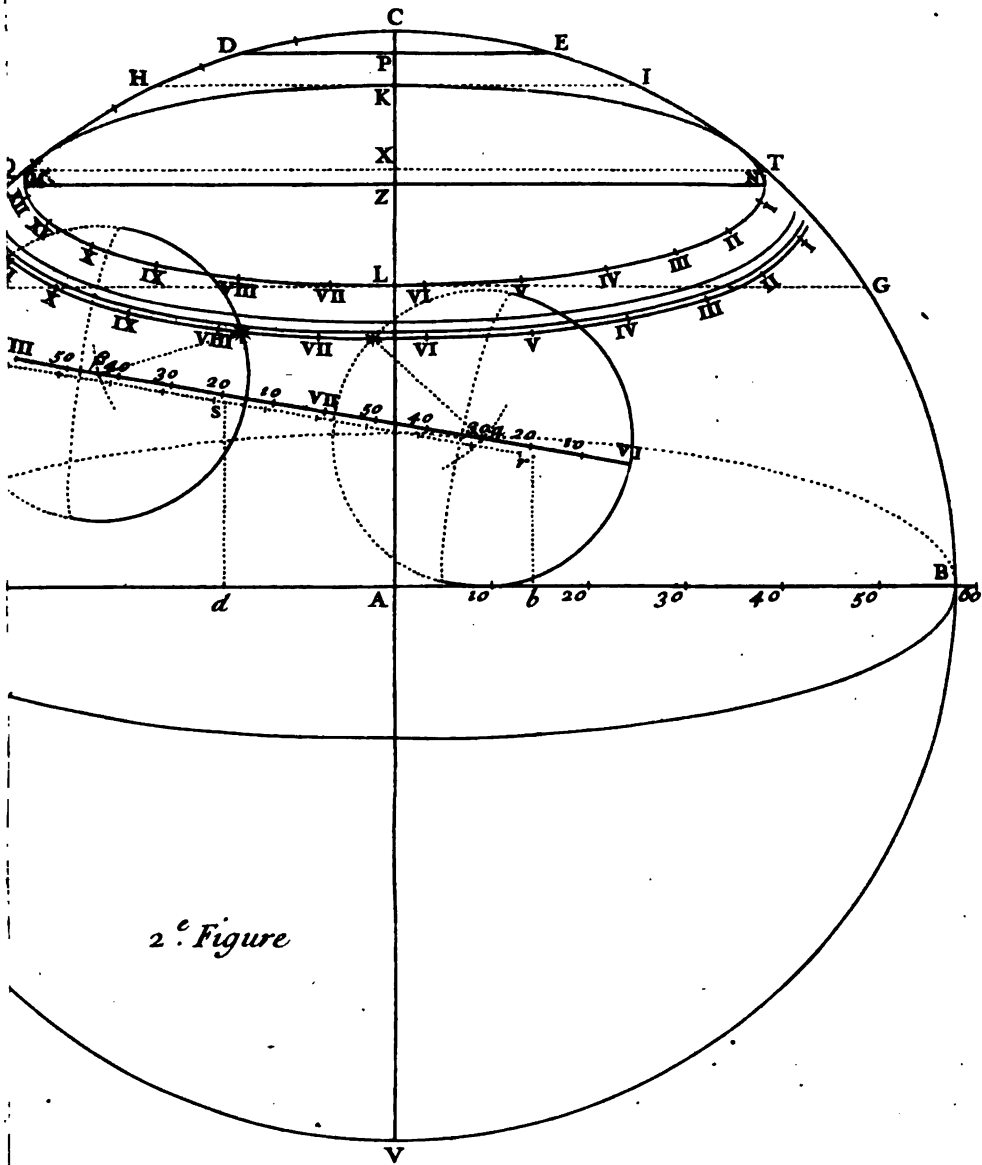
Toutes les observations que je viens de rapporter s'accordent à déterminer les différences des Meridiens à quelques secondes près de celles qui résultent des observations des Satellites de Jupiter, que l'on a jugé jusqu'à présent les plus propres à cet usage; ce qui fait voir l'utilité que l'on peut tirer de ces sortes d'observations.

L'on peut se servir non-seulement des Etoiles principales qui sont à 5 ou 6 degrez de côté & d'autre de l'Ecliptique, & qui se voient avec la Lune par de petites Lunettes, même des Etoiles moins considerables qui sont à cette distance de l'Ecliptique en employant de plus grandes Lunettes, & se préparant de concert pour observer le tems de leur conjonction avec la Lune.

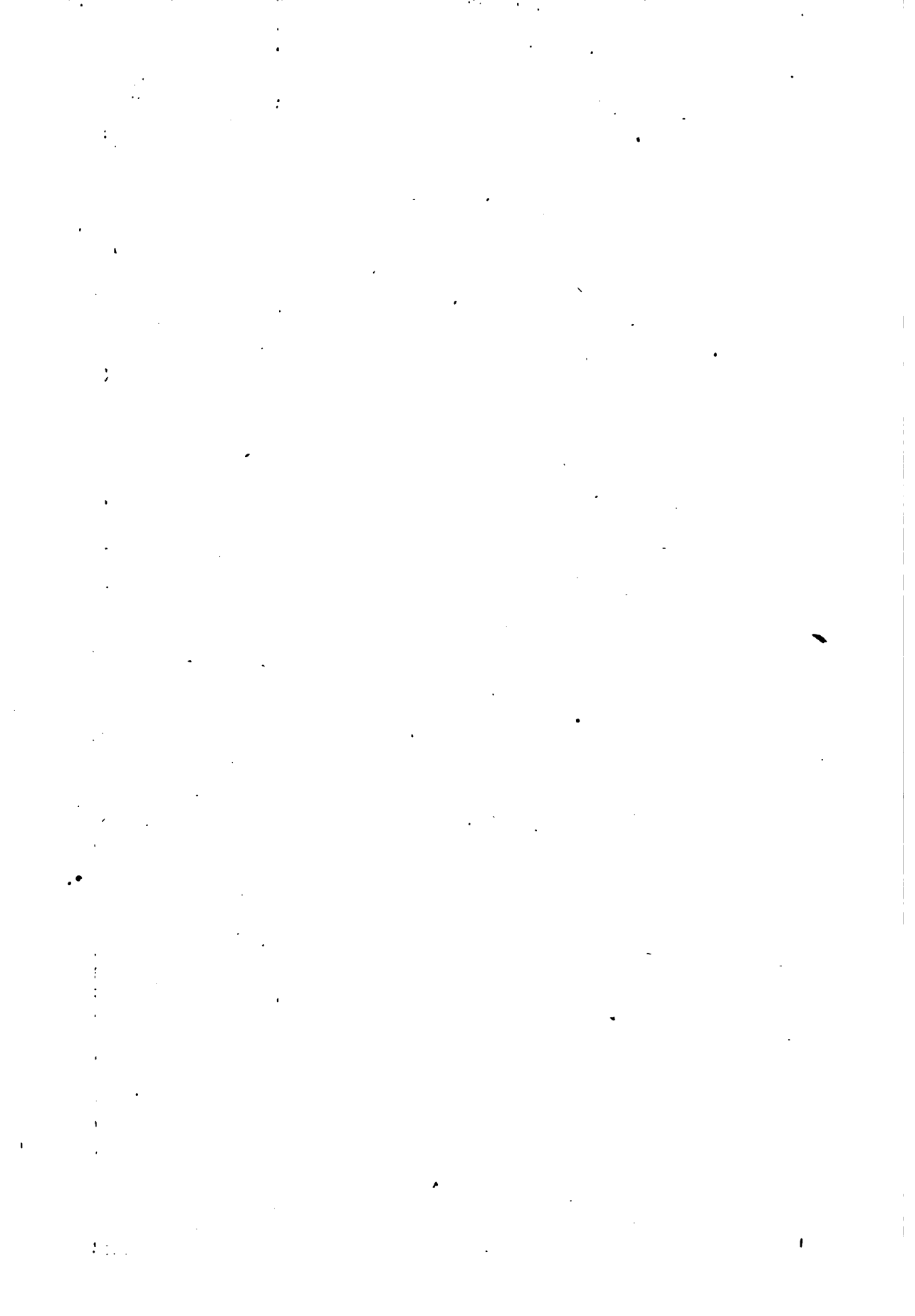
Dans les observations des Eclipses des Etoiles fixes, il faut toujours préférer la différence qui résulte de l'observation faite dans la partie obscure de la Lune; car alors divers Observateurs dans un même lieu l'apperçoivent dans le même instant, quoyqu'avec des Lunettes d'une grandeur fort différente, comme nous l'avons expérimenté plusieurs fois.

Il y a même apparence que la différente serenité de l'air dans les divers lieux où l'on fait les observations, ne peut pas faire d'erreur considerable dans la détermination des longitudes par cette methode, puisque pour l'ordinaire les Etoiles fixes paroissent ou disparoissent dans un même instant, sans augmenter ou diminuer de grandeur, comme font les Satellites de Jupiter, qui demandent pour l'ordinaire de plus longues Lunettes, avec une réduction quand elles sont de différente longueur, des Observateurs plus exercés, & une même disposition d'air de part & d'autre.

L'exactitude que l'on a trouvé dans la détermination



2^e Figure



des longitudes par cette methode, pourra engager les Astronomes à observer avec assiduité les Eclipses des Etoiles par la Lune, & à se les communiquer les uns aux autres pour en tirer cet usage, qui contribuera à la perfection de la Geographie & de la Navigation.

EXPERIENCES

PHYSIQUES

*Sur la Refraction des balles de Mousquet dans l'eau;
& sur la résistance de ce fluide.*

PAR M. CARRÉ.

Comme il y a plusieurs personnes qui doutent si les balles de mousquet souffrent refraction, c'est à dire quelque changement dans la détermination de leur mouvement lorsqu'elles sont tirées obliquement dans l'eau, & que j'ay avancé ce fait comme certain dans un de mes Ecrits*, après quelques Auteurs; j'ay prié un de mes amis qui est depuis quelque tems à sa maison de campagne de tâcher de l'éclaircir & de le verifier, & voici les experiences qu'il en a faites, que j'ay extraites de différentes Lettres qu'il m'a écrites.

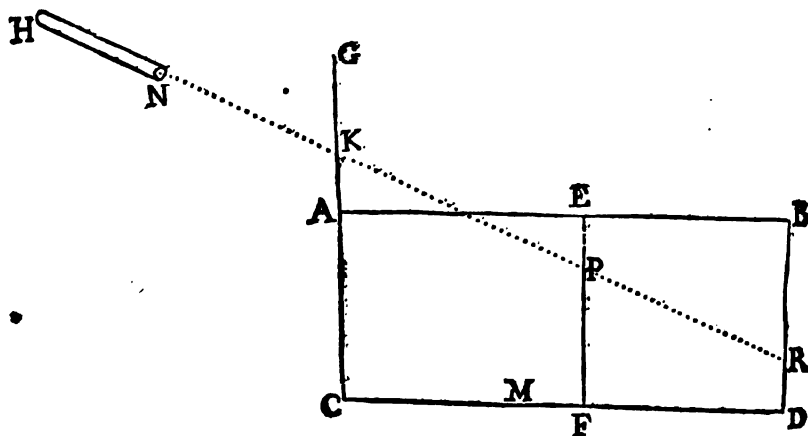
1709.
11. Juillet.

*Voyez l'Histoire de l'Académie de 1702.

1°. J'ay tiré avec un fusil chargé à balle, deux coups dans un bassin de pierre plein d'eau, de deux pieds & demi de diametre, & profond de 16 pouces, sous un angle de 20 degrés, & sous celui de 80; mais je n'ay pû m'appercevoir si les balles souffrent quelque changement dans la détermination de leur mouvement, parceque le grand effort de l'eau contre les parois du bassin où j'avois mis des ais, les a toujours dérangez. Cet effort est si grand qu'ayant tiré trois coups de fusil dans des benues pleines d'eau, elles ont été incontinent brisées, & c'étoit les cerceaux d'embas que l'eau faisoit casser. Pour m'assurer davantage si c'étoit le

„ grand mouvement & l'effort de l'eau qui faisoient briser
 „ ces vaisseaux, & non pas la balle en passant au travers;
 „ j'ay fait faire une caisse quarrée d'un pied de haut, & de
 „ six pouces d'épaisseur, dont les quatre ais qui faisoient la
 „ longueur, avoient chacun un pouce d'épaisseur, & les deux
 „ du bout en avoient chacun deux, afin d'y bien attacher
 „ les autres avec force cloux; je l'ay remplie d'eau par un
 „ petit trou, ensuite j'ay tiré mon coup qui a percé les ais
 „ fort exactement sans les briser, mais l'eau s'est tourmentée
 „ de telle maniere qu'elle a fait écarter ces ais les uns des
 „ autres & a brisé la caisse.

„ 2°. Pour faire une experience plus exacte sur la Refra-
 „ ction d'une balle dans l'eau, n'ayant pas été satisfait de la
 „ premiere; j'ay fait remplir d'eau un bassin de pierre, dont
 „ la longueur interieure est de trois pieds trois pouces, la
 „ largeur un pied huit pouces, & la profondeur un pied un



„ pouce, semblable à $ABCD$. J'ay fait attacher à son côté
 „ BD un ais pour recevoir les balles, un autre ais EF pré-
 „ cisément au milieu, & sur le fond CD encore un qui le
 „ couvroit entierement: tous ces ais étoient bien attachez,
 „ afin que les coups ne les ébranlassent point. J'ay élevé au-
 „ dessus du côté CA un carton GA perpendiculaire à l'ho-
 „ rizon: l'arquebuse HN étoit arrêtée fixe à huit pieds du

bassin ; l'ayant tirée, la balle a percé le carton en *K*, & je " l'ay trouvée aplatie à peu près comme une piece de dix " sols vers *M*. J'ay tiré un second coup, & j'ay trouvé la " balle divisée en trois morceaux aussi aplatis, sans avoir " reconnu qu'ils aient frappé l'ais *EF*. J'ay tiré deux autres " coups avec une plus forte charge de poudre, & je n'ay point " trouvé de balles dans le fond du bassin, ni contre les ais : " ces balles avoient près de quatre lignes de diametre, elles " sont faites exprès pour l'arquebuse, & ne peuvent entrer " dans le canon qu'en les poussant avec un baguette de fer, " parcequ'elles sont fort justes. "

3°. Avant de tenter de nouveau l'expérience de la re- " fraction, j'ay crû que j'en devois faire quelqu'autres pour " m'éclaircir sur cet applatissement des balles. Pour cet effet " j'ay fait mettre dans un réservoir de dix pieds en quarré " deux ais paralleles entr'eux & à l'horizon, & à un pied de " distance l'un de l'autre, celui de dessus ne faisant qu'un mè- " me plan avec la surface de l'eau. J'ay tiré deux coups sur cet " ais sous un angle de 30 degrés avec une égale charge de " poudre : le premier avec l'arquebuse dont je me suis déjà " servi, & dont le canon a 3 pieds 2 pouces 6 lignes de long, " & la balle a 3 lignes $\frac{1}{4}$ de diametre : le second avec un fu- " sil dont le canon a 3 pieds 10 pouces 3 lignes, & la balle 7 " lignes de diametre. La grosse balle a percé les deux ais, " & par conséquent a traversé toute l'étendue de l'eau qui " étoit entre deux, au lieu que la petite n'a percé que l'ais " supérieur, & je l'ay trouvée aplatie sur l'ais inférieur ; ce " qui m'a fait juger que le fusil est plus propre pour faire l'ex- " perience de la refraction que l'arquebuse. "

4°. Voici ce que j'ay fait pour m'assurer s'il y a une Re- " fraction : Je me suis servi du bassin de pierre qui est décrit " ci-dessus, & préparé de la même maniere ; j'ay attaché " mon fusil sur deux appuis fixes, dont l'un étoit à cinq & " l'autre à sept pieds de distance du bassin ; je l'ay rendu fixe " & immobile avec des cloux mis à côté, afin qu'il ne variât " point, & qu'il pût demeurer dans la même situation après " le coup. Il faisoit avec l'horison ou avec la surface de l'eau "

» du bassin un angle de 20 degrés, & il étoit chargé du poids
 » de 3 deniers 20 grains de poudre, avec une balle de 7 lignes
 » de diametre qui pesoit 17 deniers 6 grains. L'ayant tiré, la
 » balle après avoir percé le carton en K , l'ais EF en P a don-
 » né au point R où je l'ay trouvé arrêtée. Ayant vidé l'eau
 » du bassin, j'ay fait mettre un fil sur le milieu de cette balle
 » en R , que j'ay fait passer par le trou P & par le trou K en le
 » conduisant jusqu'au centre de la bouche du canon du fusil,
 » & il m'a paru que ce fil se trouvoit assez exactement au
 » centre de ces trous.

» J'ay réitéré la même expérience en retirant le fusil un
 » peu à côté, afin que la balle ne donnât pas dans le même
 » endroit. La balle a percé le carton à un demi pouce de
 » K , l'ais EF à un demi pouce de P , & s'est aussi arrêtée à
 » un demi pouce de R , en sorte qu'il n'y avoit pas une ligne
 » à dire que les centres de ces deux balles ne fussent dans
 » une même ligne parallele à l'horison. L'on peut conclure
 » de cette expérience que s'il y a une refraction elle n'est
 » pas sensible.

» J'ay voulu encore essayer si la balle de 7 lignes de dia-
 » metre s'applatiroit en augmentant la charge du fusil; j'y
 » ay donc mis 7 deniers 6 grains de poudre, & j'ay trouvé
 » la balle vers M applatie d'un côté: elle a un peu frappé
 » l'ais EF , mais ce n'est point ce qui lui a causé son appla-
 » tissement, puisque les balles percent trois ou quatre ais
 » sans perdre beaucoup de leur sphericité.

» J'ay mis la même charge de poudre dans l'arquebuse,
 » & j'ay trouvé la balle vers M divisée en deux parties, cha-
 » cune inégalement applatie sans avoir touché l'ais EF . J'ay
 » tiré un second coup n'ayant mis que la moitié de la char-
 » ge de poudre, la balle n'a point atteint l'ais EF , & n'a per-
 » du que peu de sa sphericité.

» 5°. Pour vous satisfaire entièrement sur l'applatissement
 » des balles, j'ay étendu un linge dans l'eau parallelement à
 » l'horizon à deux pieds de profondeur, dans un bassin ou ré-
 » servoir de 40 pieds de diametre & profond de six pieds, afin
 » d'y recevoir les balles. Ayant mis dans mon fusil une plus

forte charge de poudre avec une balle de 7 lignes de diamètre, je l'ay tirée contre ce linge, & elle y est restée applatie, mais tres-inégalement & d'une figure fort irreguliere; & ayant chargé de nouveau le fusil d'un tiers de poudre de plus, la balle s'est divisée en plusieurs petits morceaux, dont j'en ay trouvé cinq sur le linge la plupart de la grosseur d'une lentille, mais differemment figurez.

J'ay encore tiré une balle perpendiculairement à la surface de l'eau, elle s'est applatie assez regulierement, en sorte qu'elle étoit presqu'aussi ronde & aussi plate qu'un quart d'écu, au lieu que toutes celles qu'on tire avec inclinaison s'applatissent irregulierement.

Il est bon que je vous fasse remarquer qu'en tirant une balle dans l'eau, il s'en élève une certaine quantité plus ou moins grande, & plus ou moins haut suivant la charge de poudre, c'est à dire que plus la charge est forte, plus il s'élève d'eau au-dessus de sa superficie, & je l'ay vûe s'élever jusqu'à 20 pieds de haut.

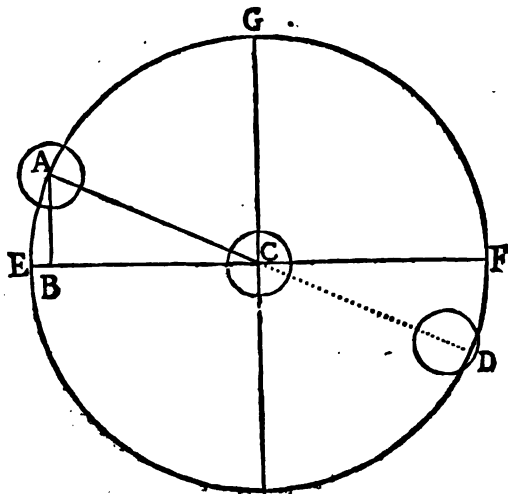
Il vous sera facile à present de juger de la cause de tous ces differens effets par ces diverses experiences. Surquoy il faut remarquer que 4 deniers de poudre ou environ poussent la balle de 7 lignes assez avant dans l'eau, sans qu'elle perde rien de sa sphericité; qu'avec 8 deniers elle en perd la moitié, avec 12 elle la perd entierement, & avec 16 elle se divise en plusieurs parties.

Reflexions sur ces Experiences.

Il y a deux choses à considerer dans ces experiences qui ont été faites avec beaucoup de soin & d'exactitude. La premiere est que les balles tirées sous un angle de 20 degrés, n'ont pas changé en passant dans l'eau la détermination de leur mouvement au moins d'une maniere sensible. La seconde que ces balles étant poussées par une forte charge de poudre, se sont applaties en entrant dans l'eau.

1°. Il semble d'abord suivant l'idée qu'on a de la résis-

tance des fluides, qu'une balle tirée dans l'eau sous un angle de 20 degrés, & même sous un beaucoup plus grand, devroit non-seulement changer de détermination, mais même qu'elle devroit réjaillir : car comme la quantité de matière dans tous les corps est toujours



proportionnelle à leur poids, que les résistances des fluides sont en même raison que leurs densitez, & que la densité ou la pesanteur de l'eau est à celle de l'air comme 800 ou 850 est à 1, suivant quelques experiences, ou comme 1175 à 1, suivant celles qui ont été faites à l'Academie de Florence ; donc l'eau doit faire plus de 800 fois plus de résistance que l'air, & par conséquent diminuer la vitesse de la balle de la même quantité. Or il est aisé de faire voir, en suivant le raisonnement de M. Descartes & de plusieurs autres après lui, que si la balle à la rencontre de l'eau perdoit seulement la moitié de sa vitesse, elle devroit réjaillir. Car soit décrit le cercle EGD , dont le diamètre EF représente la séparation des surfaces de l'air & de l'eau : soit pris l'angle ACE de 20 degrés, & dont le sinus sera AB , donc CB sera le sinus de son complément. Ainsi la balle étant poussée de A en C , on regardera son mouvement composé du vertical AB & de l'horizontal BC . Or comme CB est beaucoup plus grande que la moitié de CE , donc si la balle perdoit la moitié de sa vitesse à la rencontre de l'eau, elle devroit réjaillir. Mais l'expérience y est contraire. Il faut donc faire voir qu'elle perd

si peu de son mouvement vertical, que non-seulement elle ne doit pas réjaillir, elle ne doit pas même changer de détermination d'une manière sensible. Pour cela il faut prendre garde que c'est en entrant dans l'eau que la balle doit changer sa détermination, que son mouvement suivant AC étant composé du mouvement horizontal égal à BC , & du mouvement perpendiculaire AB , on ne doit faire attention qu'à ce mouvement vertical, puisque l'horizontal n'y est point opposé. 2°. Que cette balle ne trouve de la résistance plus d'un côté que d'un autre, que jusqu'à ce qu'elle soit enfoncée dans l'eau de la moitié de son volume : c'est pourquoi si le volume d'eau dont elle occupe la place étoit égal en pesanteur à la moitié de cette balle, comme si c'étoit du plomb fondu, par exemple, dans lequel elle entrât, il est clair que cette balle perdrait à peu près la moitié de sa vitesse : mais parceque c'est de l'eau qui s'oppose à son mouvement, & que la pesanteur du plomb est à celle de l'eau environ comme 12 est à 1 ; donc si elle rencontre un volume d'eau égal au sien, elle perdrait une douzième partie de son mouvement, puisque, comme on vient de le dire, les résistances que font les corps fluides à être séparés suivent les raisons de leurs densitez ou pesanteurs ; mais comme il n'en faut considérer que la moitié, donc cette balle ne doit perdre qu'une vingt-quatrième partie de son mouvement vertical, c'est à dire la vingt-quatrième partie de AB , ce qui est peu de chose, donc ce changement de détermination ne doit pas être sensible. Que si l'on prétend que cette vingt-quatrième partie est assez grande pour qu'on s'en apperçoive, l'on en rejettera la cause sur ce que la balle perce deux ais & un carton, ce qui peut causer quelque petit changement dans son mouvement. On pourroit peut-être encore considérer le mouvement de pesanteur de la balle qui tend à la mouvoir verticalement de haut en bas, & par conséquent empêcher que son changement de détermination ne soit sensible : mais la grande vitesse de cette balle & le peu d'espace qu'elle parcourt doivent le faire regarder comme nul. Il n'en est

pas de même des rayons lumineux, parceque dans leur passage de l'air dans l'eau ou dans les autres milieux transparens, il n'y a point de mouvement local, mais seulement des inégalitez de pression ou de résistance dans ces differens milieux, comme on l'a expliqué ailleurs. Ainsi cela n'empêche pas qu'on ne doive toujours conclure que les rayons de lumiere passent plus facilement dans les milieux les plus denses, & que c'est par cette raison qu'ils approchent de la perpendiculaire.

Il faut remarquer néanmoins que si on tire une balle fort obliquement, en sorte que l'angle d'incidence ne soit que de quelques degrez; comme son mouvement horizontal est fort grand par rapport au vertical, elle peut rencontrer une si grande quantité de parties d'eau en même tems, qu'elles l'empêcheront d'entrer dedans, & l'obligeront par conséquent de rejaillir. C'est ce qui arrive quand on fait ce que l'on appelle des ricochets.

La seconde chose qu'il faut considerer dans ces experiences, c'est l'applatissement des balles à la rencontre de l'eau, & il paroît d'abord surprenant qu'un corps fluide tel que l'eau qui cede assez facilement à sa division, puisse néanmoins faire la résistance d'un corps solide. Mais si l'on fait reflexion à la grande vitesse de la balle, on verra qu'elle peut rencontrer une si grande quantité de parties d'eau en même tems, que leur résistance sera équivalente à celle d'un corps dur; & causera son applatissement. Quand on passe la main dans l'eau avec quelque vitesse, on trouve une certaine résistance; que si on l'y passe deux fois plus vite, on trouvera une résistance quadruple, parcequ'on rencontre deux fois plus de parties d'eau à mouvoir en même tems avec une vitesse double; que si on l'y passe trois fois plus vite, on trouvera une résistance neuf fois plus grande, en sorte que les résistances croissent en raison des quarrés des vitesses; donc la vitesse de la main pourroit être si grande, que la quantité de parties d'eau qu'elle rencontreroit dans un petit espace de tems, lui feroit une résistance égale à celle d'un corps dur. En effet, si on étend

la main parallelement à la surface de l'eau, & qu'on frappe avec force sur cette surface, on sent de la douleur; & je me souviens qu'un jour frappant fortement l'eau avec un bâton, il se cassa. Il est donc facile de connoître par ce raisonnement la cause de l'applatissement des balles de mousquet tirées dans l'eau; & ce qui le confirme, c'est que plus la charge du fusil est grande, plus ces balles s'applatissent; parce qu'ayant plus de vitesse, elles rencontrent une plus grande quantité de parties d'eau en même tems. C'est de cette maniere que l'on peut expliquer comment un bout de chandelle dont on aura chargé un fusil, peut percer une planche assez épaisse.

C O M P A R A I S O N

Des observations du Barometre faites par le R. P. Sebastien Truchet avec les nôtres.

PAR M. MARALDI.

PArmi les observations du Barometre que le R. P. Sebastien rapporta dernièrement à l'Academie, nous ^{1709.} ^{5. Juillet.} avons principalement considéré celles qu'il a faites à Clermont & sur le sommet du Mont-dor la plus élevée des montagnes d'Auvergne, dont nous avons déterminé la hauteur perpendiculaire sur la surface de la mer par les angles de la meridienne, & sur laquelle nous ne pûmes pas faire l'experience du Barometre, parcequ'elle étoit alors couverte de neiges.

Cette année 1709 le 8 Juin à 4 heures après midy le P. Sebastien observa sur le sommet du Mont-dor que le visif argent se tenoit suspendu dans le Barometre à la hauteur de 22 pouces 2 lignes. Le même jour à midy nous trouvâmes à l'Observatoire la hauteur du mercure de 27 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$, & à 7^h 24' du soir il étoit à 27 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$, n'ayant augmenté que d'un quart de ligne depuis midy.

Ee ij

Entre la hauteur du mercure observée au Mont-dor de 22 pouces 2 lignes, & celle de 27 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$ observée à Paris, il y a une différence de 5 pouces 7 lignes $\frac{1}{2}$, dont le mercure à l'Observatoire s'est tenu plus élevé que sur le haut du Mont-dor. Nous avons tiré de nos expériences que le mercure au bord de la mer se tient ordinairement plus élevé qu'à l'Observatoire de 4 lignes & $\frac{1}{2}$. Donc sur la montagne le mercure étoit plus bas de 5 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ qu'il n'auroit été en même tems au bord de la mer.

Dans les Memoires de l'Academie de 1703, nous avons dit que la hauteur perpendiculaire du Mont-dor sur la surface de la mer étoit de 1030 toises: mais M. Cassini le fils par un calcul plus exact l'a trouvée depuis 14 toises plus haute; de sorte que sa hauteur perpendiculaire sur la surface de la mer sera de 1047 toises, auxquelles nous avons trouvé cy-dessus qu'il répond une variation de 5 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ dans la hauteur du mercure.

Par la progression fondée sur les expériences rapportées dans les Memoires de l'Academie de l'an 1703 à cette hauteur du Mont-dor, il devoit y avoir un abaiffement de mercure de 5 pouces 7 lignes qui sont 4 lignes de moins que par l'observation.

M. de la Hire nous a communiqué les observations du Barometre qu'il a faites les mêmes jours; & quoyque son Barometre & le nôtre soient dans le même plan de l'Observatoire, ces observations sont quelquefois un peu différentes entr'elles, soit que cela vienne de ce qu'elles ont été faites à différentes heures du jour, ou de quelqu'autre cause.

Par l'observation de M. de la Hire faite le 8 Juin à 5 heures $\frac{1}{2}$ du matin, la hauteur du Barometre fut de 27 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$. Si on compare cette observation à celle du P. Sebastien de la même maniere que nous avons fait la nôtre, on trouvera par cette comparaison entre le niveau de la mer & le Mont dor une variation de 5 pouces 10 lignes $\frac{1}{2}$ dans la hauteur du Barometre, ce qui s'accorde à 3

lignes près à ce que donne la progression.

Le P. Sebastien a fait une autre observation du Barometre à Clermont près du Convent des Minimes, qui est l'endroit de la Ville où M. Perier fit l'an 1641 son expérience du Barometre, le même jour qu'il le transporta sur le Puy de Domme pour trouver la variation du Barometre qui répond à ces deux hauteurs.

Le 10 Juin à 6^h du soir le P. Sebastien trouva à Clermont la hauteur du mercure de 26 pouces 6 lignes.

A Paris par les observations faites avant & après il étoit à la hauteur de 27 pouces 10 lignes.

Donc la difference du mercure entre Clermont & Paris étoit de 1 pouce 4 lignes.

Nous avons dit cy-dessus qu'entre Paris & le niveau de la mer, il y a dans la hauteur du mercure une variation de 4 pouces $\frac{1}{2}$.

Donc entre Clermont & la surface de la mer, il y aura eu alors 1 pouce 8 lignes $\frac{1}{2}$.

Par les observations de M. Perier faites l'an 1641 entre le Convent des Minimes & le haut du Puy de Domme, il y eût dans la hauteur du mercure une variation de 3 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$.

Donc du niveau de la mer jusqu'au sommet du Puy de Domme, il y auroit eu par ces différentes observations dans la hauteur du mercure une variation de 4 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$, qui répond à 810 toises de hauteur perpendiculaire du sommet du Puy de Domme jusqu'au niveau de la mer. Par la progression établie dans les Memoires il conviendrait à cette hauteur 55 lignes $\frac{1}{2}$ de variation du mercure, ce qui est different de 2 lignes seulement de l'observation.

Mais par l'observation de M. de la Hire faite le même jour 10 Juin, le Barometre étoit à la hauteur de 27 pouces 8 lignes; & faisant les mêmes réductions & comparaisons que dans l'observation précédente, il y aura entre le bord de la mer & le sommet du Puy de Domme une variation de 55 $\frac{1}{2}$ dans la hauteur du mercure, comme on le tire de la progression établie dans les Memoires.

OBSERVATIONS SUR LES TANGENTES.

PAR M. ROLLE.

1701.
5. Août.

C'Est un préjugé de plusieurs Geometres, que la Tangente d'une Courbe est toujours perpendiculaire à un des deux axes generateurs lorsque la soûtangente est égale à 0. Il est vrai qu'en cela ils ont tacitement supposé que les appliquées font toujours des angles droits avec leur axe, & qu'ils ne reconnoissent point d'autres Tangentes que celles que j'ay nommées *Tangentes absolues* dans le Journal du 13 Avril 1702. Mais avec ces conditions il ne seroit pas encore toujours vrai de dire que la soûtangente étant 0, la Tangente soit perpendiculaire à l'axe. J'en ay donné des preuves pour les points les plus ordinaires des Courbes dans les Memoires de l'Academie de l'année 1703 page 137. Voici d'autres observations sur des points extraordinaires, où l'on verra que pour un exemple dans lequel l'axe & la Tangente font un angle droit, il y en a une infinité où cela n'arrive point.

Pour cela, soient proposées les Courbes que fournit l'égalité marquée CC.

$$CC \dots y = \sqrt{ax} + \sqrt{by}.$$

Et que l'on veuille trouver les Tangentes de ces Courbes au point que déterminent $y=0$ & $x=0$. Alors il faudra faire évanouir les signes radicaux suivant la méthode dont je me sers, & ces signes ayant disparu, on aura la proposée sous la forme que l'on voit icy en A.

$$A \dots axx - 2ayyx + y^4 = 0. \\ - 2abyx - 2by^4 + bbyy.$$

Et faisant $x = z - c$ pour avoir la situation de la Tangente, on trouve la résultante B.

$$\begin{aligned}
 B \dots aaxz - 2ayyz - y^4 &= 0. \\
 &- 2abyz - 2by^3 \\
 &- 2aacz + bbyy \\
 &+ 2acyy \\
 &+ 2abcy \\
 &- 4acc.
 \end{aligned}$$

Cela posé, si l'on prend s pour la soûtangente des y , & t pour la soûtangente des z , & que l'on cherche leurs valeurs dans l'égalité B par le moyen des Regles que j'ay données dans le Journal du 13 Avril 1702, on trouvera les formules qui sont marquées icy en M & en P .

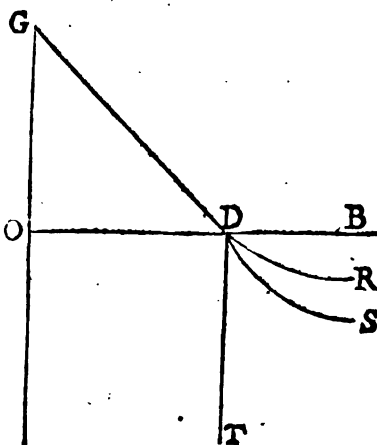
$$M \dots s = \frac{ay}{b}. \text{ ou } b : a :: z : s.$$

$$P \dots t = \frac{by}{a}. \text{ ou } b : a :: t : y.$$

Mais l'on a $y=0$ pour le point où il faut mener la Tangente, & substituant cette valeur de y dans $\frac{ay}{b}$ qui est la valeur d'une soûtangente, on trouve que cette soûtangente est 0. Ainsi il faudroit conclure, selon les préjuges, que la Tangente est perpendiculaire à l'axe. Ce qui est vrai lorsque $b=0$, mais cela ne se trouve point veritable dans tous les autres cas.

Lorsque $b=0$, la Courbe DS ou DR n'est que la parabole ordinaire, & dans ce cas la Tangente au point D , est DT perpendiculaire à l'axe DB .

Mais si b est réel, le rapport de l'appliquée à la soûtangente change toujours à mesure que l'on fait varier le rapport de b à a . Cela est évident en M & en P , & il est évident aussi que cette variété fournit une infinité de cas, où la Tangente au point D n'est ni parallèle ni perpendiculaire aux axes. Ainsi pour un exemple qui



favorise les préjugés, il y a une infinité d'exemples qui les combattent.

Lorsque $a = b$, la soûtangente s ou GO est égale à l'appliquée OD , quelque variété que l'on veuille supposer dans b réel, ou bien dans a ; ce qui est manifeste dans la formule M . D'où il suit que dans tous ces changemens la Tangente fera toujours un angle de 45. degrez avec chacun des axes, loin de leur être perpendiculaire ou parallèle.

Je ne parle point de $a = 0$, parceque dans ce cas l'égalité proposée n'exprime aucune Courbe, ni des autres cas où a, b, x, y sont négatifs, parceque tous ces derniers cas rentrent dans les premiers.

Mais il est peut-être bon de faire icy une petite remarque dans l'Analogie qui est en P . C'est que y étant égal à 0, cette Analogie deviendrait $b : a :: t : 0$. Ainsi il sembleroit que le rapport de t à 0 seroit infini. D'où il faudroit conclure que la Tangente est parallèle à un des axes, & par conséquent perpendiculaire à l'autre axe. Mais il est facile de voir, 1°. Que t devient égal à 0 lorsque $y = 0$, & que les deux derniers termes de l'Analogie n'étant que des 0, leur rapport par cela seul ne seroit qu'un rapport indéterminé, comme je l'ay prouvé dans la Methode des Questions indéterminées que je donnay au public en l'année 1699, page 62.

2°. Ce rapport reçoit toute sa détermination quand on le compare au rapport de a & b , qui sont les deux premiers termes de l'Analogie; & comme leur rapport est toujours fini dans tous les cas où b est réel, il faut conclure que le rapport de t à y est aussi toujours fini lorsque b est réel, quoique y soit anéanti.

On peut encore observer icy que cet exemple CC est celui que j'ay donné dans le Journal du 30 Juillet dernier; & comme je me suis servi dans ce Journal de la transposition generale des axes, on ne peut point mettre en doute la situation des Tangentes ni les conséquences qui s'en déduisent pour la methode de *Maximis & Minimis*,

Dans

Dans ce Journal les axes proposez font un angle de 45 degrez avec les nouveaux axes, & prenant x pour exprimer les abscisses d'un de ces nouveaux axes, on trouvera en y appliquant ce que j'ay dit dans le Journal du 13 Avril 1702, que la soûtangente est $\frac{ax+bx}{b-a}$; de maniere que si l'on prend l pour l'expression de cette soûtangente, on aura l'Analogie marquée icy en V.

$$V. \dots b-a : b+a :: x : l.$$

D'où il est aisé de voir comment j'ay formé la Regle que j'ay donnée dans ce Journal pour l'effectiō geometrique de la Tangente.

Delà encore se peuvent confirmer les observations que j'ay données icy sur ce Problème. Par exemple, dans le cas où $b=a$, on trouve $l=\frac{2ax}{0}$: ce qui montre que la Tangente est parallele à un des nouveaux axes, & par consequent perpendiculaire à l'autre. Et delà on peut voir aussi que dans ce même cas la Tangente fait un angle de 45 degrez avec chacun des premiers axes, ou des axes proposez, & dont la position est déterminée à l'égard de la Courbe dans l'égalité proposée CC.

On trouve aussi en prenant $b=0$ que $l=-x$. Ce qui fait voir que dans le cas où l'égalité generatrice ne fournit qu'une Parabole, la Tangente est perpendiculaire à un des axes proposez, & qu'elle se confond avec l'axe reciproque. Mais que dans tous les autres cas la Tangente n'est ni perpendiculaire ni parallele aux axes proposez, c'est à dire aux axes déterminez par l'égalité proposée $y=\sqrt{ax}+\sqrt{by}$ marquée CC.



R E M A R Q U E S

Sur quelques Experiences faites avec plusieurs Barometres, & sur la Lumiere que fait un de ceux dont on s'est servi en l'agitant verticalement.

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1705.
11. Aoust.

Nous avons deux Barometres à l'Observatoire, dont l'un a le tuyau de 1 ligne $\frac{1}{2}$ de diametre interieur, & il a 36 pouces $\frac{1}{2}$ de hauteur; & par consequent lorsque le mercure est à 28 pouces, il reste 8 pouces $\frac{1}{2}$ de vuide. C'est celui dont nous nous servons ordinairement. L'autre a 2 lignes de diametre interieur, & de hauteur 32 pouces $\frac{1}{2}$, & par consequent il ne reste que 4 pouces $\frac{1}{2}$ au-dessus des 28 pouces. Ce Barometre est celui dont M. Picard se servoit, & qui a été le premier où l'on ait remarqué de la lumiere en l'agitant verticalement. Il en fait encore une tres-grande à son ordinaire: l'autre n'en faisoit point, quoyqu'il eût été rempli avec le même mercure que celui qui en fait; & qui est tres-certain, car on y avoit regardé fort souvent. Cependant depuis quelques jours, l'ayant agité, nous avons vû qu'il en faisoit presqu'autant que l'autre.

Ce Barometre de M. Picard a été vuide & rempli plusieurs fois sans aucunes précautions, pour nettoyer le mercure & le tuyau; cependant il fait toujours la même lumiere qu'il faisoit d'abord. Mais nous avons observé que quoyque cette lumiere fût tres-vive, puisqu'on la voyoit le soir à la chandelle & au clair de la Lune, le tuyau y étant exposé: si pendant le jour on fermoit exactement une chambre, en sorte qu'il n'y fût point clair, & qu'un peu de tems après on y agitât le Barometre on ne lui voyoit point faire de lumiere, ce qui nous avoit d'abord fait croire qu'il ne faisoit point de lumiere pendant le jour:

mais voulant nous assurer davantage de cette experience, nous restâmes dans la chambre où il ne faisoit point clair pendant plus d'un quart-d'heure ; & alors agitant le Barometre que nous avions mis pendant ce tems-là au Soleil, nous y vîmes la lumiere aussi grande qu'on la voit la nuit. Cette derniere experience détruisit la pensée que nous avions eüe, & nous fit connoître qu'il falloit un tems considerable à la retine pour perdre l'ébranlement que lui cause la lumiere du Soleil.

La hauteur du mercure dans ces deux Barometres est toujours differente de 3 lignes $\frac{1}{2}$, dont celui de M. Picard est plus haut. Nous en avons fait un autre depuis peu. Le mercure a été passé par un linge fin & bien net, & le tuyau qui a 3 lignes de diametre & 35 pouces de long a été bien nettoyé avec de l'esprit de vin, & ensuite bien seché avec des linges bien secs qu'on a passé dedans ; & après l'avoir rempli avec bien du soin pour n'y point laisser de bulles d'air sensibles, nous avons remarqué que le mercure s'y tenoit à 1 ligne $\frac{2}{3}$ plus bas que dans le Barometre de M. Picard, & plus haut que dans l'autre de la même quantité à tres-peu près.

Mais en mettant ce Barometre en experience, nous avons remarqué qu'après avoir rempli le tuyau avec le mercure & en avoir fait sortir tout l'air, & avoir plongé dans le mercure le bout ouvert qu'on bouchoit avec le doigt, le tuyau étant d'abord fort incliné ; quand on l'élevoit & que le vuide commençoit à paroître au haut, on voyoit de petites bulles d'air presque imperceptibles, qui devenoient tout d'un coup grosses comme de petits pois, & qui entroient dans le vuide : les unes étant engagées entre le mercure & le tuyau, & les autres paroissant sortir du mercure, & faisant le même effet que s'il eût été bouilliant. Nous remarquâmes aussi que ces bulles qui sortoient du mercure en élevant le tuyau lorsqu'elles étoient devenues un peu grosses, en le baissant elles disparoissoient & sembloient rentrer dans le corps du mercure, car à l'endroit où elles disparoissoient on ne voyoit rien contre le

tuyau. Ce Barometre n'a point fait de lumiere en l'agitant.

Il ne faut pas douter que toutes ces bulles, tant celles qui sont engagées entre le mercure & le tuyau, que celles qui paroissent sortir du mercure, ne soient de petites particules d'air qui y sont renfermées & engagées, & qui étant alors déchargées de toute la pesanteur de l'atmosphère & de la hauteur du mercure qui les comprimoit dans le tuyau lorsque le bout ouvert étoit en haut, n'occupent un volume tres-grand par rapport à celui qu'elles occupoient auparavant; & il est certain que plus le tuyau sera long par dessus 28 pouces & menu, & plus il y aura de ces bulles qui s'échaperont dans l'espace que le mercure quitte, puisque tout le mercure qui occupoit cette place s'y est purgé d'air. C'est-pourquoy il paroîtroit qu'il faudroit prendre des tuyaux d'une longueur proportionnée aux endroits où l'on voudroit mettre les Barometres, & ne leur laisser qu'un pouce au-dessus de la plus grande hauteur du mercure dans l'endroit où ils seroient, & qu'ils eussent environ 3 lignes de diametre plutôt plus que moins, & que le mercure fût bien purgé d'air. Avec ces précautions je crois qu'on pourroit faire des Barometres justes autant qu'on les peut faire.

Nous ne doutons plus à présent que le Barometre dont nous nous servons ordinairement, & dont le tuyau est menu & trop long au-dessus de 28 pouces, n'ait eu beaucoup de ces particules d'air engagées dans le mercure, & entre le mercure & le verre, qui s'étant dégagées en le mettant en experience, n'ayent occupé une place considerable dans le haut du tuyau, & que c'est la veritable cause pourquoy le mercure y est plus bas que dans ceux qui sont plus larges & plus courts, où ces mêmes bulles dilatées ne font pas un effet si sensible, par les raisons qu'on vient de rapporter.

On doit remarquer que les circonstances que l'on a crû nécessaires pour rendre un Barometre lumineux, paroissent être détruites par ce que nous venons de dire.

DE LA HAUTEUR

DU MERCURE

DANS LES BAROMETRES.

PAR M. AMONTONS.

VOici une expérience très-considérable, en ce qu'elle nous met dans la nécessité de faire repasser par l'examen toutes les observations du Barometre qui ont été faites jusqu'à ce jour. 1705.
14. Août.

On a crû jusqu'ici que la hauteur du mercure dans les Barometres étoit toujours sensiblement la même dans un même lieu, & on a été bien éloigné de croire qu'avec des verres à peu près semblables, remplis avec le même soin du même mercure, les hauteurs de ce mercure pussent differer entr'elles, dans le même endroit & dans le même tems, de dix-huit lignes ou environ. C'est cependant ce que la Compagnie va voir, après que j'aurai remarqué qu'une des principales raisons qui peut avoir empêché qu'on ne se soit encore apperçu de ce phénomène, vient de ce que la plupart de ceux qui ont construit les Barometres, ont négligé mal à propos d'y mettre des graduations qui expriment véritablement les hauteurs du mercure, & qu'ils ont presque toujours substitué à ces graduations véritables des graduations arbitraires, qui n'ont nul rapport aux hauteurs du mercure : ce qu'ils ont fait sans doute parcequ'ils ont bien senti la difficulté qu'il y a de rendre ces sortes d'instrumens uniformes, & que cela en augmenteroit le prix & en diminueroit le debit. C'est ainsi que l'interêt est souvent un obstacle à la découverte de la vérité.

On peut donc voir que ce n'est pas sans grande raison que j'ai rejeté de mes Barometres ces sortes de gradua-

tions arbitraires, parceque je suis bien persuadé qu'on ne peut se servir utilement des Barometres pour faire des observations exactes, s'ils ne sont gradués en parties qui expriment les pouces & les lignes des hauteurs du mercure dont ils sont chargés, & si d'ailleurs ils ne sont réglés sur un même Barometre qui en soit comme l'étalon & la règle, sans quoi il n'y a rien que d'incertain & qui ne conduise à l'erreur.

En cherchant la raison du phénomène que je rapporte, il est difficile de ne pas l'attribuer à l'inégalité des pores des differens verres, qui donnent passage plus ou moins aux petites parties de l'air, suivant qu'ils sont plus ou moins ouverts : ce qui me paroît d'autant plus vrai-semblable, que je suis assuré que les verres des deux tubes avec lesquels je vais faire cette experience sont differens en qualité.

Nous sommes redevables de cette découverte à Monseigneur le Chancelier. Il a un Barometre simple monté à la maniere d'Angleterre, c'est à dire, de ceux qui ont deux petites platines de cuivre sur lesquelles sont marquées les differentes dispositions qui peuvent arriver dans l'air, comme beau tems, changeant, pluie, &c.

Monseigneur le Chancelier avoit pendant un tems considerable experimenté avec satisfaction ce que son Barometre lui indiquoit : mais enfin ce Barometre s'étant détaché, il eut recours à M. Homberg qui le lui remit en état. Depuis ce tems les variations de ce Barometre se sont toujours faites dans les parties basses des platines, c'est à dire aux endroits où elles n'indiquent que de la pluie, des vents & de l'orage. Monseigneur le Chancelier ne remarquant rien de semblable dans la disposition de l'air, m'envoia querir pour examiner son Barometre. La premiere chose que je fis, fut de voir, en l'inclinant, si le vuide étoit bien fait ; & ayant trouvé qu'il l'étoit autant bien qu'il le pouvoit être, & que d'ailleurs le mercure avoit toute la liberté du mouvement qu'on pouvoit demander, je répondis à Monseigneur le Chancelier que je n'y vois

rien qui pût empêcher qu'il ne fît son effet. Il prit alors la peine de m'expliquer ce qu'il avoit remarqué, de la maniere que je viens de le dire ; & je lui demandai la permission de faire emporter chez moi son Barometre pour l'examiner plus à loisir ; ce qu'il m'accorda. Je mesurai aussi-tôt que je le pûs la hauteur du mercure ; & ne l'aïant trouvé que de 26 pouces 6 lignes, tandis que trois autres verres qui étoient en experience, & dans lesquels le vuide n'étoit pas même si parfait, la donnoient de 28 pouces, je crus d'abord que cela pouvoit provenir du mercure, qui peut-être avoit une pesanteur extraordinaire : ce qui fit que je démontai sur le champ ce Barometre, & aïant avec son mercure même chargé un de mes tubes, il s'y arrêta à 28 pouces, comme dans les trois autres qui étoient en experience. Je chargeai après cela avec d'autre mercure le verre du Barometre, mais le mercure ne s'y arrêta toujours qu'à 26 pouces 6 lignes ; ce qui ne me laissa plus aucun lieu de douter, & je connus que cet effet n'étoit uniquement causé que par le verre. Je pris donc le parti de changer ce verre, & de remonter le Barometre avec un autre : ce qu'aïant fait, le mercure se souleva dans ce nouveau verre 18 lignes plus haut que dans celui que j'en ôtois ; de sorte que le jeu du Barometre qui se faisoit avant cela dans les parties basses des platines, se feroit fait au contraire dans les parties hautes, si je n'eusse rehaussé les platines d'environ 4 à 5 lignes ; encore Monseigneur le Chancelier juge-t-il qu'elles le doivent être davantage : ce qui fait conjecturer que le verre que j'en ai ôté, n'est pas celui qui y étoit en premier lieu, dans lequel le vuide se faisoit apparemment à une hauteur moyenne de celle qu'on remarque dans ceux-ci.

Au reste ces remarques m'ont paru assez importantes pour en faire part à la Compagnie, afin que chacun puisse y avoir tel égard qu'il jugera à propos, & donner une autre explication de ce phenomene, si celle que j'ai rapportée n'est pas la veritable.

S U I T E D E S R E M A R Q U E S

Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

P A R M. A M O N T O N S.

1705.
19. Aoust.

PAr l'inspection du verre du Barometre de Monseigneur le Chancelier, aiant jugé qu'il avoit été fourni par le sieur Deville Emailleur, je le fus trouver au sortir de l'Academie; & le lui aiant demandé, il me dit que cela étoit vrai. Je lui en fis faire aussi-tôt quatre autres; sçavoir, deux du même verre, & deux autres d'une autre sorte de verre; & lorsque j'eus chargé les uns & les autres de mercure conjointement avec les deux dont je m'étois servi pour faire l'expérience à l'Academie, le mercure s'arrêta dans tous à des hauteurs différentes.

La plus grande hauteur étoit de 18 pouces.

La seconde, d'une demi-ligne moins. C'étoit le verre de l'Academie où le mercure étoit resté le plus haut.

La troisième, d'une ligne $\frac{1}{2}$ moins.

La quatrième, de 7 lignes moins.

La cinquième, de 7 lignes $\frac{1}{2}$ moins.

La sixième, de 10 lignes moins. C'étoit le verre où le mercure à l'Academie s'étoit arrêté le plus bas.

Si bien que la différence de la seconde hauteur que j'avois trouvée le matin de 18 lignes, & l'après-midi à l'Academie de 19 lignes & plus, ne se trouva à 8 heures & demie du soir, que de 9 lignes.

Je laissai tous ces verres en expérience; & le lendemain je trouvai encore ces mêmes hauteurs. Mais cette grande différence de 18 lignes, que je ne trouvois plus que de 9 lignes, m'embarassoit. Je jugeai que n'étant point arrivé autre chose, que je sçache, au mercure, que d'avoir été bien manié, peut-être que la crasse & l'humidité des mains auroient rebouché en partie les pores de ce verre. Je le déchargeai donc de mercure pour le bien laver par dehors,

dehors & le dégraisser, autant que je le pourrois, avec de l'esprit de vin : mais après l'avoir fait & avoir rechargé ce verre de son mercure, je trouvai cette différence encore diminuée d'une ligne & demie, ce qui me fit résoudre de n'y plus toucher. Je l'ai laissé en expérience jusqu'au jour-d'hui, & il n'a varié que comme tous les autres, c'est à dire qu'il est baissé d'environ deux ou trois lignes.

Comme tout ceci est fort bizarre, pour tâcher d'apporter quelque lumière dans une chose où il y en a si peu, sauf l'avis de la Compagnie, le mien seroit de choisir dans une multitude de verres, ceux qui chargés de mercure donneroient des hauteurs sensiblement différentes les unes des autres, & de les appliquer tous sur une même graduation ou, ce qui est la même chose, sur un même plan vertical, au bas duquel il y auroit une espece d'auge commune pleine de mercure, dans lequel ils tremperoit tous. Au dessus de cette auge, à commencer de la surface du mercure, il y auroit des lignes paralleles tracées de pouce en pouce jusqu'à 29 ou 30 : les 4 ou 5 derniers seroient subdivisés de ligne en ligne par d'autres paralleles.

Il conviendrait encore ajouter à tous ces verres un autre verre de pareille longueur, mais uniforme d'un bout à l'autre, scellé hermetiquement par ses deux extrémités, & dans lequel il y auroit environ 28 pouces de mercure ; le surplus vuide d'air grossier.

Ce tube serviroit à faire connoître l'effet de la chaleur sur le mercure, & toutes les fois que le mercure dans les autres verres n'auroit eu qu'un mouvement égal à celui-ci, on n'y auroit point d'égard, comme n'étant pas un effet du poids de l'atmosphère. Un semblable tube, pour bien faire, devroit désormais accompagner tous les Barometres simples dont on voudra se servir.

Toute cette machine construite, comme je viens de dire, devroit être observée exactement pendant un tems considerable ; & on pourroit s'assurer par-là,

1°. Si les variations arrivent dans tous les verres dans le même tems.

2°. Si elles sont égales dans tous, ou si elles ne sont pas plutôt proportionnelles aux hauteurs du mercure dont chaque verre est chargé ; à quoi il y a beaucoup de vraisemblance, s'il est vrai que les pores du verre donnent passage aux parties d'air qui sont assez petites pour cela.

SUITE DES REMARQUES

Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

PAR M. AMONTON.

1705.
22. Août.

Monsieur Homberg nous aiant appris qu'il avoit lavé avec de l'esprit de vin le tube du Barometre de Monseigneur le Chancelier, cela fit soupçonner à quelques-uns que peut-être c'étoit ce qui étoit cause que dans ce tube le mercure s'y étoit soutenu plus bas que dans les autres : ce que je jugeai d'autant plus vraisemblable, qu'il me souvint que lorsque j'examinai pour la première fois ce Barometre, le petit reflet de lumière que la courbure du haut du mercure a coutume de faire, me parut plus obscure qu'à l'ordinaire ; cela étant causé, comme je le juge presentement, par quelque peu d'esprit de vin resté dans ce tube.

Ce qui m'empêcha de m'en appercevoir alors, ce fut,

1°. Que le mercure me parut fort net tout le long du verre, sans petites bulles d'air, telles qu'elles ont coutume de se former lorsque le tube n'est pas bien sec.

2°. Parce qu'ayant incliné, comme je l'ai déjà dit, ce Barometre ; je trouvai le vuide autant bien fait qu'il a accoutumé de l'être dans les verres les mieux chargés.

De plus, cette grande difference que j'avois d'abord trouvée dans la hauteur du mercure de ce Barometre, d'avec celle de mes autres verres, & qui diminuoit toujours à mesure que je déchargeois & rechargeois ce tube, me sembloit une confirmation du fait, en ce que cet effet

pouvoit n'être qu'une suite de la dissipation de ce peu d'esprit de vin.

Enfin pour m'éclaircir & pour satisfaire à ce qui avoit été résolu, je lavai avec de l'esprit de vin ce tube par dedans, en le frottant assez fort avec un peu de cotton attaché au bout d'un fil de leton: puis l'ayant mis en égout pendant une nuit entière (ce qui me parut suffisant, vu la grande facilité avec laquelle on sçait que l'esprit de vin s'évapore) je le chargeai de mercure conjointement avec l'autre tube dans lequel le mercure s'étoit toujours tenu fort haut, que je ne nettoiai point, quoiqu'il parût fort sale. Après cela je trouvai effectivement entre les hauteurs de mercure de ces deux verres les 19. lignes de différence que j'avois trouvées à l'Academie, & le petit rebord de mercure obscurci.

Quoique par-là le fait paroisse suffisamment éclairci; la difficulté d'en expliquer la cause subsiste néanmoins toujours toute entière. Car enfin il ne paroît aucunement que cet esprit de vin se réduise en air, comme on le pourroit croire; puisque cet air devroit avoir une force de ressort égale à 19 lignes de mercure, & que le verre étant mis dans une situation horizontale, cet air y occuperoit encore près de cinq lignes, au lieu qu'on n'y apperçoit déjà plus rien, & que le tube fait encore avec l'horizon un angle de 45 degrés ou environ.

D'ailleurs les tubes neufs où le mercure s'étoit tenu à 7 lignes plus bas dans les uns que dans les autres, & dont la différence diminuoit pareillement à mesure que je les décharge & recharge de mercure, sans qu'on y puisse soupçonner d'y avoir jamais eu d'esprit de vin, donne lieu de croire que l'esprit de vin n'occasionne une moindre hauteur de mercure, qu'en ce qu'il rend le verre plus net & empêche que le mercure ne fasse une crasse dans l'intérieur du tube, qui peut être boucher en partie les pores du verre. Mais pourquoi cette crasse dans les Barometres qu'il y a long-tems qui sont montez, ne continuë-t-elle pas de boucher tout à fait ces pores? C'est de quoi il n'est pas aisé de rendre raison.

Il est vrai que cette obstruction des pores du verre ne paroît se faire qu'à mesure qu'on décharge & recharge les verres de leur mercure: & peut-être n'a-t-on point encore déchargé & rechargé de la sorte un même verre assez de fois pour s'en être apperçu.

Quoiqu'il en soit, il paroît toujours difficile d'expliquer le phénomène en question, qu'en supposant qu'il passe une plus grande quantité des plus petites parties de l'air à travers les verres dont les pores sont plus ouverts & moins embarrassés, comme je l'ai déjà dit dans mes premières remarques, & qu'on trouveroit peut-être des différences beaucoup plus considérables, si l'on se servoit de tubes faits d'autre matière que de verre.

Au reste ce n'est que du tems & de l'expérience que nous devons attendre un plus grand éclaircissement là-dessus.

E T A B L I S S E M E N T DE QUELQUES NOUVEAUX GENRES DE PLANTES.

PAR M. TOURNEFORT.

1705.
22. Août.

TOut le monde convient que rien n'a plus contribué à la perfection de la Botanique, que l'établissement exact des genres des Plantes, sous lesquels on a rangé les especes qui sont de même caractère. Dans cette vûe je suis persuadé qu'on ne sçauroit mieux faire que de profiter des occasions qui se présentent pour observer la structure des parties essentielles des Plantes dont le genre n'est pas encore connu. C'est par ce seul moyen que l'on peut achever de débrouiller une science qui étoit restée dans une étrange confusion faute d'un secours si nécessaire. Voici quelques genres nouveaux dont les Auteurs de Botanique n'ont pas encore déterminé le caractère.

MORSUS RANÆ.

C'est un genre de Plante qui produit deux sortes de fleurs: Des notées *A*, & d'autres qui ne sont pas notées *B*. Les unes & les autres sont en rose composées ordinairement de trois feuilles disposées autour du même centre. Le calice *C* des fleurs notées devient un fruit *D* oblong, partagé le plus souvent en six loges *E* remplies de semences assez menuës *F*.

Je ne connois qu'une espece de ce genre.

Morsus Ranæ foliis circinatis, floribus albis. *Nymphaea minor* sive *Morsus Ranæ* J B. 3. 773. *Nymphaea alba*, minima *CB Pin.* 193.

MENISPERMUM.

C'est un genre de Plante à fleur en rose *A*, composée de plusieurs feuilles *B*, *C* disposées autour du même centre. Le pistile *D* est à trois pieces, dont chacune *E* devient une baie *F*, qui renferme ordinairement une semence plate *G* échancrée en croissant.

Je ne connois qu'une espece de ce genre.

Menispermum Canadense, scandens umbilicato folio. *Clematidis hederacea perennis*, *Virginiana*, *umbilicato folio*, *papposo flore* *HR Par.* *Clematis Hederæ folio* *HR Blesf. Mor.*

CHRYSANTHÈMOIDES.

C'est un genre de Plante à fleurs radices *AB*, dont le disque *C* est composé de plusieurs fleurons *D*. La couronne *E* est à demi fleurons *F*, qui portent chacun sur un embryon *G* de graine. Le calice *H* est ordinairement simple & fendu jusqu'à la base. Lorsque la fleur est passée, les embryons deviennent autant de coques *I*, qui ont toute l'apparence d'une baie; mais elles se durcissent dans la suite, & renferment un noyau *K*.

Les especes de ce genre sont:

Chrysanthemoides Osteospermum, Africanum, odora-

tum, spinosum & viscosum Hort. Amstel. tom. 1. 85.

Chrysanthemum Africanum, frutescens, spinosum Flor. Norberg. 105.

Chrysanthemoides Africanum, Populi albæ foliis. Chrysanthemum arborescens, Æthiopicum, foliis Populi albæ Breyer. Cent. 1. 155.

CHAMÆBUXUS.

C'est un genre de Plante à fleur irreguliere *AB*, qui a toute l'apparence d'une fleur legumineuse : cependant elle n'est composée que de trois feuilles, dont les deux supérieures *CD* sont relevées & représentent l'étendard. L'inférieure *E* est creusée en gouttiere terminée par une espece de cuillieron *F*. Le pistile *G* qui est renfermé dans cette gouttiere devient un fruit *H* plat, assez rond, tout semblable à celui de la *Palygala* : car il est partagé en deux loges dans sa longueur, lesquelles s'ouvrent sur les bords *IK*, & renferment des graines oblongues *L*.

Je ne connois qu'une espece de ce genre.

Chamæbuxus flore Coluteæ flavescens CB. Pin. 471. Anonymos flore Coluteæ Clus. Hist. 105.

Chamæbuxus flore Coluteæ ex purpura rubescens CB. Pin. 471. Variété de la précédente.

CAMPHORATA.

C'est un genre de Plante à fleurs à étamines *A*, qui sortent du fond d'un calice *B* ou tuyau évasé, & découpé quelquefois en trois parties *B*, quelquefois en cinq *C*. Le pistile *D* devient une graine *E* enveloppée dans une espece de capsule *F*, qui n'est autre chose que le calice dont les pointes se sont réunies *GH*, & laissent voir une petite échancrure.

Je ne connois qu'une espece de ce genre.

Camphorata hirsuta CB. Pin. 486.

FICOIDES.

C'est un genre de Plante dont les fleurs *AB* sont des

cloches évâfées, découpées ordinairement fort menu, & percées dans le fond *C* par où elles s'articulent avec le pistile *D*. Lorsque les fleurs sont passées, le pistile & le calice *E* deviennent tous les deux ensemble un fruit *FG* divisé en plusieurs loges *HI* remplies de semences *K*.

Les especes de ce genre sont :

1. *Ficoides Africana*, folio *Plantaginis undulato*, micis argenteis asperfo.
2. *Ficoides Africana*, acaulos, latissimis, crassis & lucidis, foliis conjugatis, flore aureo amplissimo.
3. *Ficoides Africana erecta*, *Ocimaltri folio*, micis argenteis asperfo, flore roseo magno.
4. *Ficoides Africana*, erecta, ramosa, *Tripolii folio*, flore aureo magno. *Ficoides seu Ficus aizoides*, *Africana*, major, flore flavo, folio plano, latiori. *H. L. Bat. Chrysanthemum aizoides Africanum primum seu latifolium Breyn. Cent. I. 160.*
5. *Ficoides seu Ficus aizoides*, *Africana*, folio angustiori. *H. L. Bat.*
6. *Ficoides seu Ficus aizoides*, *Africana*, minor, multicaulis, flore intus rubente extus incarnato. *H. L. Bat.*
7. *Ficoides Africana*, folio ensiformi, dilute virenti, flore aureo, brevi pediculo insidente. *Ficoides seu Ficus humilis*, folio triangulari lucido, obtuso, flore aureo, magno. *Flor. Noriberg.*
8. *Ficoides Africana*, folio ensiformi, obscure virenti, flore longo pediculo insidente.
9. *Ficoides Africana*, folio ensiformi varie inciso, aureo flore pediculo insidente.
10. *Ficoides seu Ficus aizoides*, *Africana*, procumbens, folio triangulari ensiformi. *H. L. Bat.*
11. *Ficoides seu Ficus aizoides Africana*, triangulari folio longissimo, fructu multicapfulari, flore luteo major. *H. L. Bat. Chrysanthemum aizoides Africanum secundum seu teretifolium Breyn. Cent. I. 161.*
12. *Ficoides Africana*, folio triangulari, longissimo, flore aureo. *Chrysanthemum aizoides*, *Africanum*, triangulari

- folio, flore aureo Breyn. Cent. 1. 163.*
13. *Ficoides Africana, folio triangulari longissimo, flore purpureo. Chrysanthemum aizoides, Africanum, triangulari folio, flore purpureo Breyn. Cent. 1. 164.*
14. *Ficoides Africana, folio triangulari, longissimo, flore carneo. Chrysanthemum aizoides, Africanum, triangulari folio, flore carneo Breyn. Cent. 1. 164.*
15. *Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, major, procumbens, triangulari folio, fructu maximo eduli HL Bat.*
16. *Ficoides Africana, folio longo, triangulari, incurvo, caule purpureo.*
17. *Ficoides Africana, folio triangulari, recurvo, floribus umbellatis, obsoleti coloris, externe purpureis.*
18. *Ficoides Africana, folio triangulari, flore flavescente.*
19. *Ficoides Africana, folio triangulari, lanceolato & aculeato.*
20. *Ficoides Africana, folio triangulari, incurvo & dentato.*
21. *Ficoides Africana, folio triangulari, obtuso, in geminos aculeos abeunte, flore aureo.*
22. *Ficoides Africana, folio triangulari, apice rubro, caule purpurascente.*
23. *Ficoides seu Ficus aizoides Africana, minor erecta, triangulari folio viridi, flore intus aureo, foris purpureo HL Bat.*
24. *Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, minor, erecta, folio triangulari, glauco, flore luteo HL Bat.*
25. *Ficoides Africana, frutescens, perfoliata, folio triangulari, glauco punctato, cortice lignoso, tenui, candido.*
26. *Ficoides Africana, erecta, folio triangulari, glauco, punctis obscurioribus notato.*
27. *Ficoides Africana, humilis, folio triangulari, glauco, bullato, flore luteo.*
28. *Ficoides Africana, humilis, folio triangulari, glauco, dorso aculeato, flore luteo.*
29. *Ficoides Africana, erecta, ramosa, folio triangulari glauco & brevi, flore carneo.*
30. *Ficoides*

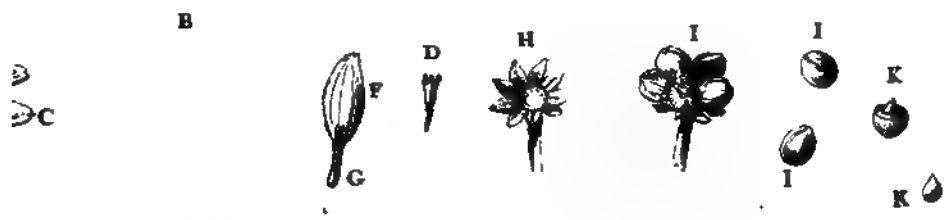
Morsus Ranae.



Menispermum.



Chrysanthemoides.



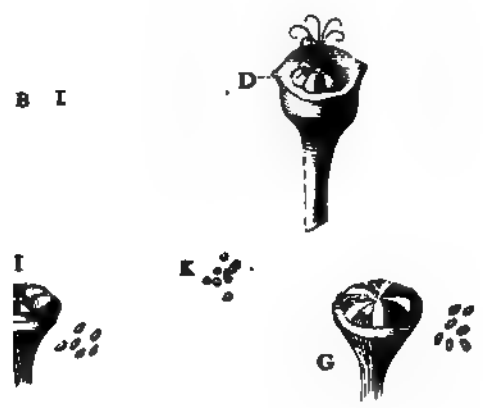
Chamaebuxus.

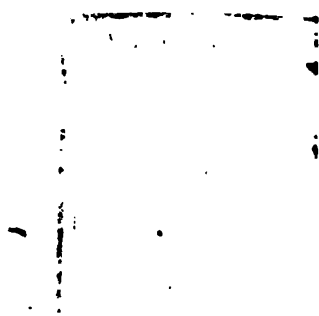


Camphorata.



Ficoides.





1875

1875

1875

1875

1875

1875

30. Ficoides Africana, humifusa, folio triangulari, longiori, glauco, flore flavescente.
31. Ficoides nostras, Kali folio, flore albo. *Kali Crassula minoris foliis* CB. Pin. 289. *Kali floridum*, repens, aizoides, *Neapolitanum* Col. part. 71.
32. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, folio tereti, procumbens, flore purpureo *HL* Bat.
33. Ficoides seu Ficus aizoides, Africana, folio tereti, procumbens, flore coccineo *HL* Bat.
34. Ficoides Africana, folio tereti, in villos radiatos abeunte. *Ficoides Africana*, erecta, teretifolia, nonnihil glauca, summisatibus foliorum spinosis, spinulis in stellam dispositis Flor. Noriberg.
35. Ficoides Africana, aculeis longissimis & foliatis, nascentibus ex foliorum alis.
36. Ficoides Africana, repens & læte virens, flore purpureo.

E X P E R I E N C E S

S U R L E S

T U T A U X C A P I L L A I R E S.

P A R M. C A R R É.

LA plupart des Auteurs modernes qui ont parlé de la pesanteur & du ressort de l'air, n'ont pas manqué d'examiner les expériences qui se font par le moyen des tuyaux Capillaires, & de chercher à rendre raison pourquoy l'eau y monte fort au-dessus de son niveau, & cela à proportion que le diamètre du tuyau Capillaire est petit. Les sentimens sont partagez là-dessus. Les uns veulent que l'eau monte dans ces tuyaux par l'inégalité de pression de l'air sur l'eau environnante & dans le tuyau: Les autres, parceque l'air enfermé dans le tuyau n'a pas la liberté de se mouvoir & d'agir par toute la force de son ressort sur

1705:
22. Août.

1705.

Hh

l'eau qui monte dedans : Les autres enfin disent que cela arrive, parceque l'eau mouillant les parois interieures du tuyau, elle y adhere & y est en partie soutenue (sans néanmoins expliquer la cause de cette adherence) de sorte que les colonnes laterales de l'eau qui environne le tuyau ayant plus de force ou de pesanteur relative, obligent celles-ci de monter. Comme en matiere de Physique c'est à l'experience à regler la justesse des raisonnemens, j'ay crû que cela meritoit bien d'être examiné, sur tout à cause du grand nombre d'Auteurs celebres qui en ont parlé, & voici les experiences que j'ay faites, la plupart avec M. Geoffroy.

I. Nous avons pris trois tuyaux Capillaires, dont le plus gros avoit $\frac{1}{2}$ de ligne de diametre, le second avoit $\frac{1}{4}$ de ligne, & le plus petit en avoit $\frac{1}{16}$. On les a plongez dans l'eau afin de les bien mouiller en l'y faisant passer tout au travers; puis les mettant dans une situation verticale, l'eau a monté par dessus son niveau de dix lignes dans le premier, d'un ponce & demi dans le second, & de deux ponces & demi dans le plus petit.

L'on a pris ensuite ces trois tuyaux, on a bouché un de leurs bouts avec un petit morceau de cire, & les ayant attachés l'un après l'autre à un des bassins de balances justes, laissant tremper le bout ouvert dans l'eau d'un vaisseau qui étoit au dessous, étant ainsi disposez on les a mis dans un parfait équilibre. Ce morceau de cire qui bouchoit l'ouverture superieure de ces tuyaux, étoit mis afin d'empêcher que l'eau n'entrât dans ces tuyaux. L'on a ôté ce petit morceau de cire, que l'on a mis dans le bassin de la balance où le tuyau étoit suspendu, afin de ne rien changer à l'équilibre, & aussi-tôt l'eau a monté dans ces tuyaux à la hauteur que l'on vient de marquer. Le raisonnement que j'avois fait avant l'experience, est que si l'eau monte dans ces tuyaux par l'inégalité de pression de l'air, l'équilibre doit demeurer le même; mais si c'est parceque l'eau mouille & adhere aux parois des tuyaux, alors c'est un petit poids qui est ajouté au tuyau, & ainsi l'équilibre doit se

rompre. Voici ce qui est arrivé. L'eau en montant dans le petit tuyau, n'a rien changé à l'équilibre, mais il s'est rompu en montant dans le moyen, & encore plus sensiblement dans le gros tuyau, de sorte que la balance a penché du côté du tuyau. Il semble d'abord après le raisonnement qu'on avoit fait, que la cause de l'élevation de l'eau dans les tuyaux, venoit de son adhesion aux parois interieures, & que la question étoit décidée : mais faisant reflexion que lorsqu'un des bouts est bouché avec de la cire, on doit regarder le tuyau & l'air qui est dedans comme un seul corps, dont le volume est plus léger que celui de l'eau dont il occupe la place, & qu'ainsi il doit demeurer dans un certain équilibre; mais que venant à déboucher ce tuyau, l'air ayant la liberté d'en sortir, & l'eau d'y entrer, on ne doit plus considerer que la propre matiere du tuyau, dont le volume est plus pesant qu'un égal volume d'eau, & ainsi cette seule cause doit rompre l'équilibre. Ces experiences ne peuvent donc rien apprendre de la veritable raison pourquoy l'eau monte dans ces tuyaux.

2. L'on a pris le plus gros tuyau, c'est à dire celui qui a $\frac{2}{3}$ de ligne de diametre : on l'a plongé d'abord dans de l'esprit de vin, la liqueur y a monté de trois lignes & demie au-dessus de son niveau; & l'y ayant plongé une seconde fois, elle a monté de quatre lignes.

Ayant plongé ce même tuyau dans l'eau commune, elle a monté de 5 lignes $\frac{1}{2}$: la seconde fois elle a monté de 7 lignes $\frac{1}{2}$; & l'ayant plongé une troisième fois, l'eau y a monté de 10 lignes.

L'on a plongé ce tuyau dans de l'esprit de therebentine : cette liqueur a monté de 4 lignes au-dessus de son niveau.

L'on a plongé ce même tuyau abreuvé de l'esprit de therebentine, après même avoir fait passer de l'esprit de vin au travers afin de le nettoyer, dans de l'esprit de vin : cette liqueur n'a pas monté jusqu'au niveau de celle du vaisseau; mais on s'est apperçu que cela venoit de ce qu'il étoit resté une petite goutte de liqueur adherente aux parois du tuyau.

H h ij

L'on a plongé ce tuyau dans de l'huile de tartre par défaillance, elle y a monté à la hauteur de 5 lignes & un peu plus : On l'y a plongé une seconde fois, elle a monté de 6 lignes.

On l'a plongé dans de l'esprit de nitre, qui a monté de 4 lignes.

On l'a plongé dans l'huile d'olive, elle a monté de 5 lignes. Ce tuyau avoit 12 pouces & demi de long.

L'on en a pris un autre de même diametre & de 9 pouces $\frac{1}{2}$ de long, l'ayant plongé dans l'eau commune, elle a monté, comme dans l'autre de 10 lignes au-dessus de son niveau. Et l'ayant plongé dans l'esprit de vin, il a monté de 4 lignes. D'où l'on peut voir que la longueur differente des tuyaux ne change rien dans l'elevation des liqueurs.

L'on a plongé ce tuyau dans le mercure, & il n'y a pas monté jusqu'au niveau. En ayant plongé un de plus petit diametre, le mercure n'y a point monté du tout.

L'on a encore pris un tuyau de 15 pouces de long & de $\frac{5}{8}$ de ligne de diametre ; on l'a plongé dans l'esprit de vin, qui a monté dedans près de 12 lignes.

On l'a plongé dans l'eau commune, elle a monté de deux pouces 5 lignes.

L'on a pris un autre tuyau de 5 pouces de long & de même diametre ; étant plongé dans l'esprit de vin, la liqueur a aussi monté près de 12 lignes, & étant plongé dans l'eau commune, elle a monté de 2 pouces 3 lignes & demie.

L'on a pris un petit bout de tuyau Capillaire que l'on a plongé dans l'eau, elle a monté jusqu'au haut & s'y est arrêtée.

L'on voit que dans toutes ces experiences, c'est toujours l'eau commune qui a monté plus haut. Mais il ne paroît pas qu'on en puisse tirer aucun éclaircissement pour la raison que l'on cherche : car comme les liqueurs spiritueuses sont plus legeres que l'eau, il semble que si leur elevation au-dessus du niveau venoit de l'inégalité de pression de l'air, ces liqueurs devroient monter plus haut que l'eau, ce qui n'arrive pas. De plus comme elles sont beaucoup

plus subtiles, il paroît qu'elles doivent mouïller plus facilement les parois des tuyaux, & par conséquent y adherer davantage, ce qui devroit aussi les faire monter plus haut.

Ce sont-là les experiences qui ont été faites chez M. Geoffroy; mais en voici d'autres que j'ay faites depuis.

3. J'ay pris un tuyau Capillaire que j'ay plongé dans un vaisseau plein d'eau, elle s'y est élevée trois ou quatre pouces au-dessus de son niveau. J'ay suspendu & arrêté le tuyau Capillaire dans cette situation, & ay mis le tout sous un balon de la Machine pneumatique. Et voici comme je raisonnois avant que de faire l'experience : Si c'est l'inégalité de pression de l'air qui est la cause de l'élévation de l'eau dans ce tuyau Capillaire, lorsqu'on aura pompé l'air du balon, cette eau doit descendre & se remettre au niveau de celle qui l'environne; si c'est par adhesion, il ne doit arriver aucun changement. Mais l'experience a été contraire à ce raisonnement; car après que l'air a été pompé, l'eau bien loin de descendre, s'est encore élevée dans le tuyau Capillaire de plus d'une ligne. La raison en est claire; car comme l'eau est remplie de beaucoup de parties d'air, son ressort n'étant plus bandé par la pression de l'air supérieur, il se dilate & augmente le volume de l'eau. Pour m'assurer davantage de cette augmentation de volume, j'ay mis le tuyau Capillaire dans un autre tuyau de demi-pouce de diametre que j'avois rempli d'eau, dont j'avois marqué la hauteur avec de l'ancre, & après avoir pompé l'air, l'eau s'est un peu élevée au-dessus de la marque. D'où l'on peut conclure qu'il y a assez de parties d'air dans l'eau, pour qu'elle soit susceptible de quelque condensation.

4. Enfin voici les dernières experiences qui décident la question, & paroissent ne plus laisser aucun doute que c'est par la seule adhesion aux parois des tuyaux que les liqueurs montent au-dessus de leur niveau, en sorte que les autres causes que les différens Auteurs en ont apportées, n'y contribuent en rien. J'ay fait couler une goutte de suif dans un tuyau Capillaire, & l'ay fait fondre jusqu'à ce que la

couche de ce suif le long des parois interieures fût tres-mince, de crainte qu'elle ne bouchât le tuyau : Je l'ay plongé dans l'eau, elle y a monté à la même hauteur, c'est à dire, que l'eau du dedans du tuyau n'étoit pas plus élevée que celle qui l'environnoit. Cette seule experience fait bien voir que l'inégalité de pression de l'air n'est pas réelle. En effet, comment concevoir cette inégalité ? L'ouverture de ces tuyaux étant tres-grande par rapport aux pores au travers desquels l'air peut s'insinuer avec beaucoup de facilité, & faire les mêmes effets que s'il étoit en liberté : ce que l'on peut prouver, 1^o. Par l'experience du Barometre simple, dont on a bouché un des bouts avec de la vessie de porc ; car après avoir fait le vuide à l'ordinaire, & que la pression de l'air environnant tient le mercure suspendu à 27 ou 28 pouces plus ou moins selon les différentes condensations ou rarefactions de l'air, si l'on vient à faire un petit trou avec la pointe d'une aiguille, dont le diametre est beaucoup plus petit que celui des tuyaux Capillaires que l'on a employez dans ces experiences, aussitôt l'air s'insinue dans le tuyau & fait descendre le mercure. 2^o. Par ce qu'il m'arriva un jour en faisant des experiences sur le vif-argent ; c'est qu'après avoir fait le vuide, le mercure ne laissoit pas de descendre ; & en cherchant la cause, je m'apperçus qu'il y avoit une petite fêlure au tuyau dont je me servois : je colay dessus deux bandes de parchemin le plus exactement que je pûs, je reïteray l'experience, & le mercure descendoit encore, mais à la verité plus lentement ; ce qui fait bien voir l'extrême subtilité de l'air qui peut s'insinuer par les plus petites ouvertures, & y-communiquer son action.

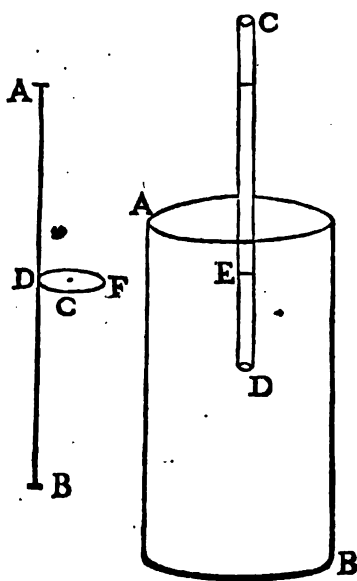
Ce qui confirme l'adhesion de l'eau aux parois des tuyaux, c'est que si l'on ne fait fondre du suif que dans une partie du tuyau moindre que la profondeur de l'eau où on le plonge, l'eau monte alors dans ce tuyau au-dessus de son niveau ; & si l'on ne fait fondre du suif que d'un côté du tuyau, on voit l'eau du côté du suif se mettre de niveau, & de l'autre côté où elle mouille le verre, elle s'élève au-

dessus du niveau. Enfin si on laisse couler une goutte d'eau le long de la surface extérieure du tuyau, lorsque cette goutte sera arrivée à son extrémité, bien loin de tomber, elle entre dedans le tuyau : mais si ce tuyau est enduit de suif, elle n'y entre point du tout. Il est donc évident par ces dernières expériences que l'eau ne monte dans les tuyaux Capillaires, & s'élève au-dessus de son niveau, que parceque mouillant les parois du tuyau, elle y est en partie soutenue en y adhérant ; de sorte que les colonnes latérales de l'eau qui environne le tuyau ayant plus de pesanteur, ou appuyant davantage sur le fond du vaisseau, obligent celles qui répondent à l'ouverture du tuyau de s'élever plus haut.

Pour bien entendre comment les colonnes latérales de l'eau ont plus de force que celles qui touchent & sont appliquées immédiatement aux parois intérieures des tuyaux Capillaires, on va démontrer cette proposition.

Si un corps quelconque s'appuie par une de ses extrémités aux inégalités d'un autre corps vertical, soit en s'y appliquant par un contact immédiat, soit en entrant par son extrémité dans ces inégalités, & qu'il soit soutenu par une puissance appliquée à la partie opposée ; je dis que la puissance sera au poids ou à l'effort qu'il fait pour descendre, comme la distance du centre de pesanteur de ce corps au point d'appui, est à la distance de la puissance au même point d'appui.

Soit AB une surface verticale, & soit un corps quelconque ED dont une des extrémités est appuyée ou soutenue au point D de cette surface, & qui a pour centre de pesanteur le point C ; il est évident que si une puissance le soutient au point F , elle n'en portera pas tout le poids, puisqu'on le suppose soutenu



en D ; mais je dis que cette puissance a un même rapport à l'effort que fait le corps FD pour descendre, que la distance DC est à la distance FD . Car on peut imaginer ce corps comme suspendu ou soutenu au milieu d'un levier horizontal FD par deux puissances appliquées en F & en D . Or par les loix de l'Equilibre la puissance F est au poids du corps FD , comme CD est à FD ; donc, &c.

Il est facile d'appliquer ce raisonnement aux tuyaux Capillaires : car soit le vaisseau AB rempli d'eau, dans lequel on ait plongé le tuyau Capillaire CD : soit divisée par la pensée cette eau en colonnes composées de petites particules d'eau mises les unes sur les autres comme E : il est clair que l'eau étant entrée dans ce tuyau, toutes les parties qui toucheront immédiatement les parois seront en partie soutenues. Or par les loix de l'Equilibre des liqueurs, l'eau doit se mettre de niveau si rien ne l'en empêche, parce que toutes les colonnes sont également pesantes, ou pressent également le fond du vaisseau : mais celles qui touchent les parois interieures du tuyau sont en partie soutenues, donc elles n'agissent pas sur le fond du vaisseau avec toute leur force, donc les colonnes laterales doivent les faire monter, & cela jusqu'à ce qu'elles récompensent en hauteur ce qu'elles perdent de force par leur adhesion, & qu'il se fasse de nouveau Equilibre.

Il paroît par cette explication que les liqueurs mouillant aussi les surfaces exterieures des tuyaux, devroient de même s'élever à une hauteur considerable, ce qui est contraire à l'experience : mais il faut prendre garde qu'au dedans des tuyaux, les parties de ces liqueurs se soutiennent les unes les autres & contribuent à leur elevation, ce qui n'arrive pas au dehors. Aussi voit-on dans les tuyaux fort larges que l'eau s'élève fort peu.

Il est évident que plus le diametre des tuyaux Capillaires est petit, plus l'eau y doit monter haut : car la force de l'adhesion est mesurée par la surface interieure des tuyaux, & la résistance est mesurée par le poids des colonnes d'eau qui y sont contenues ; mais les colonnes de
même

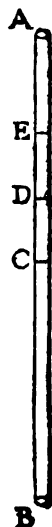
même hauteur font en raison doublée du diametre de ces tuyaux, & les surfaces font seulement en raison de ces diametres; donc la surface d'un grand tuyau est moindre par rapport à la quantité d'eau qu'il contient, que la surface du petit par rapport à sa quantité d'eau, donc la force de l'adhésion est moindre dans le grand que dans le petit; donc, &c.

Il est encore évident que dans les tuyaux égaux également ou inégalement inclinez, l'eau doit toujours monter à la même hauteur, quoiqu'en plus grande quantité que lorsqu'ils sont verticaux: car dans les tuyaux inclinez le moment de l'eau qui presse ne se mesure pas par toute la longueur du tuyau, ou par le poids absolu de toute la colonne d'eau du tuyau, mais par sa hauteur verticale, parcequ'elle ne sera poussée que par le poids de la colonne d'eau laterale qui presse librement.

Voici encore quelques experiences sur cette même matiere, & qui servent à confirmer ces raisonnemens.

Soit le tuyau Capillaire *AB* dont le dedans soit fort sec, si l'on fait seulement toucher le bout *B* à la surface de l'eau, elle y monte jusqu'en *C*; mais si on le mouille en faisant passer l'eau au travers, elle montera plus haut jusqu'en *D*: que si on enfonce ce tuyau dans l'eau, elle montera encore plus haut comme en *E*. Si l'on retire ce tuyau hors de l'eau, celle qui est dedans descend peu à peu, & il se forme une petite goutte d'eau en *B*, ce qui arrive lorsque la hauteur *BE* est fort grande; car si elle ne l'est pas trop, l'eau demeure suspendue sans sortir. Si maintenant l'on vient à faire toucher l'eau qui est en *B* à une goutte d'eau posée sur un plan, on verra l'eau du tuyau descendre de *E* en *D*, qui est l'endroit même où elle se tenoit élevée lorsqu'on faisoit toucher le bout *B* à la surface de l'eau: Au contraire, si l'eau n'étoit élevée que jusqu'à *C*, & qu'on fît toucher le bout *B* à la même goutte d'eau posée sur le plan, on verroit l'eau monter jusqu'en *D*.

La raison de ces effets dépend des mêmes loix de l'Equilibre: car lorsque la goutte qui est en *B* en touche une autre, elle s'y unit par un contact immediat, & alors si



l'eau est en *E*, comme elle est trop élevée, elle s'abaisse, parceque tout doit se mettre en équilibre; & si elle est fort basse comme en *C*, elle s'élève par la même raison.

Il s'agit maintenant d'expliquer pourquoy il y a des corps qui peuvent être mouillez plus facilement par des liqueurs que d'autres; pourquoy différentes liqueurs peuvent mouiller differens corps; pourquoy enfin certaines liqueurs se mêlent ensemble, & d'autres ne peuvent se mêler, mais se séparent toujours.

* Ce principe a été si bien prouvé par l'Auteur de la Recherche de la Vérité, & après lui par feu M. Bernoulli, que je ne croy pas qu'il y ait aucun de ceux qui entendent les principes de Physique qui puisse le nier.

Pour cela je pose ce principe* comme constant. 1°. Que l'union & la dureté des corps ne viennent que d'une compression du fluide environnant; car sans admettre dans les parties des corps homogenes une espece de *gluten*, comme quelques-uns le prétendent, nom qui n'est pas plus clair & n'explique pas mieux l'union de quelques corps, que celui de *sympathie* qui unit ces parties les unes aux autres, on doit rapporter en bonne Physique toute l'action & la force des corps à leur mouvement. 2°. Que cette union ou cette dureté est d'autant plus grande que les parties de ces corps se joignent par plus de surface, & laissent entr'elles moins du fluide qui résiste à l'action de celui qui presse exterieurement; de sorte que si la résistance est égale à la compression, ces parties ne s'unissent point; si au contraire le fluide interieur résiste davantage que l'exterieur, ces parties s'écartent; & si l'exterieur a plus de force, ces parties s'unissent, & cela d'autant plus que leurs surfaces sont plus polies dans chaque endroit où elles s'unissent; de sorte que si elles étoient tellement polies, & qu'elles pussent s'ajuster si immédiatement les unes aux autres qu'elles ne laissassent aucun intervalle entr'elles, & par consequent aucun passage au fluide environnant; alors elles seroient comprimées de toute la force de ce fluide, & c'est en quoy consiste la plus grande dureté des corps. C'est ainsi qu'on peut bien expliquer l'union de deux corps polis comme de deux morceaux de verre, de deux marbres, &c. ou l'union de deux hemispheres creux de cuivre, dont on a pompé l'air enfermé dedans, & qui

résistent tellement à leur desunion, qu'il faut un grand nombre de chevaux pour les séparer.

Il est aisé d'appliquer ceci aux liqueurs qui motuillent certains corps, & qui n'en peuvent motuiller d'autres ; car lorsque les parties des liqueurs ont le tissu de leur petite surface tel, qu'elles peuvent s'appliquer plus immédiatement sur la surface des corps qu'elles touchent en laissant peu de fluide entr'elles & la surface de ce corps ; alors elles y adhèrent, & y sont comme colées & soutenues par la pression du fluide environnant, & c'est par cette raison que les gouttes d'eau suspendues aux feuilles des arbres, dont quelques-unes sont fort polies, ou à d'autres corps ne tombent pas. L'on peut aussi par ce même principe rendre raison pourquoy les parties d'une même liqueur s'unissent, & pourquoy celles de quelques liqueurs différentes ne s'unissent point : car les parties d'une même liqueur étant homogènes, c'est à dire, qu'ayant leurs surfaces à peu près semblables, venant à se rencontrer, elles s'approchent plus près les unes des autres, & laissant entr'elles moins de ce fluide qui résiste à l'action du fluide extérieur, elles s'unissent plus immédiatement : Au contraire les parties de différentes liqueurs étant hétérogènes, c'est à dire, que leur figure étant différente, elles laissent toujours entr'elles beaucoup de ce fluide qui empêche qu'elles ne s'unissent : Ainsi ayant mêlé de l'huile & de l'eau ensemble en les battant quelque tems, comme toutes les parties des liqueurs ont chacune un mouvement séparément les unes des autres en haut en bas, à droit à gauche & dans toutes les directions possibles, ce qui constitue leur fluidité ; une partie d'huile venant à rencontrer une partie d'eau, elles ne peuvent s'unir & se joindre assez à cause de leur figure & de l'arrangement de leurs parties, ce qui est cause qu'elles glissent l'une auprès de l'autre sans s'arrêter ; mais une partie d'huile venant à rencontrer une partie d'huile, comme leur surface est semblable, elles s'approchent de plus près & s'unissent, à cause du peu de résistance qui s'oppose à l'action du fluide environnant.

Qu'on ne dise pas que cette explication tend à détruire la fluidité des liqueurs ; car quoiqu'une partie soit assez unie à une autre pour être élevée ou soutenue à cause de son peu de pesanteur, elle ne l'est cependant pas assez pour résister au choq de quelqu'autre partie qui vient la frapper, ou à l'action de la matiere subtile qui peut encore s'insinuer entre deux.

Il sera facile en suivant ce raisonnement d'expliquer cette experience qui me paroît fort curieuse. Si l'on mêle du vin & de l'huile ensemble le plus qu'on pourra, & qu'on veuille les separer, on prendra deux bandes de papier gris dont on se sert pour les filtrations, on les trempera séparément l'une dans du vin, & l'autre dans l'huile, & plongeant un de leurs bouts dans ces liqueurs mêlées ensemble, l'autre bout le plus long passant par dessus le bord du vaisseau qui les contient, on verra l'huile sortir par le papier qui en est imbibé, & le vin par l'autre. La raison en est évidente : car une partie de vin allant frapper contre une partie d'huile, comme par sa figure elle ne peut pas s'en approcher assez près pour chasser le fluide qui est entre deux, au lieu de s'y unir, elle en est repoussée ; mais au contraire une partie de vin allant rencontrer une partie de vin, elle s'en approche assez près pour chasser ce fluide, & celui qui les environne les comprimant, elles restent unies & montent à la maniere ordinaire.

Lorsqu'on mêle un plus grand nombre de liqueurs ensemble, la separation s'en fait moins exactement, & il paroît en faisant l'experience, que c'est l'eau qui se dégage le mieux des autres liqueurs où elle est mêlée. Ce qui pourra servir à expliquer la grande facilité qu'a l'urine à se separer du sang en passant au travers des glandes des reins, comme on le va voir.

L'on pourroit peut-être expliquer par ce principe les différentes filtrations du corps, c'est à dire comment les parties différentes dont le sang est composé peuvent se separer au travers des glandes des differens viscères qui les

filtrerent : car les autres explications qu'on en donne souffrent de grandes difficultez. Il y en a deux parmi plusieurs qui paroissent les plus vrai-semblables : La premiere est que toutes les parties du sang sont homogenes, mais que les pores des glandes étant differens, ce sont comme autant de moules qui leur donnent la figure propre à composer la liqueur qui y est contenuë, ou dans les réservoirs où elle est déposée. Or l'on ne voit pas bien comment le chyle qui doit être composé de toutes les différentes parties des alimens dont on use, peut se changer de manière, que toutes ses parties & par conséquent celles du sang deviennent homogenes. De plus, comment concevoir l'action de ces moules sur des liqueurs qui restent toujours fluides ? La seconde explication est de ceux qui croient qu'il y a dans le sang des parties de matiere de toutes sortes de figures, ce qui paroît tres-vrai, mais que les pores des glandes étant differemment figurez, ne laissent passer que les parties qui leur conviennent, c'est à dire, que si un pore est prismatique ou pyramidal, il n'admettra que des parties prismatiques ou pyramidales. Ce sentiment auroit quelque vrai-semblance, si les parties du sang étoient également grosses ; mais comme certainement il y en a de plus petites les unes que les autres, on ne voit pas pourquoy une partie de figure cubique, par exemple, qui sera beaucoup plus petite que le pore prismatique, n'y passera pas, & ainsi des autres. Mais si l'on suppose que les glandes sont imbibées dès le commencement de la formation du corps, de la liqueur qu'elles doivent filtrer (ce qui s'accorde assez avec le sentiment * que l'on a maintenant sur la generation, qui est que les petits corps organisez ont été formez dès l'instant de la creation, contenus tous & pour ainsi dire *emboîtez* les uns dans les autres, & qu'il ne se fait maintenant qu'un développement & accroissement de parties ; accroissement insensible mais tres-réel dans les uns, & accroissement sensible dans les autres, & qui sont ceux qui doivent vivre indépendamment du corps dans lequel ils sont renfermez) alors il sera facile par le principe qu'on

* Voyez la
Recherche de
la Vérité,
Liv. 1. c. 6.

a posé, d'expliquer comment les parties heterogenes du sang se separeront, & composeront les differentes liqueurs dont les réservoirs du corps sont remplis. Car une des parties de la bile, par exemple, allant frapper contre une des parties qui doit composer quelqu'autre humeur, ne s'y joindra pas à cause de la differente tiffure de leur surface; mais par une raison contraire elle s'unira à une autre partie de bile, & iront remplir le réservoir qui la contient. C'est ainsi qu'on pourra encore expliquer la nourriture & d'accroissement des plantes differentes quoique plantées dans un même terrain, dans cette supposition qu'il y a dans la terre des parties de toutes sortes de figures, dont les unes sont propres pour la nourriture d'une plante, & les autres pour la nourriture d'une autre.

S U P P L E M E N T

DE TRIGONOMETRIE,

CONTENANT

*Deux Theoremes generaux sur les Tangentes & les
Secantes des angles multiples.*

PAR M. DE LAGNY.

1709.
26. Août.

Archimede dans son Livre de la Mesure du Cercle, a donné la première idée de supputer le rapport des cordes des arcs de cercle en raison sous-double; & il y a beaucoup plus d'art qu'il n'en paroît d'abord dans le choix de certains nombres rationaux & approchans, qu'il substitue aux nombres exacts, mais irrationaux, dont le calcul & l'usage n'ont été connus que plusieurs siècles après lui.

Ptolomée dans son Almageste a poussé cette matiere beaucoup plus loin, par le moyen de la fameuse propriété

du quadrilatere inscrit dans le cercle, dont le rectangle sous les diametres est égal à la somme des deux rectangles sous les côtez opposez. C'est de ce principe aussi fécond dans la Trigonometrie, que la 47. p. 1. l'est dans la Geometrie ordinaire, que la plupart des Geometres des derniers siècles ont tiré leurs nouvelles découvertes sur le calcul des cordes & des sinus.

Viete est le premier qui ait donné une methode exacte & generale pour trouver la suite des cordes des arcs multiples. C'est dans ses Theoremes sur les Sections des angles. M^r Oughtred & Wallis ont travaillé sur la même matiere; & depuis peu M^r Bernoulli & Herman ont aussi donné de nouvelles methodes presque toutes tirées du même principe. Mais aucun Auteur, que je sçache, n'a traité des Tangentes ni des Secantes des angles multiples: ils se sont contentez, sans passer plus avant, de donner la methode de trouver la Tangente & la Secante d'un arc, qui est la somme ou la difference de deux arcs dont les Tangentes & les Secantes sont données, & celle de trouver les Tangentes & les Secantes des arcs doubles & sous-doubles: ce qui n'est qu'un cas particulier & le plus simple de la methode generale, qui doit comprendre les angles triples, quadruples, quintuples, &c. & les sous-triples, sous-quadruples, sous-quintuples, &c. à l'infini.

Il y a apparence que ce qui a empêché de s'appliquer à cette recherche, outre la longueur & la difficulté du calcul, c'est que connoissant le rapport du rayon au sinus d'un arc donné, on peut facilement trouver la Tangente & la Secante du même arc; & ainsi ayant une methode generale pour les cordes & les sinus des arcs multiples, il semble d'abord que celle des Tangentes & des Secantes n'en doit être qu'un corollaire. Mais il y a une difference infinie entre trouver de cette maniere la Tangente ou la Secante d'un arc en particulier, & trouver le rapport general des Tangentes & des Secantes à l'infini: & si l'on cherchoit ce rapport par celui des sinus, on tomberoit necessairement dans des formules d'incommensurables qui n'au-

roient rien ni d'élegant ni de praticable. On auroit dû au contraire, suivant la remarque de M. de Fermat dans sa Dissertation sur la rectification des lignes courbes, commencer par la recherche des Tangentes; parceque les propriétés en sont toujours beaucoup plus simples que celles des lignes inscrites. Enfin la formule seule & particuliere qu'on a trouvée pour les Tangentes & les Secantes des arcs doubles & sous-doubles, & les manieres différentes dont les plus grands Geometres du dernier siècle se sont appliquez à la démontrer à l'occasion de la fausse quadrature du cercle de Longomontanus, tout cela, dis-je, fait voir ordinairement que la methode des cordes n'a rien de commun avec celle des Tangentes & des Secantes. En effet, celles-ci sont entierement indépendantes du cercle & de ses propriétés; & je n'y considere précisément que le triangle rectiligne & rectangle: elles different essentiellement & dans le fonds & pour la forme: l'expression & la démonstration de ces dernières sont incomparablement plus simples, & l'on peut dire que la Trigonometrie étoit tres-imparfaite sans ces deux Theoremes; & ce que M. Descartes a dit de sa methode des Tangentes par rapport à la Geometrie, je puis l'appliquer à ces Theoremes par rapport à la Trigonometrie, que c'est la chose la plus utile & la plus generale non-seulement que je sçache, mais même que j'aye jamais désiré sçavoir sur cette matiere.

THEOREME GENERAL

Sur les Tangentes des angles multiples.

Soit le rayon a & la Tangente de l'angle $x = b$,

On demande la Tangente de l'angle cx .

R E G L E.

- 1°. Elevez le binome $a + b$ à la puissance c .
- 2°. Prenez pour dénominateur le premier, le troisième, le cinquième, &c. termes impairs, & pour numerateur le second,

second, le quatrième, le sixième, &c. termes pairs de cette puissance multipliez par a .

3°. Marquez alternativement des signes $+$ & $-$ les termes du numérateur & du dénominateur, c'est à dire le second de l'un & de l'autre du signe $-$, le troisième du $+$, le quatrième du signe $-$, & ainsi de suite : vous aurez la Tangente cherchée de l'angle $c x$.

Remarquez que lorsque c est impair, on peut abréger l'expression en divisant les termes du dénominateur, au lieu de multiplier ceux du numérateur par a .

EXEMPLE I.

Connoissant le rayon a & la Tangente b d'un angle donné, on demande la Tangente de l'angle double.

1°. J'éleve $a + b$ à la seconde puissance, c'est $aa + 2ab + bb$.

2°. Je prends pour dénominateur le premier & le troisième terme de cette puissance, le dernier avec le signe $-$, & pour numérateur le second terme multiplié par a ; ce qui me donne pour la Tangente cherchée cette fraction $\frac{2aab}{aa - bb}$. Ce qu'il falloit trouver.

EXEMPLE II.

Les mêmes choses étant supposées, on demande la Tangente de l'angle triple.

1°. La troisième puissance de $a + b$ est $a^3 + 3aab + 3abb + b^3$.

2°. Je prends pour dénominateur le premier & le troisième termes de cette puissance, le dernier avec le signe $-$, & pour numérateur le second & le quatrième termes, le dernier aussi avec le signe $-$ multipliez par a : ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{3a^2b - ab^2}{a^3 - 3abb}$, ou plus simplement $\frac{3aab - b^3}{aa - 3bb}$ en divisant les termes du dénominateur, au lieu de multiplier ceux du numérateur par a .

EXEMPLE III.

Pour la Tangente de l'angle quadruple.

La quatrième puissance d' $a + b$ est $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{4a^3b - 4a^2b^3}{a^4 - 6a^2b^2 + b^4}$.

EXEMPLE IV.

Pour la Tangente de l'angle quintuple.

La cinquième puissance d' $a + b$ est $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$: ce qui me donne pour la Tangente cherchée $\frac{5a^4b - 10a^3b^3 + ab^5}{a^5 - 10a^3b^2 + 5ab^4}$, ou plus simplement $\frac{5a^4b - 10a^2b^3 + b^5}{a^5 - 10a^3b^2 + 5b^4}$, & ainsi des autres.

THEOREME GENERAL

Sur les Secantes des angles multiples.

Soit le rayon a la Tangente b , & la Secante c de l'angle x .
On demande la Secante de l'angle dx .

1°. Prenez le même dénominateur que pour la Tangente par le Theoreme précédent, & pour numerateur prenez c^d lorsque d est impair, & ac^d lorsqu'il est pair.

Ainsi la Secante de l'angle double sera $\frac{ac^2}{aa - bb}$.

Celle de l'angle triple sera $= \frac{c^3}{aa - 3bb}$.

Celle de l'angle quadruple sera $= \frac{ac^4}{a^4 - 6a^2b^2 + b^4}$.

Celle de l'angle quintuple sera $= \frac{c^5}{a^5 - 10a^3b^2 + 5b^4}$.

Et ainsi des autres.

DEMONSTRATION

De ces deux Theoremes.

Soit le triangle rectiligne ABC rectangle en B , dont je suppose qu'on connoît les trois côtez, & dont l'angle aigu

BAC est tel qu'un certain multiple, par exemple son quintuple, soit moindre que l'angle droit; ce qui est toujours aisé à trouver.

Ayant prolongé indéfiniment du côté C le petit côté ou la perpendiculaire BC , je prends les angles BAD , BAE , BAF , BAG , &c. double, triple, quadruple, quintuple, &c. de l'angle BAC . Il est évident que la ligne BD est la Tangente, & AD la Secante de l'angle double; que BE est la Tangente, & AE la Secante de l'angle triple; que BF est la Tangente, & AF la Secante de l'angle quadruple, &c. de l'angle donné BAC .

Il faut trouver la valeur de ces Tangentes & de ces Secantes par rapport aux trois côtes donnez du triangle ABC .

Soit $AB = a$, $BC = b$, & $AC = c$.

Il faut 1°. trouver $BD = x$ Tangente de l'angle double BAD .

Puisque $BD = x$ & $BC = b$; donc $CD = x - b$, & $\overline{CD}^2 = xx - 2bx + bb$.

$\overline{AD}^2 = aa + xx$ par la 47. p. 1.

Or par la 3. p. 6. $AB : AD :: BC : CD$.

Et par conséquent $\overline{AB}^2 : \overline{AD}^2 :: \overline{BC}^2 : \overline{CD}^2$. c'est à dire en termes analytiques $aa : aa + xx :: bb : xx - 2bx + bb$.

En en divisant $aa : xx :: bb : xx - 2bx$: & multipliant les moyens & les extrêmes,

on aura $bbxx = aaxx - 2aabbx$: & divisant tout par x ,

on aura $bbx = aax - 2aab$: & transposant,

on aura $aax - bbx = 2aab$: & en divisant tout par $aa - bb$,

on aura enfin $x = \frac{2aab}{aa - bb} = BD$. Ce qu'il falloit trouver.

K k ij

COROLLAIRE.

Donc $CD = x - b = \frac{2ab}{a-a-bb} - b = \frac{aab+b^3}{aa-bb}$.

2°. Il faut trouver AD Secante du même angle double BAD .

Par la 3. p. 6. $BC : CD :: AB : AD$.

c'est à dire . . $b : \frac{aab+b^3}{aa-bb} :: a$.

ou $1 : \frac{aa+bb}{aa-bb} :: a$.

ou $aa-bb : aa+bb :: a : \frac{a^3+abb}{aa-bb} = AD$. *Ce qu'il falloit trouver.*

3°. Il faut trouver BE Tangente de l'angle triple BAE .

Soit $CE = x$ donc $BE = b + x$, & $DE = x - \frac{aab+b^3}{aa-bb}$ par le Corollaire cy-dessus.

On aura donc $\overline{BE}^2 = bb + 2bx + xx$, & $\overline{DE}^2 = xx - \frac{2aabx + 2b^3x}{aa-bb} + \frac{a^4bb + 2aab^4 + b^6}{a^4 - 2aabb + b^4}$, & $\overline{AE}^2 = aa + bb + 2bx + xx$.

Or par la 3. p. 6. $AC : AE :: CD : DE$. Donc $\overline{AC}^2 : \overline{AE}^2 :: \overline{CD}^2 : \overline{DE}^2$.

Donc $aa+bb : aa+bb+2bx+xx :: \frac{a^4bb+2aab^4+b^6}{a^4-2aabb+b^4} : xx - \frac{2aabx+2b^3x}{aa-bb} + \frac{a^4bb+2aab^4+b^6}{a^4-2aabb+b^4}$: & en divisant, $aa+bb : 2bx+xx :: \frac{a^4bb+2aab^4+b^6}{a^4-2aabb+b^4} : \frac{xx-2aabx+2b^3x}{aa-bb}$; & alternant & divisant le premier & le troisième termes par le premier, multipliant les termes moyens & les extrêmes, divisant tout par x , on trouve enfin

$$x = \frac{2aab+b^3}{aa-3bb} = CE.$$

Donc $BE = \frac{3aab-b^3}{aa-3bb}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE.

$$DE = BE - BD = \frac{3aab-b^3}{aa-3bb} - \frac{2aab}{aa-bb} = \frac{a^4b+2aab^3+b^5}{a^4-4aabb+3b^4}.$$

4°. Il faut trouver la Secante du même angle triple BAE .

Par la 3. p. 6. $CD : DE :: AC : AE$.

Or les trois premiers termes sont connus : donc on trouvera le quatrième égal à $\frac{c^2}{aa-3bb}$. On peut aussi la trouver par la 47. p. 1.

5°. Il faut trouver BF Tangente de l'angle quadruple.

Soit $BF = x$. On a déjà $BD = \frac{2aab}{aa-bb}$.

Donc $DF = x - \frac{2aab}{aa-bb} = \frac{aax-bbx-2aab}{aa-bb}$.

Par la 47. p. 1. $\overline{AF}^2 = aa - xx$.

Et par la 3. p. 6. $\overline{AB}^2 : \overline{AF}^2 :: \overline{BD}^2 : \overline{DF}^2$.

C'est à dire $aa : aa - xx :: \frac{4a^4bb}{a^4-2aabb+b^4} :$

$$\begin{array}{r} 4a^4bb + a^4xx + 4aab^3x \\ - b^4 - 4a^4b \quad \bullet \\ - 2aabb \\ \hline a^4 - 2aabb + b^4 \end{array}$$

Otant les dénominateurs du troisième & quatrième termes, & divisant & alternant & multipliant les extrêmes & les moyens,

Je trouve $x = \frac{4a^4b - 4aab^3}{a^4 - 6aabb + b^4}$. *Ce qu'il falloit trouver.*

6°. Il faut trouver AF Secante de l'angle quadruple BAF .

On peut la trouver par la 47. p. 1. & par la 3. p. 6. & on trouvera $AF = \frac{ac^2}{a^4 - 6aabb + b^4}$, & ainsi des autres.

Or il est évident que dans la suite des numérateurs & des dénominateurs des fractions qui expriment les Tangentes & les Secantes, on trouve la suite des termes alternatifs avec les signes $+$ & $-$ des puissances correspondantes d' a & b . Donc les deux Theoremes sont veritables.

COROLLAIRE I.

Lorsque la Tangente est commensurable au rayon, toutes les Tangentes des angles multiples sont aussi commensurables, de même que toutes les Secantes des multiples

en nombre pair, comme celles des angles doubles, quadruples, sextuples, &c.

Et lorsque la Tangente & la Secante sont commensurables au rayon, toutes les Tangentes & les Secantes des angles multiples sont aussi commensurables.

COROLLAIRE II.

Lorsque l'angle multiple supposé est égal à l'angle droit, le dénominateur s'évanouit & devient égal à zero : ce qui donne la plus simple équation qu'il soit possible pour trouver les Tangentes des angles sous-doubles, sous-triples, &c. & en general des sous-multiples de l'angle droit.

Il est évident, 1^o. que le dénominateur doit être égal à zero : parceque la Tangente de l'angle droit étant infiniment grande, & le numérateur de la fraction qui l'exprime n'enfermant que des valeurs constantes & finies, il faut que le dénominateur devienne un infiniment petit ou égal à zero. Ainsi pour trouver la Tangente de la moitié de l'angle droit, je prends la formule de la Tangente de l'angle double $\frac{2ab}{aa-bb}$, & je suppose le dénominateur $aa-bb=0$; ce qui me donne $b=a$, la Tangente égale au rayon. *Ce qu'il falloit trouver.*

Pour avoir la Tangente du tiers de l'angle droit, je prends la formule de la Tangente de l'angle triple en general : c'est $\frac{3ab-b^3}{aa-3bb}$. Je suppose $aa-3bb=0$: ce qui me donne $b=\sqrt[3]{\frac{1}{3}aa}$, Tangente cherchée.

Lorsque l'équation fournit plusieurs racines réelles, comme dans les sous-multiples plus composez ; ces différentes racines donnent les valeurs des Tangentes cherchées des angles sous-multiples de l'angle droit & de trois ou plusieurs angles droits. Ainsi cherchant la Tangente du $\frac{1}{4}$, de la $\frac{1}{5}$, de la $\frac{1}{6}$, &c. d'un angle droit, on trouve aussi les Tangentes des $\frac{3}{4}$, des $\frac{4}{5}$, des $\frac{5}{6}$ d'un angle droit.

COROLLAIRE III.

Lorsque l'angle multiple supposé est plus grand qu'un

angle droit ; il est ou entre un & deux , ou entre deux & trois , ou entre trois & quatre angles droits , &c. Dans le premier cas le dénominateur devient négatif , & le numérateur positif. Dans le second ils sont tous deux négatifs. Dans le troisième le numérateur est négatif , & le dénominateur positif : ce qui avec le cas ordinaire ou l'angle multiple supposé est plus petit que l'angle droit , donne les quatre combinaisons possibles des deux signes $+$ & $-$ pris deux à deux , c'est à dire tous deux $+$: le premier $+$ & l'autre $-$, tous deux $-$: le premier $-$ & l'autre $+$: & au-dessus de quatre droits cela recommence dans le même ordre à l'infini.

COROLLAIRE IV.

Avec un seul triangle rectangle quelconque donné en nombres comme 3, 4, 5, ou 5, 12, 13, on peut construire toutes les Tables Trigonometriques. Car suivant le Theoreme de la Rectification des arcs par les Tangentes que j'envoyay à l'Academie il y a dix ans, on peut trouver les angles de ce triangle aussi près qu'on voudra ; enforte que le rapport d'un de ces angles à l'angle droit soit exprimé , par exemple , par le dénominateur 5400 suivi d'autant de zeros qu'on voudra ; & le numérateur sera un nombre premier à ce dénominateur , enforte que l'erreur sera moindre que quelque donnée. Cela supposé , on trouvera par les multiples au-dessous & au-dessus de l'angle droit les Tangentes pour tous les numérateurs depuis 1, 2, 3, 4, &c. jusqu'au dénominateur ; c'est à dire depuis 1', 2', 3', &c. jusqu'à 90 degrez exclusivement : Ce qui est un veritable paradoxe.



DESCRIPTION DE L'OEILLET DE LA CHINE.

PAR M. TOURNEFORT.

Caryophyllus Sinensis, Supinus, Leucoï folio, flore vario.

1701.
29. Août.

IL y a environ trois ans que M. l'Abbé Bignon reçût la graine d'une belle espece d'œillet sous le nom d'œillet de la Chine. Cette graine produisit la plante suivante.

Sa racine est grosse au collet comme le petit doigt, & quelquefois même comme le pouce, dure, ligneuse, blanche tirant sur le jaunâtre dans les especes dont les fleurs n'ont pas de couleurs foncées, mais rougeâtre comme celle de l'Oseille dans les pieds qui portent des fleurs rouges ou mêlées de purpurin. Ces racines se partagent en grosses fibres longues de huit ou dix pouces jusqu'à un pied, ligneuses aussi, subdivisées en quelques autres racines plus menuës & cheveluës.

Les tiges naissent en foule, beaucoup plus couchées sur les côtes que celles de nos œillets, longues d'un pied & demi ou deux, épaisses d'environ deux lignes, verd terne & sombre, cassantes, garnies à chaque nœud de feuilles opposées deux à deux, semblables par leur figure & par leur couleur à celles du Giroffier jaune, ou à celles de l'œillet des Poëtes. Celles de l'espece dont nous parlons embrassent la moitié de la tige par leur base, & sont longues d'environ deux pouces sur quatre ou cinq lignes de largeur, terminées en pointe, lisses, relevées sur le dos d'une côte assez sensible, accompagnées de veines fort légères.

Ces tiges se divisent vers le haut en plusieurs branches qui naissent des aisselles des feuilles, & se partagent encore en plusieurs brins dont les feuilles ressemblent assez à celles de la Linaire ordinaire. Tous ces brins sont chargés de fleurs sur les extremités.

La

La même graine a produit plusieurs varietez par rapport aux couleurs & au nombre de feuilles. La plupart n'en ont que cinq. Il y a des pieds dont les fleurs sont à demi doubles, mais il y a beaucoup d'apparence qu'elles deviendront doubles dans la suite.

Les premieres fleurs que j'en ay observées sont à cinq feuilles blanc de lait, colorées de verdatre en dessous. Ces feuilles débordent d'environ 10 lignes hors de leur calice, & leur queue qui est enfoncée dans le même calice est presque aussi longue. Elles s'arrondissent à leur extremité, où elles ont demi ponce de large, & où elles sont crenelées en pointe & comme dentées. Le calice est un tuyau long d'environ 10 lignes sur 2 lignes de diametre verd de mer, découpé en cinq pointes, accompagné à sa naissance d'une autre espece de calice composé de cinq ou six feuilles comme posées par écailles, tres-pointuës, longues de trois ou quatre lignes. Le pistile est enfermé dans le fond de ce calice. Il est long d'environ 4 lignes, cylindrique, verd pâle, large d'une ligne, surmonté par deux filets blancs & crochus par le bout, accompagné de 10 étamines blanches, longues d'un ponce, délicées, chargées chacune d'un sommet cendré, posé en travers, long d'une ligne sur demi-ligne de large.

Lorsque la fleur est passée, le pistile fait crever le calice, & devient un fruit cylindrique, pointu, long d'un ponce, épais de trois lignes, qui s'ouvre en cinq pointes & laisse voir plusieurs graines, noires, plates, presque ovales, pointuës, minces & comme feuilletées sur les bords, longues d'une ligne, un peu plus étroites, attachées à un placenta blanc & cylindrique aussi relevé de petites éminences auxquelles les graines sont attachés. Quand on les dépouille de leur peau noire, on découvre deux lobes blancs minces & charnus. Les feuilles machées sont doucesatres, saveur d'herbe. La racine n'est pas tout à fait sans acreté. Les fleurs n'ont presque pas d'odeur. Elles varient étrangement.

Outre les fleurs blanches que l'on vient de décrire, il y

en a de blanches avec une couronne rouge brun vers le milieu, dont les traits sur chaque feuille sont surmontez de trois rayons purpurins & frangez.

Il y a des fleurs blanches, veinées de pourpre avec une couronne à trois points de même couleur sur chaque feuille.

Quelques fleurs ont les feuilles blanches, mais purpurines dans le fond, avec une couronne noiratre au delà de laquelle la couleur de pourpre se répand sur chaque feuille en trois grands rayons frangez.

On voit d'autres fleurs purpurin lavé, veinées de pourpre jusqu'aux extremités, avec la couronne noiratre.

Il y en a de même couleur, mais sans couronne.

Quelques-unes sont purpurines sur les bords, rouges dans le reste des feuilles, avec la couronne noiratre.

Il y en a de semblables avec les couleurs plus foncées.

D'autres couleur de pourpre veinées de grisdelin avec la couronne noire.

De couleur de lie de vin avec la couronne noire.

Couleur de lie de vin à couronne noire avec les bords blanchatres.

Enfin on en voit qui sont purpurines, pourpre clair à la base, piquées de même couleur à la place de la couronne.

Toutes ces fleurs sont blanc sale tirant sur le verdâtre luisant par dessous, excepté celles qui sont pourpre vif. Cette couleur perce des deux côtes. Par rapport à la grandeur des fleurs elle varie sur les differens pieds.

Celles qui sont demi doubles sont à deux rangs de feuilles, sçavoir cinq à chaque rang, & sous les mêmes varietés des couleurs. Il y en a une sorte dont les feuilles sont blanches veinées de purpurin sans couronne, dont le bas a une tache tout à fait purpurine à trois pointes.

Il y a une figure dans Lobel qui ne représente pas trop mal l'œillet que l'on vient de décrire; mais le nom ne lui convient pas. Il l'appelle *Caryophyllus minimus humilis, aliter, exoticus, flore candido, amano Lob. Icon. 443.*

Memo. de l'Acad. 1742 - 166 Pl. V

S U I T E D E S R E M A R Q U E S

Sur la hauteur du mercure dans les Barometres.

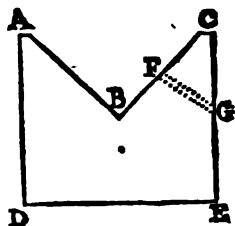
P A R M. A M O N T O N S.

EN suivant mes premieres vûës, je veux dire en sup-
 posant que les pores dans quelques tubes sont plus
 ouverts que dans d'autres, & que permettant le passage à
 plus de parties d'air, il n'y a que les plus grossieres à qui ce
 passage est refusé, qui soutiennent par leur poids le mer-
 cure qui reste dans le tube; j'ay pris un moyen canon de
 fusil de 34 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur; j'ay fait souder à la forge
 la culasse, ce qui est proprement la sceller hermetique-
 ment. Apres l'avoir laissé refroidir j'ay rempli ce canon en-
 tierement de mercure, il y en est entré le poids de 53 on-
 ces $\frac{1}{2}$. J'ay remarqué qu'il le contenoit exactement, sans
 qu'il s'en échapât par aucun endroit; après quoy je me
 suis préparé à faire le renversement: mais ce tube n'étant
 pas transparent, la difficulté étoit de sçavoir à quelle hau-
 teur s'arrêteroit le mercure. Il me tomba d'abord en l'es-
 prit de peser celui qui resteroit dans le tube après le ren-
 versement fait, pour ensuite en le comparant au poids du
 mercure qui emplissoit entierement ce canon, juger de la
 hauteur que je cherchois. Mais outre que cela me parut
 assez embarrassant à executer, je ne crus pas pour plu-
 sieurs raisons ce moyen fort sûr. Car, 1°. Je n'étois pas as-
 suré que ce canon fût exactement de même grosseur d'un
 bout à l'autre; au contraire il y avoit apparence que cela
 n'étoit pas: partant rien de précis par ce moyen. 2°. En
 bouchant avec le doigt le bout ouvert pour ôter la com-
 munication du mercure de la tasse d'avec celui du tube,
 il étoit comme impossible que le mercure ne fût alors dans
 des balancemens qui auroient pû me donner des hauteurs
 plus ou moins grandes que les veritables. Apres avoir fait

1705.
2. Septem-
bre.

quelque attention sur tout ceci, j'en suis venu à bout de la maniere suivante.

Je fis tourner le vase de bois *ABCDE*, dont le vuide avoit la figure d'un cone rectangle renversé, & l'exterieur celle d'un cylindre.



Ayant ensuite retiré le mercure du canon, j'en presentai le bout ouvert dans le fond du cone de bois; & le tenant incliné le plus qu'il me fut possible, je versai un peu de mercure tout à l'entour pour voir à quelle hauteur je ferois l'ouverture *FG*, qui pût servir de décharge au mercure du vase *ABC*, pour n'y en laisser toujours précisément que la même quantité suffisante pour empêcher l'entrée de l'air exterieur par le bas du canon.

Après donc avoir percé le trou *FG* un peu en pente vers *E*, je le rebouchai avec un petit bouchon de bois que je pouvois ôter & remettre à ma volonté: ensuite je remplis entierement de mercure mon tube de fer, y fourrant un fil de même matiere, que je tournai assez long-tems en tout sens pour en faire sortir toutes les petites bulles d'air qui pouvoient être restées attachées aux parois interieurs de ce tube.

Alors ayant versé dans le vase *ABC* du mercure en quantité suffisante pour y plonger le bout ouvert du tube, je mis ce vase dans un autre plus grand pour recevoir le mercure qui regorgeroit par la décharge *FG* pendant l'experience.

Après donc avoir plongé le bout ouvert du tube plein de mercure dans celui du vase; au lieu d'élever ce tube à plomb comme on fait ordinairement, je le tins dans une situation fort inclinée, & dans laquelle, suivant toutes les apparences, le vuide ne se devoit pas faire dans la partie supérieure.

Le tout étant en cet état, je débouchai l'ouverture *G* pour donner lieu à tout le mercure superflu de sortir; ce qu'il fit aussi-tôt: après quoi je redressai peu à peu le tube,

remarquant exactement le moment auquel je voïois le mercure couler de nouveau par l'ouverture G : car cela me devoit marquer le point où le vuide devoit commencer à se faire ; ce qu'ayant executé plusieurs fois avec beaucoup de soin , tenant une regle graduée par pouces à plomb à côté du tube , j'ay toujours trouvé la hauteur à plomb du mercure au-dessus de *F* de 23 pouces 4 lignes , quoiqu'elle fût alors dans d'autres tubes de verre à 27 pouces 8 lignes.

J'ay laissé ensuite ce tube en expérience : mais pendant les cinq premieres heures il est sorti enyiron le poids de 13 onces & $\frac{1}{2}$ de mercure.

Pendant les six heures ensuivant il en est sorti encore 6 onces $\frac{1}{2}$, puis 10 onces pendant 12 autres heures , & enfin huit onces pendant encore huit autres heures : après quoi ayant vuide ce tube entierement , j'y en trouvai encore 4 onces $\frac{1}{2}$: si bien que le total du mercure qui étoit resté dans le tube après le renversement fait , étoit de 43 onces. Ces 43 onces sont aux 53 $\frac{1}{2}$ qui emplissent le tube , à peu près dans la raison des 27 pouces 8 lignes que le tube de verre avoit donné , à 34 pouces $\frac{1}{2}$ longueur du tube de fer : ce qui auroit fait croire , si je n'avois eu égard qu'aux pesanteurs du mercure , que le vuide se seroit fait dans le tube de fer de même hauteur que dans celui de verre. Mais il est à remarquer que le tube de fer , pendant les écoulemens , étoit incliné de sorte que le mercure s'y devoit tenir environ six lignes plus haut que s'il eût été à plomb , & que d'ailleurs le tube de fer diminuoit selon toutes les apparences de grosseur vers le haut ; ce que j'avois remarqué seulement à la vûë , & par l'introduction de mon doigt avant qu'il fût soudé.

Or quoique ces écoulemens fassent voir que ce tube prend air , il y a néanmoins plusieurs choses dignes de remarque dans cette experience. Car , premierement , on ne peut pas imputer à l'ouverture par où l'air s'est insinué avec le tems dans le tube , la difference des 4 pouces 4 lignes qui s'est trouvée d'abord entre les hauteurs du mer-

cure contenu en même tems dans le tube de fer & dans celui de verre; puisqu'il auroit fallu suivant l'observation de la durée de ces écoulemens, près de deux heures pour laisser entrer tout l'air nécessaire pour produire cette différence; au lieu qu'elle s'est trouvée dans l'instant.

Secondement, cette experience fait voir encore qu'il s'en faut beaucoup que les parties du mercure puissent passer par les ouvertures où passent les plus grossieres parties de l'air, lorsque les unes & les autres sont chargées également. L'on sçait cependant que le mercure, lorsqu'il est chargé, passe par des ouvertures fort étroites, & la lenteur avec laquelle l'air a penetré dans le tube de fer, me fait conjecturer qu'il faut que l'ouverture par où il a passé soit des plus petites. Dans le tems de ces écoulemens mes Thermometres étoient à 55 pouces 9 lignes. Je garderai ce tube pour voir si dans le froid la durée de ces écoulemens ne sera pas encore plus grande. Comme je m'attends bien d'y trouver de l'augmentation, je la remarquerai exactement: cela pourra servir à perfectionner d'autant la doctrine de la transpiration, & à porter quelque lumiere dans cette partie de la Physique, où il n'est que trop ordinaire de se méprendre en supposant presque toujours trop ou trop peu.

Enfin il ne paroît pas qu'on puisse facilement rendre raison de cette grande difference dans les hauteurs du mercure, autrement qu'en supposant avec moi de l'inégalité dans la grosseur des parties de l'air qui composent l'atmosphère, & des pores plus grands dans le fer que dans le verre. Cependant comme on ne sçait pas encore si dans d'autres tubes de fer la même chose arriveroit, je n'ose non-plus rien conclure là-dessus, & je ne regarde cette experience que comme une experience préliminaire, qui précède celles qui la doivent confirmer ou l'expliquer: car enfin peut-être que la rouille, qui est assez considerable dans l'interieur de ce tube, retient plusieurs particules d'air qui empêchent que le vuide ne se fasse aussi parfaitement dans ce tube que dans ceux de verre: ce que

J'ay cependant de la peine à croire, vû le soin que j'ay pris de l'en faire sortir, & je ne sçauois m'imaginer qu'il en puisse être resté une quantité suffisante pour produire une différence si considerable indépendamment des pores du métal.

Au reste, j'ay dit dans mon dernier Memoire que l'esprit de vin n'occasionnoit peut-être une moindre hauteur dans les tubes qui en ont été lavez, que parcequ'il les rendoit plus nets, & qu'il empêchoit la crasse du mercure de s'y attacher.

A cette occasion il ne sera pas hors de propos que je rapporte quelques experiences que j'ay là-dessus, qui m'ont fait connoître que le mercure le plus pur, long-tems agité dans un verre tres-net, le sallit & l'obscurcit tres-considerablement. Car ayant souvent porté dans mes poches de petites bouteilles dans lesquelles il y avoit du mercure, & dans quelques-unes desquelles il étoit même enfermé sous le scel hermetique; ayant, dis-je, porté sur moi de ces bouteilles pendant un tems considerable, comme pendant un an & plus, je trouvois toujournon-seulement la bouteille fort sale, mais une partie du mercure réduit en une poussiere noire & semblable à du charbon pillé, comme la Compagnie l'a pû remarquer dans celle dont je me suis servi long-tems, en forme de ces niveaux qu'on nomme à balle, dans lesquels il est assez rare que les côtez opposez soient paralleles; ce qui est cependant necessaire pour que l'usage en soit sûr, & ce qui n'est point necessaire dans celui-ci.

Mais pour revenir à nôtre sujet, il est donc tres-possible que la matiere qui passe à travers les pores du verre, que jusqu'à present on a crû n'être autre que celle de la lumiere, trouve plus ou moins d'obstacle à son passage, selon que l'entrée de ces pores est plus ou moins embarrassée d'une matiere étrangere, telle que peut être la crasse & la partie plombeuse du mercure, ou de quelqu'autre matiere qui nage dans l'air, capable de produire un semblable effet; de même qu'il arriveroit à un tamis fort fin qui au-

roit été quelque tems exposé à la fumée : car la suye qui s'y attacheroit , pourroit tellement boucher ses trous , que ce qui y passoit auparavant avec facilité , n'y pourroit plus passer du tout ou avec peine : & comme en lavant ce tamis on pourroit le remettre en son premier état , de même aussi il se peut fort bien faire que l'esprit de vin ou d'autres liqueurs emportassent cette sorte de suye qui refuse aux petites parties de l'air le passage que la grandeur des pores du verre leur permettroit peut-être sans cela.

NOUVELLES REFLEXIONS

SUR LES REGLES

DE LA CONDENSATION DE L'AIR.

PAR M. CASSINI le fils.

1705.
2. Septem-
bre.

J'Ay déjà lû à l'Academie quelques Reflexions sur les regles de la condensation de l'air , que M. Mariotte a établies dans un Traité de la nature de l'air. J'ay comparé ce qui résulte de ses regles aux experiences du Barometre que nous avons faites sur des montagnes élevées , & j'ay fait voir qu'elles ne s'accordent pas exactement à nos experiences , ni même à celles qu'il rapporte pour confirmer la bonté de ses regles. Voici quelques nouvelles reflexions à l'occasion des experiences que le Pere Sebastien a faites depuis peu à Clermont & sur le Mont-dor , qui est la plus élevée des montagnes de l'Auvergne. La hauteur perpendiculaire de cette montagne sur le niveau de la mer a été mesurée de 1040 toises par les observations que nous en avons faites pour déterminer les triangles de la Meridienne. La hauteur du mercure y fut observée par le P. Sebastien le 8 Juin 1705 de 22 pouces 2 lignes. Elle étoit alors à Paris dans la Tour de la Salle de l'Observatoire de 22 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$. Il y avoit donc une difference de 5 pou-
ces

ces 7 lignes $\frac{1}{2}$, à laquelle si l'on ajoute 4 lignes pour la différence qui convient à la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la mer, l'on aura pour 1040 toises hauteur du Mont-dor sur ce niveau 5 pouces 11 lignes $\frac{1}{2}$ d'abaissement du vif-argent; ce qui est en raison de 14 toises 3 pieds & quelques pouces de diminution pour chaque ligne l'une portant l'autre. Suivant la Table * que j'ay dressée sur les règles de M. Mariotte, en donnant comme lui pour la première ligne de vif-argent qui répond au niveau de la mer 10 toises 3 pieds, l'on a pour la ligne qui répond à 6 pouces de diminution de vif-argent, qui est à peu près celle que l'on a trouvée sur le Mont-dor, 13 toises 2 pieds 2 pouces 2 lignes moindre que celle que l'on trouve pour chaque ligne de vif-argent, quand même l'on ne supposerait aucune augmentation causée par la dilatation de l'air.

* Voyez la
page 71. cy-
dessus.

En continuant de comparer la Table dressée sur ses règles aux expériences, l'on voit qu'à 6 pouces de diminution de vif-argent, la hauteur de l'air sur la surface de la mer devrait être de 852 toises, au lieu de 1040 que l'on a trouvé par l'observation, & qu'à la hauteur de 1044 toises sur le niveau de la mer, qui est à peu près celle du Mont-dor, on devrait y avoir trouvé une diminution de vif-argent de 7 pouces 2 lignes, c'est à dire plus de 14 lignes davantage que l'on n'a trouvé par l'expérience du P. Sébastien, comparée à celle que l'on a faite en même tems à l'Observatoire.

Cette différence est si considérable, qu'on ne peut pas l'attribuer à quelque erreur que l'on pourroit avoir fait en mesurant la hauteur des montagnes, ni à la différente température de l'air qui auroit pu faire varier diversement la hauteur du Barometre à Paris & au Mont-dor. Car par la comparaison des expériences que l'on a faites en même tems en divers endroits beaucoup plus éloignées que Paris ne l'est du Mont-dor, l'on a trouvé que les variations dans la hauteur du mercure arrivoient ordinairement dans le même tems; & quand il y a eu quelques dif-

ferences, elles n'ont jamais été à beaucoup près si considérables.

L'observation que le P. Sebastien a faite à Clermont, nous donne lieu d'examiner avec plus d'exactitude l'expérience que M. Perier a faite sur le Puy de Domme, & dont M. Mariotte se sert pour la confirmation de ses règles. Le 10 Juin 1705 le P. Sebastien y observa près des Minimes, qui est le même lieu où M. Perier fit ses expériences, la hauteur du mercure de 26 pouces 6 lignes. Par les observations faites à Paris avant & après, elle étoit de 27 pouces 10 lignes. La différence est de 1 pouce 4 lignes, qui convient à la hauteur de Clermont sur l'Observatoire, à laquelle si l'on ajoute 4 lignes pour la hauteur de l'Observatoire sur le niveau de la mer, l'on a 1 pouce 8 lignes pour la hauteur de Clermont sur le niveau de la mer. Si l'on ajoute à cette différence 3 pouces 1 ligne $\frac{1}{2}$, qui est celle que M. Perier trouva entre les Minimes de Clermont & le haut du Puy de Domme, l'on aura pour 812 toises, hauteur perpendiculaire du Puy de Domme sur le niveau de la mer, déterminée par nos observations, une diminution de vif-argent de 4 pouces 9 lignes $\frac{1}{2}$. Suivant les règles de M. Mariotte la hauteur de cette montagne ne devoit être que de 663 toises, & à la hauteur de 812 toises l'on auroit dû trouver 5 pouces 9 lignes de diminution de mercure, c'est à dire 11 lignes $\frac{1}{2}$ plus que l'on n'a trouvé par les expériences. L'on trouvera encore une plus grande différence, si à la place de nos observations l'on se sert de celles que M. de la Hire a faites à l'Observatoire, qui donnent la hauteur du mercure plus basse que celle que nous avons observée de plus d'une ligne. Voilà donc plusieurs observations faites par diverses personnes en differens tems, lesquelles s'écartent toutes des règles que M. Mariotte a établies pour la condensation de l'air; ainsi l'on voit que ses règles ne peuvent pas satisfaire exactement aux expériences, au lieu que suivant les remarques que M. Maraldi a lu dernièrement à l'Academie, il n'y a qu'une seule observation qui s'éloigne d'environ 4 lignes de la règle qu'il a établie.

PROBLEME D'HYDROSTATIQUE.

PAR M. CARRE.

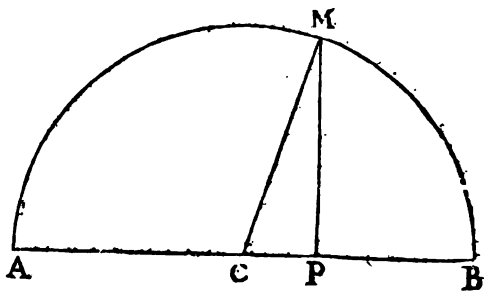
ETant il y a quelques jours dans une Maison de Cam-
 pagne où il y a des Eaux, on vint à parler des tuyaux
 d'ajutage pour regler les differentes quantitez d'eau des jets, & quelqu'un qui paroissoit assez bien entendre la pratique des Hydrauliques, dit que pour faire sortir par un tuyau une quantité d'eau quadruple de celle qui sort par un autre, il falloit que ce tuyau fût égal en longueur, mais que son diametre fût double de celui du premier. L'on me demanda si cela étoit vrai; je répondis que si l'on faisoit abstraction des frottemens, cela ne souffroit aucune difficulté, mais qu'absolument parlant & en rigueur il en sortoit davantage par le gros que par le petit, dont la raison est que l'eau qui passe par le petit, trouve par rapport à sa quantité une plus grande résistance causée par le frottement de la surface interieure du petit, que celle qui passe par le gros: car parcequ'on suppose ces tuyaux égaux en longueur, leurs surfaces interieures sont en même raison que les circonferences ou que leurs diametres; ainsi la surface du grand n'est que double de celle du petit, au lieu que son ouverture est quadruple; d'où je conclus qu'il falloit pour conserver l'égalité, que le gros tuyau fût double en longueur du petit. Comme M. Mariotte n'a point résolu ce Probleme, quoiqu'il ait parlé de ces frottemens, & qu'il en ait fait des experiences, j'ay crû qu'il ne seroit peut-être pas hors de propos d'en donner une solution generale; c'est à dire, que le diametre d'un petit tuyau étant donné, déterminer generalement le diametre du plus gros, afin qu'il sorte par ce tuyau une quantité d'eau double, triple, quadruple, &c. en y faisant entrer les frottemens.

 1705.
 2. Septem-
 bre.

SOLUTION.

Soit nommé a le diamètre donné du petit tuyau, & x celui du gros que l'on cherche. Comme on suppose que ces deux tuyaux sont égaux en longueur, les résistances que trouve l'eau en passant dans ces tuyaux, & par conséquent les diminutions de cette eau sont entr'elles comme les surfaces intérieures de ces tuyaux qui causent les frottements : mais ces surfaces sont comme les circonférences ou comme leurs diamètres ; ainsi la résistance ou la diminution de l'eau qui passe par le petit, est à la diminution de l'eau qui passe par le gros, comme le diamètre du petit est au diamètre du gros : De sorte que nommant $\frac{a^2}{n}$ la diminution de l'eau du petit tuyau, on dira $a : x :: \frac{a^2}{n} : \frac{x^2}{n}$, qui sera la diminution de l'eau du gros : Mais les quantitez d'eau qui passent par ces tuyaux sont comme les quarrés des diamètres moins leurs diminutions ; nommant donc m le rapport de la quantité d'eau que l'on veut qu'il sorte de plus par le gros que par le petit, l'on aura cette égalité $xx - \frac{x^2}{n} = maa - \frac{m a^2}{n}$, qui est du second degré, d'où l'on tire pour le diamètre du gros tuyau $x = \frac{a + a\sqrt{4mn - 4mn + 1}}{2n}$.

Pour construire cette équation, soit prise $CP = \frac{a}{2n}$, & sur le point P soit élevée la perpendiculaire $PM = \frac{a\sqrt{4mn - 4mn + 1}}{2n}$, si du point C au point M



l'on mène CM , & que l'on décrive de ce point C le demi-cercle AMB , la partie AP du diamètre AB sera le diamètre du tuyau que l'on demande. Car CM ou $CA = \frac{a\sqrt{4mn - 4mn + 1}}{2n}$, donc $AP = \frac{a + a\sqrt{4mn - 4mn + 1}}{2n}$.
Ce qu'il falloit trouver.

Que si l'on veut qu'il sorte quatre fois autant d'eau par le gros que par le petit, & qu'on suppose que $n=4$, donc $m=4$; alors l'égalité générale se changera en celle-ci, $xx - \frac{ax}{4} = 3aa$, donc $x = \frac{a + \sqrt{193}}{8}$ que l'on construit de la même manière. Car soit prise $CP = \frac{1}{8}a$, & la perpendiculaire $PM = a\sqrt{3}$, donc $CM = \sqrt{3aa - \frac{1}{64}aa} = \frac{a\sqrt{193}}{8}$, donc $AP = \frac{a + \sqrt{193}}{8}$. De sorte que si l'on suppose que $a=1$, alors $AP = \frac{1 + \sqrt{193}}{8}$; mais la racine de 193 est presque 14, donc $x = \frac{15}{8}$, qui est beaucoup moins que 4.

Il en est de même de tous les autres cas, puisque la construction générale renferme toutes les particulières.

METHODES NOUVELLES

Pour former & résoudre toutes les Equations.

PAR M. DE LAGNY.

DEFINITIONS.

1°. **P** Remière différence ou différence du premier degré, est la différence de deux quantitez inégales & homogenes. 1705. s. Septembr.

2°. Seconde différence ou différence du second degré, est la différence de deux différences inégales du second degré, ou c'est la différence des différences inégales de trois quantitez inégales & homogenes.

3°. Troisième différence ou différence du troisième degré, est la différence de deux différences inégales du second degré, ou c'est la différence des différences inégales des différences inégales de quatre quantitez inégales & homogenes, & ainsi de suite pour les différences de tous les degrez à l'infini.

M m iij

4°. Differences semblables, sont les differences d'un même degré.

5°. Equations semblables arithmetiquement, sont celles dont tous les signes & tous les coefficients sont les mêmes, & qui ne different que dans le dernier terme ou l'homogene de comparaison. Ainsi ces trois équations,

$$xx - 2x = 3$$

$$xx - 2x = 8$$

$$xx - 2x = 15$$

sont des équations semblables arithmetiquement, & dont les racines sont 3, 4 & 5.

6°. Equations semblables geometriquement, sont celles dont tous les signes sont les mêmes, mais les coefficients & l'homogene de comparaison augmentent ou diminuent, dans le second terme, en raison arithmetique; dans le troisieme, en raison des quarez; dans le quatrieme, en raison des cubes, & ainsi de suite. Ainsi ces trois équations,

$$x^3 + 3xx + 5x = 9$$

$$x^3 + 6xx + 20x = 72$$

$$x^3 + 9xx + 45x = 243$$

sont des équations semblables geometriquement, & dont les racines sont 1, 2 & 3.

THEOREME I.

Si l'on quarre trois nombres en progression arithmetique, la seconde difference de leurs quarez sera double du quarré de la difference de ces trois nombres.

DEMONSTRATION.

Soient les trois nombres a , $a+b$, $a+2b$. dont la difference est b . Je dis que la seconde difference de leurs quarez sera $2bb$.

Racines.	Quarez.	Diff. I.	Diff. II.
$a+2b$	$aa+4ab+4bb$		
$a+b$	$aa+2ab+bb$	$2ab+3bb$	
a	aa	$2ab+bb$	$2bb$. Ce qu'il

falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la seconde difference sera $2=2bb$.

COROLLAIRE II.

Dans la suite des quarez naturels, 1, 4, 9, 16, 25, &c. les secondes differences sont toujours 2.

DEMONSTRATION.

Racines.	Quarez.	Diff. 1.	Diff. II.
<i>a</i> 1	1		
<i>b</i> 2	4	3	
<i>c</i> 3	9	5	2
<i>d</i> 4	16	7	2
<i>e</i> 5	25	9	2
&c. &c.	&c.		

Par le Corollaire précédent la seconde difference des quarez des trois racines a, b, c est 2 ; & par la même raison la seconde difference des quarez des trois racines b, c, d , est aussi 2 ; & celle des quarez des trois racines c, d, e : & ainsi de suite à l'infini. Donc dans la suite des quarez naturels, 1, 4, 9, 16, 25, &c, les secondes differences sont toujours 2.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de tous les quarez naturels, & en general la suite de tous les quarez dont les racines sont en progression Arithmetique, les trois premiers quarez étant donnez avec leurs differences.

THEOREME II.

Si l'on cube quatre nombres en progression Arithmetique, la troisième difference de ces cubes sera égale au sextuple du cube de la difference de ces quatre nombres.

DEMONSTRATION.

Soient les quatre nombres, a , $a+b$, $a+2b$, $a+3b$.
Je dis que la troisième différence de leurs cubes sera $6b^3$.

Racines.	Cubes.	Diff. I.	Diff. II.	Diff. III.
$a+3b$	$a^3+9aab+27abb+27b^3$			
$a+2b$	$a^3+6aab+12abb+8b^3$	$3aab+15abb+19b^3$		
$a+b$	$a^3+3aab+3abb+b^3$	$3aab+9abb+7b^3$	$6abb+12b^3$	
a	a^3	$3aab+3abb+1b^3$	$6abb+6b^3$	$6b^3$

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la troisième différence sera $6=6b^3$.

COROLLAIRE II.

Dans la suite des cubes naturels, 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. les troisièmes différences sont 6.

DEMONSTRATION.

Racines.	Cubes.	Diff. I.	Diff. II.	Diff. III.
a 1	1			
b 2	8	7		
c 3	27	19	12	
d 4	64	37	18	6
e 5	125	61	24	6
f 6	216	91	30	6
&c. &c.	&c.			

Par le Corollaire précédent la troisième différence des cubes des quatre racines a, b, c, d , est 6; & par la même raison la troisième différence des cubes des quatre racines b, c, d, e , est aussi 6; & celle des cubes des quatre racines c, d, e, f : & ainsi de suite à l'infini. Donc dans la suite des cubes naturels, 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c; les troisièmes différences sont toujours 6.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de tous les cubes naturels, & en general la suite de tous les cubes dont les

les racines sont en progression Arithmetique , les quatre premiers cubes étant donnez avec leurs differences.

THEOREME III.

Si l'on éleve à la quatrième puissance cinq nombres en progression Arithmetique , la quatrième difference de ces cinq puissances sera égale à 24 fois la quatrième puissance de la difference de ces cinq nombres.

DEMONSTRATION.

Soient ces cinq nombres, a . $a + b$. $a + 2b$. $a + 3b$. $a + 4b$. Je dis que la quatrième difference de leurs quatrièmes puissances sera $24b^4$.

Racines.	Quatrièmes puissances.
$a + 4b$	$a^4 + 16a^3b + 96a^2bb + 256ab^3 + 256b^4$
$a + 3b$	$a^4 + 12a^3b + 54a^2bb + 108ab^3 + 81b^4$
$a + 2b$	$a^4 + 8a^3b + 24a^2bb + 32ab^3 + 16b^4$
$a + b$	$a^4 + 4a^3b + 6a^2bb + 4ab^3 + b^4$
a	a^4

Les premieres differences sont,

$$\begin{aligned} 4a^3b + 42a^2bb + 148ab^3 + 175b^4 \\ 4a^3b + 30a^2bb + 76ab^3 + 65b^4 \\ 4a^3b + 18a^2bb + 28ab^3 + 15b^4 \\ 4a^3b + 6a^2bb + 4ab^3 + 1b^4 \end{aligned}$$

Les secondes sont,

$$\begin{aligned} 12a^2bb + 72ab^3 + 110b^4 \\ 12a^2bb + 48ab^3 + 50b^4 \\ 12a^2bb + 24ab^3 + 14b^4 \end{aligned}$$

Les troisièmes sont,

$$\begin{aligned} 24ab^3 + 60b^4 \\ 24ab^3 + 36b^4 \end{aligned}$$

La quatrième est,

$$24b^4. \text{ Ce qu'il falloit démontrer.}$$

COROLLAIRE I.

Si $b = 1$, la quatrième difference sera $24 = 24b^4$.

COROLLAIRE II.

Dans la suite des quatrièmes puissances naturelles, 1, 16, 81, 256, 625, 1296, 2401, &c. les quatrièmes différences sont 24. Ce qui se démontre comme cy-dessus pour les quarez & les cubes.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de toutes les quatrièmes puissances naturelles, & en general la suite de toutes les quatrièmes puissances dont les racines sont en progression Arithmetique, les cinq premières puissances étant données avec leurs différences.

THEOREME IV.

Si l'on élève à la cinquième puissance six nombres en progression Arithmetique, la cinquième différence de ces puissances sera égale à 120 fois la cinquième puissance de la différence de ces six nombres.

DEMONSTRATION.

Soient ces six nombres, a , $a+b$, $a+2b$, $a+3b$, $a+4b$, $a+5b$. Je dis que la cinquième différence des six puissances cinquièmes de ces six nombres sera 120 b^5 .

<i>Racines.</i>	<i>Cinquièmes puissances.</i>				
$a+5b$	$a^5+25a^4b+250a^3b^2+1250a^2b^3+3125ab^4+3125b^5$				
$a+4b$	$a^5+20a^4b+160a^3b^2+640a^2b^3+1280ab^4+1024b^5$				
$a+3b$	$a^5+15a^4b+90a^3b^2+270a^2b^3+405ab^4+243b^5$				
$a+2b$	$a^5+10a^4b+40a^3b^2+80a^2b^3+80ab^4+32b^5$				
$a+b$	$a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$				
a	a^5				

Les premières différences sont,

	$5a^4b+90a^3b^2+610a^2b^3+1845ab^4+2101b^5$			
5	$+70a^3b+370a^2b^2+875ab^3+781b^4$			
5	$+50a^2b^2+190ab^3+211b^4$			
5	$+30ab^3+75b^4+31b^5$			
5	$+10b^4+10b^5+b^6$			

Les secondes sont,

$$20a^2bb - 240aab^2 - 970ab^3 - 1320b^4$$

$$20 \quad -180 \quad -550 \quad -570$$

$$20 \quad -120 \quad -250 \quad -180$$

$$20 \quad -60 \quad -70 \quad -30$$

Les troisièmes sont,

$$60aab^2 - 420ab^3 - 750b^4$$

$$60 \quad -300 \quad -390$$

$$60 \quad -180 \quad -150$$

Les quatrièmes sont,

$$120ab^3 - 360b^4$$

$$120ab^3 - 240b^4$$

Enfin la cinquième différence est,

$$120b^4.$$

Ce qu'il falloit démontrer.

COROLLAIRE I.

Si $b=1$, la cinquième différence sera $120=120b^4$.

COROLLAIRE II.

Dans la suite des cinquièmes puissances naturelles, 1, 32, 243, 1024, 3125, 7776, 16807, &c. les cinquièmes différences sont toujours 120.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de toutes les cinquièmes puissances naturelles, & en general la suite de toutes les cinquièmes puissances dont les racines sont en progression Arithmetique, les six premières puissances étant données avec leurs différences.

COROLLAIRE GENERAL.

On démontrera de même que la sixième différence des sixièmes puissances de sept nombres en progression Arithmetique, comme a , $a+b$, $a+2b$, $a+3b$, $a+4b$, $a+5b$, $a+6b$, est $720b^6$, & ainsi de suite : Et comparant ensemble ces dernières différences de chaque puissance, on trouve,

N n ij

284 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

Pour les quarréz $2b^2$ ou 2, supposant $b=1$
 Pour les cubes $6b^3$ ou 6
 Pour les quatrièmes puissances $24b^4$ ou 24
 Pour les cinquièmes $120b^5$ ou 120
 Pour les sixièmes $720b^6$ ou 720
 &c. &c. &c.

Or $2 = 1 \times 2$
 $6 = 1 \times 2 \times 3$
 $24 = 1 \times 2 \times 3 \times 4$
 $120 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$
 $720 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6$
 &c. = &c.

d'où je tire ce Theoreme general.

THEOREME V.

Si l'on prend autant de nombres ou termes qu'on voudra en progression Arithmetique, & qu'on élève chacun de ces termes à une puissance dont l'exposant soit égal au nombre des termes moins un; Je dis que la difference de ces puissances d'un degré égal à l'exposant, sera égal au produit continuel des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c, continuez jusqu'à l'exposant de la puissance inclusivement, & multiplié par une puissance semblable de la difference des termes.

DEMONSTRATION.

Si l'on prend trois termes $a, a+b, a+2b$; la seconde difference des quarréz sera par le Theoreme I. $= 2bb$. Or $2bb = 1 \times 2 \times b^2$. Si l'on prend quatre termes $a, a+b, a+2b, a+3b$; la troisième difference des cubes sera par le Theoreme II. $= 6b^3$. Or $6b^3 = 1 \times 2 \times 3 \times b^3$. Si l'on prend cinq termes $a, a+b, a+2b, a+3b, a+4b$; la quatrième difference des quatrièmes puissances sera par le Theoreme III. $= 24b^4$. Or $24b^4 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times b^4$, & ainsi de suite. Donc si l'on prend autant de termes qu'on voudra en progression Arithmetique, &c. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE I.

Rien n'est d'un si grand usage dans le calcul, que des Tables amples & exactes des quarréz & des cubes dans leur suite naturelle depuis l'unité.

In tenui labor, at tenuis nōn gloria.

Plusieurs Auteurs en ont donné. Les plus amples que je connoisse sont celles de Job Ludolff pour les quarréz jusqu'à 100000, & celles de pour les cubes jusqu'à 12000. Mais ces Tables, & sur tout celles des cubes, ont un tres-grand défaut : c'est qu'il faut s'en rapporter aveuglément à l'habileté du Calculateur & à l'exactitude de l'Imprimeur : Au lieu que par le moyen des différences pour les quarréz, & des différences de différences pour les cubes, on pourroit former des Tables qui porteroient avec elles leur preuve démonstrative. C'est ainsi que sont construites les grandes Tables Trigonometriques de Pitiscus sur un rayon de 100000. 00000. 00000. & les logarithmiques de Briggs. Voici un modele de construction pour les Tables des quarréz & des cubes par la seule addition. On pourroit en construire de même pour les autres puissances plus élevées, mais cela ne seroit presque d'aucun usage, & coûteroit trop de travail & de dépense.

TABLE DES QUARREZ & des Cubes.

Raci- nes.	Quarrez & diff. I.	Cubes & diff. I.	Diff. II. & III.
1	1 3	1 7	7=1+6
2	4 5	8 19	12=6+6 19
3	9 7	27 37	18=12+6 37
4	16 9	64 61	24=18+6 61
5	25 11	125 91	30 91
6	36 13	216 127	36 127
7	49 15	343 169	42 169
8	64 17	512 217	48 217
9	81 19	729 271	54 271
10	100 21	1000 331	60 331
11	121 23	1331 397	66 397
12	144 25	1728 469	72 469
13	169 27	2197 547	78 547
etc.	etc.	etc.	etc.

Il est aussi difficile, pour ne pas dire impossible, de se tromper en composant ces Tables par une simple addition suivant cette methode, & il est encore aussi difficile qu'il se glisse dans l'impression quelque erreur dont on ne s'apperçoive pas sur le champ; qu'il est difficile au contraire d'éviter les erreurs de calcul & d'impression dans

les Tables supputées à l'ordinaire : ce qui fait qu'on est toujours dans l'incertitude quand on s'en sert. C'est un ouvrage à entreprendre sous les auspices & par ordre de l'Auguste Protecteur des Arts & des Sciences.

On sentira mieux l'esprit de la methode dans les exemples suivans.

Exemples de la formation des Quarrez & des Cubes d'une progression Arithmetique donnée, comme 3, 10, 17, 24, 31, &c.

Racines.	Quarrez & diff. 1.	Diff. 1. & II.	Racines.	Cubes & diff. 1.	Diff. 1. & II.	Diff. II. & III.
3	9 91	91	3	27 973	973	
10	100 189	98 189	10	1000 3913	2940 3913	2940 2058
17	289 287	98 287	17	4913 8911	4998 8911	4998 2058
24	576 385	98 385	24	13824 15967	7056 15967	7056 2058
31	961 483	98 483	31	29791 25081	9114 25081	9114 2058
38	1444 581	98 581	38	54872 36253	11172 36253	11172 &c.
45	2025 &c.	&c.	45	91125 &c.	&c.	

Dans les quarrez naturels les premieres differences, 3, 5, 7, 9, &c. sont si simples, qu'on n'a pas besoin de les trouver par l'addition continuelle de la seconde difference toujours égale 2; & de même dans les cubes naturels les secondes differences 12, 18, 24, 30, 36, &c. n'ont pas besoin d'être trouvées par l'addition continuelle de la troisième difference toujours égale 6. Mais dans ces deux exemples on ne neglige rien, & tout est formé régulièrement par addition, excepté la suite des racines, 3, 10, 17, 24, &c. & on devoit aussi la former par addition conti-

288 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
nuelle, si la difference étoit beaucoup plus grande, com-
me 27, 66, 105, 144, &c.

REMARQUE II.

Il y a long-tems qu'on sçait que la seconde difference
des quarez naturels est 2, & la troisiéme difference des
cubes est 6: Mais personne, que je sçache, n'a trouvé ni
démontré tout le reste depuis le Theoreme II.

Ce qui suit est entierement neuf.

THEOREME VI.

Soit l'équation quelconque du second degré,

$$\pm axx \pm bx = c.$$

Je dis que si l'on donne à x la suite des valeurs d'une
progreSSION Arithmetique quelconque, comme $d, d+e, d+2e, d+3e, \&c.$ les secondes differences des derniers
termes ou homogenes de comparaison representez par c ,
seront toutes égales à $2ace$, c'est à dire au double du
quarré de la difference des termes e multiplié par le coëf-
ficient de la haute puissance a .

DEMONSTRATION.

Soit 1°. $x = d.$

$$\text{Donc } \pm axx \pm bx = \pm add \pm bd = c.$$

Soit 2°. $x = d+e.$

$$\text{Donc } \pm axx \pm bx = \pm add \pm 2ade \pm ace \pm bd \pm be = c.$$

Soit 3°. $x = d+2e.$

$$\text{Donc } \pm axx \pm bx = \pm add \pm 4ade \pm 4ace \pm 2bd \pm 2be = c.$$

Les premieres differences sont $\pm 2ade \pm ace \pm be$
 $\pm 2ade \pm 3ace \pm be.$

Donc la seconde difference est $2ace$. *Ce qu'il falloit dé-
montrer.* Et supposant $d+e=f$, on aura $d+2e=f+e.$
 $d+3e=f+2e.$ Et la démonstration sera la même pour
les trois valeurs $f, f+e, f+2e.$ que pour $d, d+e, d+2e.$
& ainsi de suite à l'infini. Donc, &c.

COROLLAIRE I.

Si $a=1$, c'est à dire si l'équation est préparée en fai-
sant

fant évanouir le coefficient de la haute puissance pour avoir seulement $+xx+bx=c$, la seconde différence continue & toujours égale sera $2ee=2ace$.

COROLLAIRE II.

Si l'on suppose encore $e=1$, c'est à dire si l'on prend pour les valeurs d' x ces nombres $d, d+1, d+2, \&c.$ cette seconde différence sera $2=2ee$.

COROLLAIRE III.

On pourra former par addition la suite de tous les homogènes de comparaison, & par conséquent la suite de toutes les équations du second degré arithmétiquement semblables. Par exemple.

Soit l'équation proposée $7xx+5x=c$. Si je prends pour x les termes d'une progression Arithmétique donnée, comme 3, 11, 19, 27, 35, &c. dont la différence continue est 8, j'aurai suivant la formule du Theoreme $a=7$ & $8=e$, & la seconde différence continue toujours égale des derniers termes c , ou des homogènes de comparaison sera $2ace$, c'est à dire $2 \times 7 \times 64 = 896$.

	Diff. I.	Diff. II.
Si $x=3$, donc $7xx+5x=78$		
Si $x=11$, donc $7xx+5x=902$	824	
Si $x=19$, donc $7xx+5x=2622$	1720	896
Si $x=27$, donc $7xx+5x=5238$	2616	896
Si $x=35$, donc $7xx+5x=8750$	3512	896
&c.	&c.	&c.

Soit 2°. l'équation proposée $xx+5x=c$, & soient encore les valeurs d' x , 3, 11, 19, 27, 35, &c.

on aura par la substitution

	Diff. I.	Diff. II.
$xx+5x=24$		
$=176$	152	
$=456$	280	128
$=864$	408	128
$=1400$	536	128
&c.	&c.	&c.

La seconde difference continue, & toujours égale des homogenes de comparaison, est $128=2 \times 64=2ee$.

Soit 3°. la même équation $xx+5x=c$, & soient les valeurs d' x , 1, 2, 3, 4, 5, &c.

on aura par la substitution

	Diff. I.	Diff. II.
$xx+5x=6$		
$=14$	8	
$=24$	10	2
$=36$	12	2
$=50$	14	2
&c.	&c.	&c.

La seconde difference continue & toujours égale est $2=2ee$.

Il est donc évident que dans toute équation du second degré où il n'y a qu'une inconnue, sans fractions & sans incommensurables, on pourra former la suite de tous les homogenes de comparaison par une simple addition.

Si l'équation est sous cette forme $xx+ax=b$, supposez $x=1$ & $x=2$, & vous aurez pour homogenes de comparaison $a+1$ & $2a+4$, dont la difference est $a+3$; & comme la seconde difference est toujours 2, il n'est pas nécessaire de faire une troisième supposition $x=3$, & la suite des homogenes de comparaison se trouvera par addition, de même que la suite des quarrés naturels.

	Diff. I.	Diff. II.
$b=a+1$		
$=2a+4$	$a+3$	
$=3a+9$	$a+5$	2
$=4a+16$	$a+7$	2
$=5a+25$	$a+9$	2
&c.	&c.	&c.

Si l'équation est sous cette forme $ax-xx=b$, c'est la même methode, & on trouvera

	Diff. I.	Diff. II.
$b=a-1$		
$=2a-4$	$a-3$	
$=3a-9$	$a-5$	2
$=4a-16$	$a-7$	2
$=5a-25$	$a-9$	2
&c.	&c.	&c.

Enfin si elle est sous cette forme $xx - ax = b$, il est évident que x est toujours plus grand que a . Ainsi supposant $x = a + 1 = a + 2$, on aura pour homogene de comparaison $b = a + 1$, comme dans le premier cas.

$$\begin{aligned} &= 2a + 4 \\ &= 3a + 9 \\ &= 4a + 16 \\ &= 5a + 25 \end{aligned}$$

Exemples en nombres.

Soit l'équation proposée $7xx + 307x = 10764$.

Je suppose $x = 1 = 2 = 3$.

J'ay $7xx + 307x = 314$

$7xx + 307x = 642$

$7xx + 307x = 984$

&c. &c. &c.

$7xx + 307x = 17064$

Diff. I. Diff. II.

328

342

&c.

14

&c.

Les secondes differences toujours égales des homogenes de comparaison sont 14, dont l'addition continueuelle forme la suite des differences premieres 328, 342, 356, 370, &c. & l'addition des differences premieres aux homogenes précédens forment la suite de tous les homogenes $314 + 328 = 642$, & $642 + 342 = 984$ &c. & l'homogene donné se trouvera le 23^{me}, & par conséquent $x = 23$.

Mais si l'homogene donné ne se fût pas trouvé dans cette suite, la valeur d' x auroit été irrationnelle; & sa valeur auroit été entre les deux racines qui auroient formé les deux homogenes prochains, l'un plus grand & l'autre plus petit que l'homogene donné.

Soit encore l'équation proposée $xx + 307x = 7590$.

Supposant $x = 1 = 2 = 3$, &c.

on aura $xx + 307x = 308$

$= 618$

$= 930$

$= 1244$

&c.

$= 7590$

Diff. I.

310

312

314

&c.

$x = 23$.

O o ij

THEOREME VII.

Soit l'équation quelconque du troisième degré,

$$\pm ax^3 \pm bxx \pm cx = d.$$

Je dis que si l'on donne à x la suite des valeurs d'une progression Arithmetique quelconque $e, e+f, e+2f, e+3f, e+4f$ &c. les troisièmes differences des homogenes de comparaison representez par d , seront toutes égales à $6af^3$, c'est à dire à six fois le cube de la difference des termes f multiplié par le coefficient de la haute puissance a .

DEMONSTRATION.

Soit 1°. $x=e$.

$$\text{Donc } \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm bee \pm ce = d.$$

Soit 2°. $x=e+f$.

$$\text{Donc } \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm 3aeef \pm 3aeff \pm af^3 \left. \begin{array}{l} \pm bee \pm 2bef \pm bff \\ \pm ce \pm cf \end{array} \right\} d$$

Soit 3°. $x=e+2f$.

$$\text{Donc } \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm 6aeef \pm 12aeff \pm 8af^3 \left. \begin{array}{l} \pm bee \pm 4bef \pm 4bff \\ \pm ce \pm 2cf \end{array} \right\} d$$

Soit 4°. $x=e+3f$.

$$\text{Donc } \pm ax^3 \pm bxx \pm cx = \pm ae^3 \pm 9aeef \pm 27aeff \pm 27af^3 \left. \begin{array}{l} \pm bee \pm 6bef \pm 9bff \\ \pm ce \pm 3cf \end{array} \right\} d$$

Les premieres differences sont,

$$\begin{array}{r} \pm 3aeef \pm 3aeff \pm af^3 \\ \pm 2bef \pm bff \\ \pm cf \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \pm 3aeef \pm 9aeff \pm 7af^3 \\ \pm 2bef \pm 3bff \\ \pm cf \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \pm 3aeef \pm 15aeff \pm 19af^3 \\ \pm 2bef \pm 5bff \\ \pm cf \end{array}$$

Les secondes differences sont,

$$\pm 6 a e f f \pm 6 a f^2$$

$$\pm 2 b f f$$

$$\pm 6 a e f f \pm 12 a f^2$$

$$\pm 2 b f f$$

Enfin la troisième difference est $6 a f^3$. *Ce qu'il falloit démontrer.* Et supposant $e + f = g$, on aura $e + 2f = g + f$. $e + 3f = g + 2f$. $e + 4f = g + 3f$; & il est évident que la démonstration sera la même pour les quatre valeurs g . $g + f$. $g + 2f$. $g + 3f$, que pour les quatre e . $e + f$. $e + 2f$. $e + 3f$, & ainsi de suite à l'infini. Donc les troisièmes differences seront toutes $6 a f^3$.

COROLLAIRE GENERAL.

Dans quelque équation que ce soit, les differences de l'homogene d'un degré égal à celui de l'exposant de la haute puissance, sont toutes égales entr'elles & au produit continuel du coëfficient de la haute puissance multiplié continuellement par la suite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, &c. jusques & compris l'exposant, & par la puissance homogene de la difference des termes de la progression Arithmetique, qui ont servi de racines à former les homogenes.

On peut supposer tel ou tels termes qu'on voudra évanouïs, les signes $+$ & $-$ combinez à discretion, & les coëfficiens en entiers ou en fraction, rationaux ou irrationaux.

II. COROLLAIRE GENERAL.

On pourra former par addition simple la suite de tous les homogenes des équations semblables. Il suffit pour cela de supposer dans les équations du second degré l'inconnue $= 1 = 2 = 3$. Dans les équations du troisième degré, il suffit de supposer cette inconnue $= 1 = 2 = 3 = 4$. Dans celles du quatrième $= 1 = 2 = 3 = 4 = 5$, & ainsi de suite. Car par l'addition continuelle des dernières differences toujours égales, on formera la suite des differen-

294 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
ces précédentes; & par l'addition de celles-cy on formera
les ante-penultièmes, & ainsi de suite en retrogradant jus-
qu'aux homogenes de comparaison.

III. COROLLAIRE GENERAL.

On pourra donc résoudre par la seule addition toute
équation proposée; ce qui est un veritable paradoxe.

REMARQUE I.

Il est évident que trouvant par addition simple la suite
de tous les homogenes de comparaison, si l'homogene
donné se trouve dans cette suite, la question est résolue;
puisque la valeur supposée ou correspondante qui a for-
mé cet homogene est évidemment une des racines cher-
chées: après quoy l'on peut continuer d'operer de même
sur l'équation abaissée d'un ou de plusieurs degrez pour
avoir les autres racines. Mais si l'homogene donné se trou-
ve entre deux homogenes prochains, la racine cherchée
est irrationnelle, & sa valeur est connue à moins d'une uni-
té près, puisqu'elle est entre deux valeurs qui ne diffé-
rent que d'une unité, & qui ont formé les deux homoge-
nes prochains, l'un plus grand & l'autre plus petit, & c'est
tout ce qu'on peut souhaiter. Je suppose toujours l'équa-
tion préparée de maniere, qu'il n'y ait qu'une inconnue,
sans fractions & sans incommensurables, qui sont les pré-
parations ordinaires, & il n'est pas nécessaire de faire éva-
nouir aucun terme moyen, ni le coefficient de la haute
puissance.

REMARQUE II.

En supposant $x = 1 = 2 = 3 = 4$, &c. l'homogene peut
venir negatif; ce qui marque seulement que x est plus
grand que les nombres supposez. Mais si supposant $x = 1$
on trouve un homogene plus grand que le donné, x est
une fraction irrationnelle moindre que l'unité, & si l'on
veut en approcher à l'infini, il n'y a qu'à supposer une au-
tre équation multiple & geometriquement semblable.

EXEMPLES.

Soit l'équation proposée $xx - 20x = 300$.

Si je suppose $x = 1 = 2 = 3 = 4$, &c. *Diff. I.* *Diff. II.*

J'auray $xx - 20x = -19$		
$= -36$	17	
$= -51$	15	2
$= -64$	13	2
&c.	&c.	&c.

On voit aisément par-là que la plus petite valeur qu'on puisse supposer pour avoir un homogène $= 0$, c'est $x = 10$, & par conséquent $x = 21$ donnera le premier homogène positif tel que je le suppose toujours, & il peut & doit toujours l'être; & s'il ne l'étoit pas dans une équation proposée, il seroit aisé de le rendre positif en changeant tous les signes des termes affectez de l'inconnu. Enfin si par la nature de l'équation les racines sont toutes negatives, on les rendra positives par le changement des signes suivant les regles ordinaires.

Je reviens à l'exemple cy-dessus $xx - 20x = 300$, où j'ay supposé $x = 1 = 2 = 3$, &c.

Je vois par les differences premieres 17, 15, 13, &c. qui vont toujours en diminuant de 2, qu'au neuf & dixième termes cette difference sera 1, après quoy les homogènes negatifs vont en diminuant dans un sens contraire jusqu'à zero, comme on voit cy-dessous, & ensuite ils sont tous positifs.

$$x = 0, \text{ donc } xx - 20x = 0$$

$$x = 1, \text{ donc } xx - 20x = -19$$

$$x = 2, \text{ donc } xx - 20x = -36$$

$$\text{\&c.} \quad = -51$$

$$= -64$$

$$= -75$$

$$= -84$$

$$= -91$$

$$= -96$$

$$= -99$$

$$x=10, \text{ donc } xx-20x=-100$$

$$x=11, \text{ donc } xx-20x=-99$$

$$\&c. \qquad \qquad \qquad =-96$$

$$\qquad \qquad \qquad =-91$$

$$\&c.$$

$$x=20, \text{ donc } xx-20x=0$$

$$x=21, \text{ donc } xx-20x=21$$

$$x=22, \text{ donc } xx-20x=44$$

$$x=23, \text{ donc } xx-20x=69$$

$$\&c. \qquad \qquad \qquad =\&c.$$

Cette observation, qui n'est que curieuse dans cet exemple, est absolument nécessaire dans d'autres, où la haute puissance est fort élevée, où il y a plusieurs termes moyens affectez des signes $+$ & $-$ avec de grands nombres pour coefficients; & si le premier homogene positif trouvé est plus grand que l'homogene donné, la racine est irrationnelle, & on pourra en approcher à l'infini par les équations geometriquement semblables. Ainsi si l'équation donnée eût été $xx-20=18$, on seroit assuré que la racine est irrationnelle entre 20 & 21, & il n'y auroit qu'à supposer,

$$xx-200x=1800$$

$$\text{ou } xx-2000x=180000$$

$$\&c.$$

ou telle autre équation qu'on voudroit geometriquement semblable. Il y a pourtant un choix à faire indépendamment de la progression décuple des nombres qui paroît la plus commode, mais qui n'approche pas le plus promptement qu'il soit possible. C'est ce que j'ay fait voir dans mon Traité de l'Extraction & de l'Approximation des racines. On trouvera donc toujours aisément la plus petite valeur d' x , qui donnera un homogene positif. Car si l'homogene negatif va en diminuant, on verra par les différences à quel terme il sera positif; & s'il va en augmentant, il faut nécessairement qu'il diminue en sens contraire avant que de devenir positif. Ainsi après deux ou trois substitutions dans les équations du second degré, après
trois

trois ou quatre substitutions dans les équations du troisième, & ainsi de suite en divisant par les dernières différences égales les différences précédentes, le quotient dans le second degré, ajouté à l'unité, donnera la valeur approchée en entiers, qui formera le plus grand homogene negatif, & par conséquent le double donnera la valeur approchée pour former l'homogene positif, du moins à une unité près. Dans les degrez plus élevez, on trouvera de même par la difference toujours égale le terme où la difference précédente doit finir, & par celle-cy le terme de la précédente, en retrogradant de même jusqu'à l'homogene.

Je sçay que dans chaque cas particulier on peut donner des regles abregées pour trouver cette premiere & plus petite valeur d' x qui donne un homogene positif; ainsi dans l'équation $xx - ax = b$ il n'y a qu'à prendre d'abord $x = a + 1$. Mais il s'agit icy de trouver une methode qui soit en même tems tres-simple & tres-generale, & si l'on avoit par exemple cette équation,

$$x^5 - ax^4 + bx^3 - cxx - dx = e$$

il ne seroit pas aisé de trouver d'une maniere generale la plus petite valeur d' x qui donnât e positif, même en y appliquant la methode de *maximis & minimis*; au lieu qu'en supposant $x = 1 = 2 = 3$, &c. les dernières differences seront toujours 2 dans le second degré, 6 dans le troisième, 24 dans le quatrième, 120 dans le cinquième, &c. & par-là on trouvera aisément ce qu'on cherche.

Lorsqu'on suppose $x = 1$, la somme des coefficients positifs moins la somme des coefficients negatifs donnera l'homogene de comparaison correspondant.

Lorsqu'on suppose $x = 2$, il faut écrire 2 multiplicateur sous le coefficient des x , 4 sous le coefficient des xx , 8 sous le coefficient des x^3 , 16 sous le coefficient des x^4 , & ainsi de suite, la somme des produits positifs diminuée de la somme des produits negatifs donnera l'homogene correspondant.

Lorsqu'on suppose $x = 3$, il faut écrire 3 sous le coeffi-

298 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
cient des x , 9 sous le coefficient des xx , 27 sous le coefficient des x^3 , & ainsi de suite.

Rien n'empêche qu'on ne prenne au lieu des nombres 1, 2, 3, 4, &c. les nombres 10, 20, 30, 40, &c. ou 100, 200, 300, &c. ou 1000, 2000, 3000, &c. si l'on juge que ceux-cy donneront plutôt des homogenes positifs & approchans par excès ou par défaut de l'homogene donné; la substitution en sera aussi aisée que celle des nombres simples 1, 2, 3, &c. En un mot, il n'importe quels nombres on prenne en progression Arithmetique, la methode peut toujours s'y appliquer. Mais dès qu'on a trouvé des homogenes positifs, il faut revenir à la progression Arithmetique, en augmentant ou en diminuant les valeurs d' x , selon que l'homogene trouvé est plus petit ou plus grand que l'homogene donné.

Enfin, si augmentant continuellement les valeurs d' x , l'homogene après avoir augmenté diminue, & que dans la plus grande augmentation il soit encore plus petit que l'homogene donné, c'est une preuve que l'équation est impossible, & que toutes les racines sont imaginaires. Par exemple, soit l'équation proposée $-xx + 10x = 120$, supposant $x=1=2=3$, &c. on trouve la suite des homogenes 19, 36, 51, 64, 75, 84, 91, 96, 99, 100, 99, 96, 91, &c. 19, 0, & ensuite les homogenes sont negatifs à l'infini; de sorte que le plus grand de tous est 100. Or le donné est 120, l'équation est donc impossible, & toutes les racines sont imaginaires. Quoique cette regle soit tres-simple & tres-generale, elle a besoin dans la pratique d'être abrégée par la Regle suivante.

R E G L E G E N E R A L E

pour la résolution des équations.

Je suppose l'équation préparée à l'ordinaire, en sorte qu'elle n'ait qu'une inconnue délivrée des fractions & des incommensurables, & pour plus grande facilité le coefficient de la haute puissance réduit à l'unité, sans qu'il soit

nécessaire de faire évanouir aucun terme moyen. Prenez pour valeurs de l'inconnue les deux nombres entiers a & $a \pm 1$. (Je donneray dans la suite les regles nécessaires pour faire cette supposition la plus juste qu'il soit possible par rapport à chaque espece d'équation) en sorte que les homogenes de comparaison soient positifs ; & substituant ces deux valeurs dans l'équation, vous aurez deux homogenes. Si l'un des deux se trouve égal à l'homogene donné, ou que l'un se trouve plus grand & l'autre plus petit, l'équation est résolue ; car dans le premier cas $x = a$ ou $a \pm 1$, & dans le second une des valeurs est irrationnelle entre a & $a \pm 1$, & on peut en approcher à l'infini par le moyen des équations geometriquement semblables. On peut aussi dans toute équation où il y a quelque racine réelle negative, la rendre positive en augmentant sa valeur, en sorte que l'homogene de comparaison soit aussi positif, & qu'il n'y ait qu'une racine à chercher. C'est la forme la plus commode pour le calcul. Les équations dont les racines sont toutes imaginaires ne sont d'aucun usage.

Si l'homogene donné se trouve plus grand ou plus petit que chacun des deux homogenes trouvez, ce qui est le cas le plus ordinaire : Prenez, 1°. La difference des deux homogenes trouvez. 2°. La difference de l'homogene donné à l'homogene trouvé prochainement plus grand ou plus petit. 3°. Divisez cette dernière difference par la première, & ajoutez le quotient au nombre a s'il est plus petit, ou bien ôtez ce quotient d' a s'il est plus grand que la racine cherchée, & la somme dans le premier cas, & la difference dans le second donneront une seconde valeur approchée, laquelle étant substituée donnera un nouvel homogene, sur lequel & sur le donné & le prochainement plus grand ou plus petit, on continuera d'operer de même en faisant cette Analogie, qui est sous-entendue dans la première operation. *Si tant de difference entre deux homogenes vient de tant de difference entre les racines qui les ont formez, de combien viendra la difference entre l'homogene donné & le trouvé prochainement plus grand ou plus petit ?* Le

quotient étant ajoûté ou soustrait selon que la racine supposée a produit un homogene plus petit ou plus grand que l'homogene donné, donnera une nouvelle valeur sur laquelle on continuëra d'operer de même, & ainsi de suite jusqu'à ce qu'on trouve une racine exacte, ou deux racines qui ne different que d'une unité, & alors l'équation sera résoluë.

Au lieu d' a & d' $a \pm 1$, on peut supposer a & $a \pm b$, & chaque résolution particuliere d'une équation litterale servira de formule, & de regle generale pour la résolution de toute équation semblable. J'en feray l'application au fameux cas irreductible du troisieme degre.

Cette Methode comprend directement la résolution de toutes les Equations déterminées, qui ont pour racines des Nombres entiers, & indirectement toutes celles qui n'ont pour racines que des fractions, ou des Nombres irrationaux; car il n'y a qu'à faire évanouir suivant les Regles connues & ordinaires le Coëfficient du premier Terme, & les Coëfficiens irrationaux ou en fraction.

M A N O M E T R E,

O U

*Machine pour trouver le raport des raretés ou rare-
factions de l'Air naturel d'un même lieu en diffé-
rens tems, ou de différens lieux en un même ou en
différens tems, &c.*

PAR M. V A R I G N O N.

1705.
14. Novem-
bre,

DAns les Mémoires du 15. Decembre 1693. j'ay dé-
montré une Methode générale pour connoître le
raport de l'air rareté dans la Machine du vuide à l'air na-
turel, c'est à dire, le raport de la masse de cet air rareté
à celle d'un pareil volume de l'air extérieur du lieu où se

fait l'expérience ; & par conséquent aussi le raport des densités ou raréfactions de ces deux airs. Voici ce qui m'est venu depuis en pensée pour comparer les densités ou raréfactions des airs naturels d'un même lieu en différens tems , ou de différens lieux en un même ou en différens tems ; & même des airs restés dans la même ou dans différentes Machines pneumatiques après quelque nombre que ce soit de coups de piston de chacune. Mais comme cette dernière comparaison dépend de la première , j'ay crû que pour mettre le Lecteur au fait, il falloit rapporter ici ce que j'ay démontré de celle-là dans les Mem. de 1693. Le voici donc tel qu'il se trouve dans ces Mémoires , à quelques abréviations & quelques exemples près. Nous passerons ensuite à la description & aux usages de nôtre Machine , à qui nous donnons le nom de *Manometre* , pour les raisons qu'on dira cy-après.

§. I.

Methode pour trouver le raport de l'air naturel à l'air rarefié dans la Machine du vuide, le raport du Recipient ou Balon de cette Machine à sa pompe, & le nombre des coups de piston necessaires dans toutes les suppositions possibles de ces rapports.

En 1693. ayant eu occasion d'examiner combien il reste d'air dans la Machine du vuide après tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu ; je trouvay d'abord en général que la quantité ou masse d'air naturel qui se trouve dans le Balon avant que de pomper, est toujours à ce qu'il y en reste après tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu ; comme la capacité de la pompe & du balon pris ensemble, élevée à une puissance dont ce nombre soit l'exposant, est à une pareille puissance de la capacité seule du balon. Ce que je trouvay ensuite revenir à une Règle que M. (Jaques) Bernoulli venoit de donner sans analyse ni démonstration dans la seconde Thèse *De seriebus infinitis* de 1691. pour sçavoir combien il faut de coups de piston de la Machine pneumatique pour

y rarefier l'air en raison donnée : *Logarithmum rationis*, disoit-il, *quam habet raritas aëris desiderati ad raritatem aëris naturalis*, divise per *logarithmum rationis quam habet cavitatis Recipientis & Anslie simul ad cavitatem solius Recipientis* : indicabit quotiens *quæsitum agitationum numerum*.

M. Bernoulli n'en disoit pas davantage : Voici l'Analyse qu'il supprimeoit, ou du moins celle qui me conduisit à cette même découverte. Mais pour rendre cette Physique exacte, il faut auparavant convenir des termes.

I. *Définition 1.* On appelle ici *Air* tout ce que le piston de la pompe fait sortir de la Machine du vuide sans y pouvoir rentrer par les pores. Ce qui peut ainsi y rentrer, on l'appelle *Matière subtile*.

Défin. 2. On appelle *Air naturel*, l'air tel qu'il est dans la Machine du vuide avant que de pomper. Et celui qui y reste après qu'on a cessé de pomper, on l'appelle *Air restant*.

Défin. 3. On appelle *Volume* d'un corps, ce que sa surface renferme d'espace. Et l'on prend pour sa *Masse*, la quantité de matière dont il est fait. En ce sens deux boules de même diamètre, quoique l'une soit d'un tissu plus serré que l'autre, sont de même *volume*; mais celle qui est d'un tissu plus serré, a plus de *masse* que l'autre. C'est cette masse que l'on appelle *Quantité de matière* d'un corps.

Défin. 4. On appelle *Rarefaction*, l'augmentation de volume d'un corps par l'éloignement de ses parties (imperceptibles) entr'elles; & *Condensation*, la diminution de ce volume par l'approche de ces mêmes parties entr'elles.

Défin. 5. On appelle *Coup de pompe* ou de *piston*, l'allée & la venue du piston prises ensemble: de sorte que tirer le piston, & l'enfoncer à la même profondeur, ne passent ici que pour un seul coup de pompe ou de piston. Tant que le piston ne parcourt que le même espace, on dit que les *coups* sont *égaux*. L'espace qu'il parcourt au dedans de la pompe, on le prend pour la *capacité de cette pompe*. Par delà, c'est la *capacité du Balon*.

II. *Avertissement 1.* Dans la suite lorsqu'on parlera de

Balon & de Pompe, cela ne s'entendra que de leurs capacités telles qu'on les vient de définir.

Avert. 2. On supposera par tout que les coups de pompe d'une même expérience sont égaux entr'eux : ce qui se fera aisément, en mettant des bornes fixes haut & bas, jusques auxquelles le piston ou levier (qui sert à le mouvoir) aille toujours, & au delà desquelles il ne puisse jamais passer.

Avert. 3. Lorsqu'on dit simplement *Air naturel*, on entend toujours ce que le Balon en contient avant que de pomper, ou après qu'on l'y a laissé librement rentrer. Et quand on dit que la rarefaction de l'air naturel est à celle de l'air restant en telle ou telle raison, on ne veut dire autre chose sinon que la quantité de matière ou la masse de l'air restant est à celle de l'air naturel en cette même raison. On a crû pouvoir supposer cette réciprocation de rapports, parceque (*art. 1. défin. 3. & 4.*) l'air en même volume y est d'autant plus rarefié qu'il y en a moins.

Avert. 4. De même quand on dit que l'air est à l'air en telle ou telle raison, par exemple, que l'air naturel est à l'air restant :: s^{e} . r^{e} . on ne prétend parler que du raport de masse ou de quantité de matière : on veut dire seulement que la masse ou la quantité de matière de l'air naturel est à celle de l'air restant :: s^{e} . r^{e} .

Avert. 5. On suppose dans tout ceci que la Machine du vuide, dont il est ici question, soit juste & que rien n'y puisse rentrer que par les pores, ou que la matière capable de passer par les pores.

Peut-être que dans l'exécution cela ne se trouvera pas toujours exactement vrai. Mais du moins la Regle suivante donnant précisément la quantité d'air qui y seroit restée, si cette machine eût été telle qu'on la suppose ici ; il ne s'en faudra que ce qui pourroit s'y être glissé par les endroits où elle pourroit faire jour, qu'on ne sache précisément combien il y en reste après qu'on a cessé de pomper : au lieu qu'en négligeant tout le reste, comme l'on fait ordinairement, il s'en faudra toujours ce que cette Regle

304 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 donne, qu'on ne soit aussi près de la précision. La voici
 cette Regle.

T H E O R È M E.

III. *En général la masse ou quantité d'air naturel qui se trouve dans le Récipient ou Balon de la Machine du vuide avant que de pomper, est toujours à celle de l'air qui y reste après tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu, comme la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, élevée à une puissance dont ce nombre soit l'exposant, est à une pareille puissance de la capacité seule du Balon.*

DEMONST. Soit a la masse ou quantité d'air naturel qui étoit dans le Balon avant que de pomper ; x , ce qu'il y en reste après qu'on a cessé de pomper ; r , la capacité du Balon ; s , la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble ; & n , le nombre des coups de piston donnés pour épuiser le Balon. Je dis donc en général que a est toujours à x , comme s^n à r^n , c'est à dire, $a. x :: s^n. r^n$.

Pour le voir il suffit de considérer qu'à chaque fois qu'on tirera le piston, l'air qui étoit dans le Récipient, se répandra dans tout l'espace qui fait la capacité de la Pompe & du Récipient pris ensemble : Car delà il suit manifestement que la masse ou quantité d'air qui restera dans le Récipient à chaque coup de pompe, doit toujours être à ce qu'il y en avoit immédiatement auparavant, comme la capacité du Récipient est à celle de la Pompe & du Récipient pris ensemble, c'est à dire : : $r. s$.

Appellant donc a, b, c, e, f, g , &c. $1, x$, les différentes masses ou quantités d'air qui se trouvent successivement dans le Récipient ou Balon, à mesure que l'on pompe : sçavoir a , celle de l'air naturel qui y étoit au premier coup de pompe, c'est à dire, lorsqu'on a commencé de pomper ; b , celle qui y étoit au second ; c , celle qui y étoit au troisième ; e , celle qui y étoit au quatrième ; & ainsi des autres jusqu'à la dernière x , qui y reste après tant de coups de piston qu'on aura voulu, dont le nombre soit n ; on aura toujours,

1 ^o .	<i>a.</i>	<i>b</i> :: <i>s.</i>	<i>r.</i>
2 ^o .	<i>b.</i>	<i>c</i> :: <i>s.</i>	<i>r.</i>
3 ^o .	<i>c.</i>	<i>e</i> :: <i>s.</i>	<i>r.</i>
4 ^o .	<i>e.</i>	<i>f</i> :: <i>s.</i>	<i>r.</i>
5 ^o .	<i>f.</i>	<i>g</i> :: <i>s.</i>	<i>r.</i>
		&c.	

$$n^{\circ}. \quad i. \quad x :: s. \quad r.$$

Donc $a. \quad x :: s^n. \quad r^n.$

C'est à dire que la masse ou quantité (*a*) d'air naturel qui étoit dans le Récipient avant que de pomper, est toujours à la masse ou quantité (*x*) de ce qu'il y reste de cet air après tel nombre (*n*) de coups de piston qu'on aura voulu, comme la puissance *n* de l'espace qui fait la capacité de la Pompe & du Récipient pris ensemble, est à une pareille puissance de la capacité du seul Récipient. *Ce qu'il falloit démontrer.*

R E G L E.

IV. *Corol.* Donc en prenant *l* pour la marque ou la caractéristique des logarithmes des grandeurs qu'elle affecte ou précède immédiatement : en sorte que *la, lx, ls, lr*, expriment les logarithmes des grandeurs *a, x, s, r*, l'Analogie précédente (*art. 3.*) donnant $\frac{a}{x} = \frac{s^n}{r^n}$, donnera aussi $la - lx = ls^n - lr^n = nls - nlr$, pour Règle de tout ce que l'on peut exactement faire d'expériences dans la Machine du vuide. En voici quelques exemples dans les Problèmes suivans.

PROBLÈME I.

V. Les capacités du Balon & de la Pompe de la Machine du vuide étant données, ou seulement leur rapport, avec le nombre des coups de piston donnés pour l'épuiser ; trouver le rapport de l'air naturel à l'air qui y reste après qu'on a cessé de pomper, & par conséquent aussi le rapport des rarefactions de ces deux airs.

SOLUT. Les noms demeurant les mêmes que cy-dessus art. 3. & 4. l'on aura (art. 4.) $la - lx = nls - nlr$. Donc $nls - nlr$ est le logarithme de la raison cherchée de l'air naturel à l'air restant. D'où l'on voit que le logarithme de la raison de l'air naturel à l'air restant, est toujours égal au produit du nombre des coups de piston par le logarithme de la raison de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, à la capacité seule du Balon. Ainsi tout étant connu (*hyp.*) dans ce produit, la raison de l'air naturel à l'air restant sera aussi connue. Et par conséquent (art. 2. avert. 3.) le rapport des rarefactions de ces airs le sera aussi. *Ce qu'il falloit trouver.*

VI. Corol. Cette raison étant donc, par exemple, comme p à q , l'on aura $a. x :: p. q$. ou $aq = px$. Ce qui donnera $\frac{p}{q}$ pour l'air naturel (a), si l'on a l'air restant; ou $\frac{q}{p}$ pour l'air restant (x), si l'on a l'air naturel : c'est à dire, la masse ou quantité d'air naturel $a = \frac{p}{q}$, en supposant celle de l'air restant $= 1$; ou celle-ci $x = \frac{q}{p}$, en supposant celle de l'air naturel $= 1$. Ainsi l'on connoîtra ce qu'il y aura d'air de reste dans le Balon après qu'on aura cessé de pomper; & par conséquent aussi le rapport de sa rarefaction à celle de l'air naturel qui y étoit avant qu'on pompât, pourvu qu'on ait remarqué le nombre des coups de piston, & qu'on sache le rapport de la Pompe au Balon.

Exemple. Soit, si l'on veut, le Balon de la Machine pneumatique en question, décuple de sa pompe; 30, le nom-

bre (n) des coups de piston donnés pour l'épuiser ; & qu'on demande ce qu'il y doit rester d'air après ces 30 coups de piston , ou quel sera pour lors le raport de la rarefaction de l'air restant à celle de l'air naturel. Je réponds qu'il y en doit rester environ une dix-huitième partie de ce qu'il y en avoit avant que de pomper ; & par conséquent (*art. 2. avert. 3.*) que cet air restant y doit être environ dix-huit fois plus rarefié que l'air naturel.

Car en ce cas le logarithme $ls - lr$ de la raison du Balon plus la Pompe au seul Balon , sera $= l_{11} - l_{10} = 10413927 - 10000000 = 413927$, lequel étant multiplié par $30 = n$, donnera 12417810 pour le logarithme $nls - nlr$ ($la - lx$) de la raison $\frac{x}{s}$ de l'air naturel à l'air restant. Donc en posant l'air naturel $s = 1$, l'on aura -12417810 pour le logarithme de l'air restant x : or ce nombre est aussi le logarithme d'environ $\frac{1}{18}$. Donc en ce cas l'air restant seroit environ une dix-huitième partie de l'air naturel du Balon ; & par conséquent aussi (*art. 2. avert. 3.*) la rarefaction de l'air restant dans le Balon après 30 coups de piston , seroit à celle de l'air naturel qui y étoit avant que de pomper :: 18. 1. *Ce qu'il falloit trouver.*

PROBLÈME II.

VII. *Le raport de l'air naturel à l'air restant étans donné avec le nombre des coups de piston , trouver le raport de la Pompe au Balon.*

SOLUTION Les noms demeurant encore les mêmes que cy-dessus art. 3. & 4. l'on aura (*art. 4.*) $la - lx = nls - nlr$; & par conséquent $\frac{la - lx}{n} = ls - lr$. Donc $\frac{la - lx}{n}$ est le logarithme de la raison de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble , à celle du seul Balon. Cette raison étant ainsi connue , par exemple , comme de p à q , l'on aura $s. r :: p. q$. Et $s - r. r :: p - q. q$; c'est à dire que le logarithme de la raison de l'air naturel à l'air restant , divisé

Qq ij

par le nombre de coups de piston, a toujours pour quotient le logarithme d'une raison dont l'antécédent moins le conséquent, est au conséquent, comme la Pompe est au Balon. Ainsi ce quotient étant (*hyp.*) connu, la raison de la Pompe au Balon le sera aussi. *Ce qu'il falloit trouver.*

VIII. *Corol.* On voit delà que la capacité du Balon étant connue, celle de la Pompe sera $= \frac{r-p-q}{q}$, & si l'on connoît la capacité de la Pompe, par exemple $s-r=e$, celle du Balon sera $= \frac{e q}{p-q}$. De sorte qu'en prenant la capacité (r) du Balon pour l'unité, l'on aura $\frac{p-q}{q}$ pour celle de la Pompe; & réciproquement si l'on prend la capacité (e) de la Pompe pour l'unité, l'on aura $\frac{q}{p-q}$ pour celle du Balon.

Exemple. Soit le raport donné de la masse de l'air naturel à celle de l'air resté dans le Balon de la Machine du vuide après 30 coups de piston, comme 18 à 1, c'est à dire, $a. x :: 18. 1$. Et par conséquent aussi (*art. 2. avert. 3.*) le raport de leurs rarefactions :: 1. 18. Et qu'on demande le raport de la capacité du Balon à celle de la Pompe; je réponds que ce raport doit être environ comme 10 à 1, c'est à dire que la capacité du Balon doit être environ décuple de celle de la Pompe.

Car si l'on prend pour l'unité la masse de l'air rarefié au point qu'on le suppose dans la Machine en question après 30 coups de piston, c'est à dire $x=1$, l'analogie $a. x :: 18. 1$. donnée cy-dessus, rendra aussi $a=18$. Ce qui donnera $ls-lr \left(\frac{l.-l_2}{n} \right) = \frac{l_2-l_1}{30} = \frac{l_2-l_1}{30} = \frac{12552725}{30} = 418424 \frac{1}{2}$ pour le logarithme du raport $\frac{s}{r}$, lequel logarithme étant environ la différence des logarithmes de 11 & de 10, prouve que ce raport de s à r , est à peu près celui de 11 à 10. Ainsi en prenant 10 pour la capacité (r) du Balon, l'on aura environ 11 pour la somme (s) des capacités de la Pompe & du Balon pris ensemble; & par conséquent le Balon sera environ décuple de la Pompe.

Cette dernière conséquence suit encore du Corollaire (art. 8.) de ce Problème ; puisqu'en ce cas l'on auroit environ $p. q :: 11. 10$. Et par conséquent la capacité de la Pompe $= \frac{p-q}{q} = \frac{11-10}{10} = \frac{1}{10}$, en prenant celle du Balon pour l'unité ; ou bien la capacité du Balon $= \frac{q}{p-q} = \frac{10}{11-10} = \frac{10}{1}$, en prenant celle de la Pompe pour l'unité. D'où l'on voit, dis-je, encore que la capacité du Balon doit être environ décuple de celle de la Pompe. *Ce qu'il falloit trouver.*

IX. *Schol.* Si outre les choses données dans ce Prob. 2. art. 7. l'on avoit aussi la capacité du Balon, celle de la Pompe se pourroit trouver encore autrement ; ou si l'on avoit la capacité de la Pompe, celle du Balon se trouveroit encore aussi. Car la Règle de l'art. 4. donnant $la - lx = nls - nlr$, l'on auroit $\frac{la-lx}{n} + lr$ pour le logarithme (ls) de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble. Ainsi tout y étant (*hyp.*) connu, cette capacité le seroit aussi. Il n'y auroit donc plus qu'à en retrancher, ou la capacité connue du Balon pour avoir celle de la Pompe, ou la capacité connue de la Pompe pour avoir celle du Balon.

PROBLÈME III.

X. *Le rapport de la Pompe au Balon étant donné, avec celui de l'air naturel à l'air restant ; trouver le nombre des coups de piston nécessaires, pour que ces rapports se trouvent ensemble : par exemple, pour rarefier l'air en raison donnée dans une Machine pneumatique dont le Balon & la Pompe soient connus, ou d'une raison connue.*

SOLUT. Les noms demeurant encore les mêmes que dans l'art. 3. & 4. l'on aura encore (art. 4.) $la - lx = nls - nlr$, & par conséquent $\frac{la-lx}{ls-lr} = n$. C'est à dire que comme le logarithme de la raison de la capacité de la Pompe & du Balon pris ensemble, à la capacité seule du Balon, est au logarithme de la raison de l'air naturel à

l'air restant, ainsi l'unité est toujours au nombre cherché des coups de pompe; ou (ce qui revient au même) le quotient du second de ces logarithmes divisé par le premier, est toujours égal à ce nombre cherché. Ce qui est la Règle de M. Bernoulli, & ce qu'il falloit trouver.

Exemple. Soit la capacité du Balon de la Machine pneumatique dont on veut se servir, décuple de celle de sa Pompe; & qu'on demande le nombre des coups de piston nécessaires pour y rarefier l'air 18 fois plus qu'il ne l'étoit avant que l'on pompât. Je réponds qu'il faudra environ 30 coups de piston pour cela.

Car puisque (*hyp.*) la capacité du Balon est décuple de celle de sa Pompe, si l'on prend celle-ci pour l'unité, celle (*r*) du Balon sera $= 10$; ce qui donnera leur somme $s = 11$. Pareillement puisqu'on veut que la rarefaction de l'air restant, soit à celle de l'air naturel contenu dans le Balon avant que de pomper :: 18. 1. la masse (*x*) de cet air restant doit réciproquement être (*art. 2. avertiss.* 3.) à celle (*a*) de cet air naturel :: 1. 18. De sorte qu'en prenant aussi $x = 1$, l'on aura de même $a = 18$. Donc en ce cas l'on aura $n \left(\frac{l_a - l_x}{l_s - l_r} \right) = \frac{l_{18} - l_1}{l_{11} - l_{10}} = \frac{12552725}{10413927 - 10000000} = \frac{12552725}{413927} = 30 + \frac{134915}{413927}$: Ce qui signifie qu'il faut environ trente coups de piston, ou trente & un quart, pour rarefier l'air de la Machine supposée dans la raison que l'on demande.

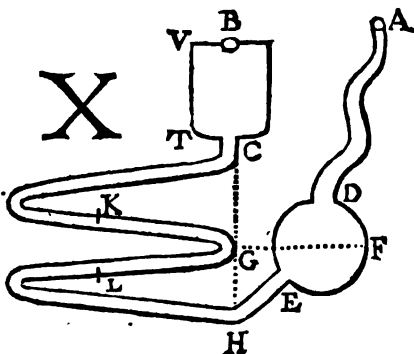
Telle est la maniere de rendre exactes les expériences de la Machine pneumatique, qu'on suppose dans l'usage du Manometre dont il s'agit principalement ici, & dont on va donner la description.

§. II.

Manometre ou Machine pour trouver le raport des raretés ou raréfactions des Airs naturels d'un même lieu en différens tems, ou de différens lieux en même ou en différens tems ; & même des Airs restés dans la même ou dans différentes

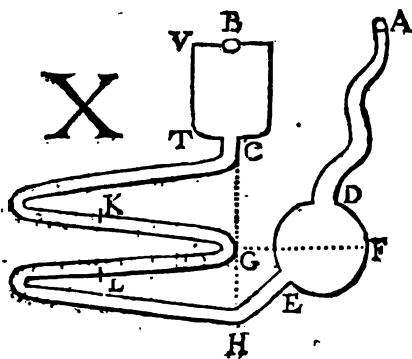
- *Machines pneumatiques après quelque nombre que ce soit de coups de piston de chacune.*

XI. Cette Machine est un Tuyau $CGHE$, qui porte à ses extrémités deux ventres ou têtes BC , DE , dont la première BC doit être de figure cylindrique, pour en diviser plus aisément la capacité en parties égales à celles de ce tuyau, s'il est nécessaire de la diviser, comme il le seroit si la liqueur, dont ce tuyau doit être à demi rempli, pouvoit monter dans cette tête ; ou du moins pour connoître plus aisément le raport de la capacité de cette même tête à celle de ce tuyau, ce qui seroit nécessaire quand même il suffiroit de diviser la longueur de ce tuyau sans diviser la hauteur de sa tête BC , comme il devroit suffire si la liqueur ne montoit jamais dans cette tête. La seconde DE sera de telle figure qu'on voudra. Elles doivent être d'abord ouvertes toutes deux d'un petit trou en B & en A . Ce tuyau doit être replié en un paquet de la moindre hauteur possible : il n'importe de quelle manière, pourvu qu'il soit toujours en pente depuis le haut jusqu'au plus bas de ses replis, c'est à dire ici, depuis C jusqu'en H ; il faut pour la commodité du calcul, que l'axe ou les côtés de sa tête cylindrique BC soient verticaux ; & que l'horizontale GF passe environ par le milieu de la longueur de ce tuyau & de sa tête DE . Il doit



être rempli d'une liqueur colorée, telle qu'est celle des Barometres doubles, jusqu'à environ ce milieu. Il faut ensuite sceler ou boucher fort exactement le trou *B*, & laisser l'autre *A* ouvert avec un bec fort long & fort délié pour rendre l'évaporation de la liqueur fort difficile, retortillé en plusieurs façons en cas que cette forme y puisse aussi contribuer: du moins elle n'y nuira pas. La capacité de la boule ou ventre *DE* doit être à peu près égale à celles du tuyau & de la tête *BC* prises ensemble: il vaut mieux qu'elle soit plus grande que plus petite; il doit y avoir une assez grande quantité de liqueur pour que la compression de l'air de la Machine causée par le froid, ou par le poids de l'air extérieur qui pèse sur la liqueur, ou par tous les deux ensemble, ne fasse jamais descendre cette liqueur jusqu'en *H*, que je suppose le plus bas du tuyau, de peur qu'il n'y entre de l'air extérieur, qui (comme l'on va voir) romproit toutes les mesures de la Machine. Les capacités du tuyau de cette Machine & de sa tête *BC*, doivent aussi être telles que l'air qui est dedans, ne s'étende pas tout à fait jusqu'au bas de ce tuyau dans sa plus grande dilatation, de peur qu'il ne s'échape par le bec *DA* qu'on suppose ouvert; ce qui seroit encore un inconvénient égal au premier. C'est pourquoi ce tuyau ne sçauroit être trop long ni trop délié, pourvu que la liqueur s'y puisse mouvoir comme dans les Barometres doubles ou Thermometres.

Au reste cette proportion des parties de notre Machine



n'est pas si rigoureuse qu'il ne soit aisé de la connoître soit en Hyver, & soit en Esté par le moyen du Thermometre de Florence; & peut-être même en quelque tems que ce soit, en environnant ce Thermometre de glace qui le refroidisse autant que l'Hyver, & en l'approchant ensuite du feu,

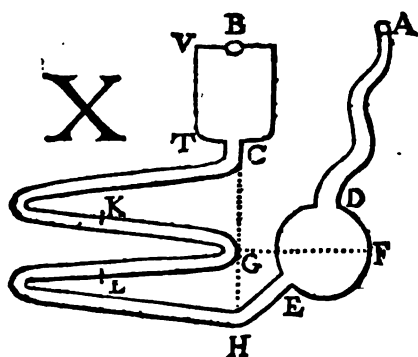
feu, ou en le plongeant dans de l'eau chaude qui l'échauffe autant & plus que l'Esté; surtout en ajoutant à la glace une colonne de mercure dans la branche de ce Thermometre par où l'air extérieur pèse, laquelle soit égale ou même plus haute que la plus grande différence de hauteur qu'on ait observée jusqu'ici dans celui des Barometres; & cela, pour suppléer à ce qu'il s'en faudroit alors que le poids de l'atmosphère ne fût aussi grand qu'on l'ait jamais observé. Ces deux extrémités de compression & de dilatation de l'air du Thermometre de Florence feront aisément reconnoître les proportions suffisantes des parties de nôtre Machine, pour empêcher qu'il n'y entre ni sorte de l'air selon les différens tems, en quelque lieu qu'on la porte, qui sont les deux inconveniens qu'il falloit éviter.

XII. Cette Machine ainsi décrite, voici les définitions de quelques termes qui servent à la démonstration de ses usages. L'espace *BCG*, que l'air resté dans cette Machine y occupoit au tems de sa construction, c'est à dire, le premier volume de cet air dans cette Machine, s'appellera son *volume primitif*, ou *espace primitif*; & l'espace, par exemple, *BCK* que le changement de tems y fera occuper à ce même air, s'appellera son *volume* ou *espace réduit*. La densité ou la rarefaction du volume primitif de l'air de la Machine, s'appellera aussi la *densité* ou la *rarefaction primitive*; & la densité ou la rarefaction de son volume réduit, s'appellera de même la *densité* ou la *rarefaction réduite*. Quant à la Machine **X**, on l'appellera *Manometre*, à cause qu'elle doit servir à mesurer la rarefaction de l'air extérieur, lequel s'appellera aussi *Air naturel*. C'est de ce que cette Machine fait le Barometre & le Thermometre tout ensemble à la manière du Thermometre de Florence, qu'elle devient propre à cet usage: voici comment.

XIII. La manière dont cette Machine vient (*art. II.*) d'être remplie, fait assez voir que ce qu'il y a d'air dans l'espace primitif *BCG*, est homogène & semblable à celui du dehors, c'est à dire que cet espace contient un volume d'air naturel égal à *BCG*.

XIV. On voit aussi que lorsque la liqueur de ce tuyau sera à niveau, par exemple en FG , l'air BCG sera d'une rarefaction précisément égale à celle de l'air extérieur & naturel où se trouve pour lors la Machine. Car la colonne GLH soutenant alors la colonne FEH , l'air BCG soutiendra seul le poids de la colonne atmosphérique qui pèse par le trou A . Donc cet air BCG sera pour lors autant comprimé par le poids de l'atmosphère, que celui du lieu où se trouve le Manometre; & par conséquent la chaleur étant (*hyp.*) égale de part & d'autre, l'air BCG se trouve alors d'une condensation ou rarefaction précisément égale à celle de l'air extérieur.

XV. Il est vrai que lorsque la liqueur se trouvera plus



haute du côté de G que du côté de F , il s'en faudra précisément le poids de cette différence de hauteur, que l'air BCG ne soutienne toute la colonne atmosphérique qui pèse par le trou A ; & si la liqueur se trouve plus haute du côté de F que du côté de G , outre la colonne

atmosphérique, l'air BCG aura encore cette différence de hauteur à soutenir, & en sera de cela plus comprimé que l'air extérieur. Mais cette différence de hauteurs de part & d'autre devant toujours être moindre que BH qui sera aussi petite qu'on voudra, ou du moins à fort peu près, à cause des replis du tuyau qui sont à discrétion, & presque aussi la hauteur de la tête BC ; cette différence de hauteurs n'est presque rien par rapport à celle d'une colonne de cette liqueur, capable de faire seule équilibre contre tout ce qu'il y a d'air qui pèse par le trou A . Ainsi l'on peut sans beaucoup s'éloigner de la précision, regarder cette liqueur comme toujours à niveau dans ce tuyau.

XVI. Or en ce cas on vient de voir (*art. 14.*) que l'air

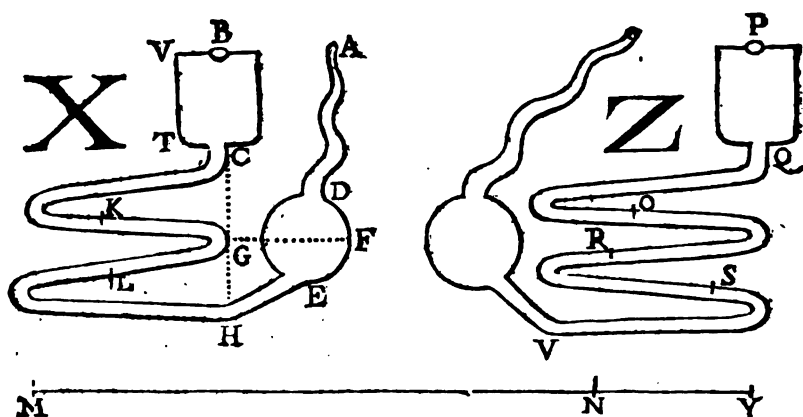
BCG seroit toujours homogene & semblable à l'air du lieu où seroit le tuyau. Donc cette Machine est telle que, quelque changement qu'il arrive à l'air extérieur, l'air *BCG* sera toujours d'une rarefaction ou condensation égale à celle de cet air extérieur, c'est à dire, homogene à l'air du lieu où le tuyau se trouvera. Et voilà à quoy sert que cette Machine fasse le Barometre & le Thermometre tout ensemble.

XVII. Il suit delà que lorsque le poids de l'air extérieur, ou la chaleur, ou tous les deux ensemble, feront que l'air *BCG* qui se terminoit auparavant en *G*, se termine par exemple en *K*; ce qu'il y avoit d'air dans *BCG*, se trouvera dans *BCK*, & cet air *BCK* sera homogene à l'extérieur qui environne alors le Manometre. Donc les masses, en pareils volumes, de cet air extérieur & de celui qui étoit d'abord en *BCG*, ou (ce qui revient au même) leurs densités, seront alors entr'elles comme *BCG* à *BCK*, c'est à dire, comme l'espace primitif est à l'espace réduit. Ainsi en général on peut dire que *les densités ou les masses en pareils volumes, des airs naturels de differens tems, sont toujours en raison réciproque des espaces réduits d'un même Manometre, c'est à dire, en raison réciproque des espaces que ces airs extérieurs y font occuper à celui du tuyau; & par conséquent aussi leurs rarefactions en raison directe de ces espaces.*

Par exemple, si dans le lieu *A* le premier Aoust 1704. le matin à 7. heures, l'air du Manometre *X* étoit en *L*; & que dans le lieu *B* le dernier Decembre à midy de la même année, cet air du Manometre *X* ait été en *K*; la densité de l'air extérieur ou naturel du premier Aoust 1704. à 7. heures du matin dans le lieu *A*, aura été à la densité de celui du dernier Decembre de la même année à midy, comme *BCK* à *BCL*; ou (ce qui revient au même) la rarefaction du premier aura été à celle du second, comme *BCL* à *BCK*. Et ainsi du reste, soit que *A* & *B* soient le même ou différens lieux.

XVIII. Voilà déjà pour connoître avec un seul Manometre le raport des densités ou des rarefactions des airs

extérieurs & naturels de differens tems, soit en même ou en différens lieux. Mais pour avoir ce raport en différens lieux en même tems, ou plutôt pour l'avoir en général, il faut autant de ces Machines qu'il y aura de lieux dont on voudra comparer les densités ou les rarefactions de l'air naturel & extérieur, sçavoir une en chacun de ces lieux : En voici la Regle.



Soient plusieurs Manometres **X**, **Z**, &c. remplis d'abord jusqu'en **G**, **R**, &c. d'un même air ou de différens airs quelconques, c'est à dire, d'airs pris en un ou en différens lieux, en un même ou en différens tems; lesquels Manometres soient ensuite transportés où l'on voudra : par exemple, **X** à Paris, & **Z** à Rome.

Soient m , μ , les masses ou quantités d'air naturel laissées dans ces machines dans le tems de leur construction; V , U , les volumes primitifs BCG , PQR , de ces masses, ou ce qu'elles y occupoient d'abord d'espace; D , Δ , leurs densités primitives, ou ce qu'elles en avoient alors; α , α , leurs volumes réduits BCK , PQS , ou ce qu'elles y occupoient d'espace dans les lieux & dans les tems dont on veut comparer les expériences; & d , δ , leurs densités réduites, ou ce qu'elles y avoient alors.

Manometres	X, Z
Masses d'air comprises dans ces Manometres	m, μ
Volumes primitifs de ces masses	V, U
Leurs densités primitives	D, Δ
Leurs volumes réduits	n, u
Leurs densités réduites	d, δ

Cela posé, si l'on considère que la masse de quelque corps que ce soit, est toujours comme le produit de son volume par sa densité, l'on aura $V \times D. U \times \Delta :: m. \mu :: n d. u \delta$. Donc $\frac{V \times D}{n d} = \frac{U \times \Delta}{u \delta}$, ou $d. \delta :: \frac{V \times D}{n} . \frac{u \times \Delta}{u}$. sera une Règle générale par le moyen de laquelle le même ou différens Manometres donneront le raport des densités, & par conséquent aussi des rarefactions des airs naturels d'un même lieu en différens tems, ou de différens lieux en même ou en différens tems.

R È G L E.

$$d. \delta :: \frac{V \times D}{n} . \frac{u \times \Delta}{u}.$$

Si l'on doutoit que les masses fussent comme les produits de leurs volumes par leurs densités, il n'y auroit qu'à supposer,

Trois masses	m, M, μ
Dont les volumes fussent	n, u, v
Et les densités	d, δ, δ

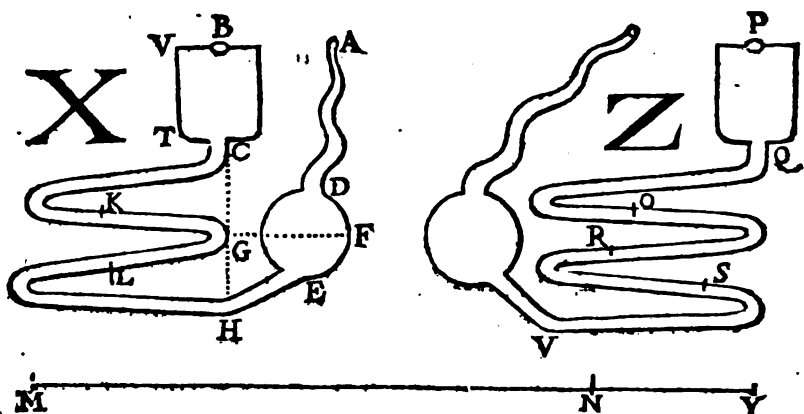
Alors on auroit $\begin{cases} m. M :: d. \delta. \\ M. \mu :: n. v. \end{cases}$

Donc aussi $m. \mu :: n d. u \delta$. Ce qu'il falloit démontrer.

XIX. Pour faire usage de la Règle précédente, & en tirer tous les rapports dont on vient de parler, il faut premièrement considérer que la graduation du Manometre **X** donnant en nombres le raport de l'espace ou volume primitif BCG (V) à l'espace ou volume réduit BCK (n), donne toujours en nombres la valeur de la fraction $\frac{V}{n}$. Par la même raison la graduation du Manometre **Z** donnera

aussi toujours en nombres la valeur de la fraction $\frac{v}{V}$. Ainsi

dans la Regle précédente (*art.* 18.) $d, \delta :: \frac{V}{v} \times D, \frac{v}{V} \times \Delta$.
il n'y a plus qu'à trouver le raport des densités primitives D, Δ , pour avoir celui qu'on cherche entre les densités réduites d, δ , c'est à dire, entre les densités des airs extérieurs & naturels des lieux & des tems dans lesquels les Manometres **X** & **Z** ont donné les espaces réduits BCK (u) & PQS (v) où l'air de ces Machines se trouvoit avoir ces densités réduites.



Secondement pour avoir le raport des densités primitives D, Δ , que cet air avoit dans ces Manometres au tems de leur construction, il faut aussi considérer qu'en rassemblant ces Manometres dans un même lieu, & en les y observant en même tems; les densités réduites de l'air qu'ils renferment, se trouvant alors (*art.* 16.) égales à celle de l'air extérieur où ils se trouvent, elles doivent alors être égales entr'elles, c'est à dire que $d = \delta$. Donc aussi pour lors. (*art.* 18.) $\frac{V}{v} \times D = \frac{v}{V} \times \Delta$, ou $D, \Delta :: \frac{v}{V}, \frac{V}{v}$. Ainsi les fractions $\frac{v}{V}, \frac{V}{v}$, résultantes de cette dernière observation faite sur les deux Manometres **X** & **Z** à la fois, c'est à dire en même lieu & en même tems quelconques, se trouvant en nombres par le moyen des graduations de ces

Manometres, suivant ce qui vient d'être dit, l'on aura aussi pour lors le raport des densités primitives D, Δ , des airs des Manometres X, Z , en quelque différence de tems & de lieux qu'ils aient été remplis.

Donc en comparant ensuite tout ce qu'on peut avoir fait d'expériences avec ces deux Manometres en quelque différence de lieux & de tems que ce soit, la Règle $d. \delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{v}{v} \times \Delta$. de l'art. 18. donnera aussi le raport des densités d, δ , qu'avoient alors les différens airs de ces Manometres, & par conséquent aussi (art. 6.) les différens airs extérieurs & naturels des lieux & des tems où ces expériences auront été faites. *Ce qu'il falloit trouver.*

Par exemple, soit l'air du Manometre Z observé à Rome en S le dernier Aoust 1704. à midy, & celui du Manometre X observé à Paris en K le premier Decembre de la même année à 10. heures du matin, en sorte que les graduations de ces Manometres donnent $PQR = \frac{1}{4} PQR$, & $BCK = \frac{2}{3} BCG$: c'est à dire (art. 18.) $v = \frac{1}{4} V$, & $u = \frac{2}{3} V$. En ce cas l'on aura $\frac{v}{u} = \frac{4}{3}$, & $\frac{V}{u} = \frac{3}{2}$; ce qui étant substitué dans l'Analogie générale $d. \delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{v}{v} \times \Delta$. de l'art. 18. donnera $d. \delta :: \frac{3}{2} D. \frac{4}{3} \Delta :: 15 D. 8 \Delta$. pour l'expression du raport cherché entre les densités d, δ , où l'air des Manometres X & Z étoit réduit à Paris & à Rome dans les tems précédens; de laquelle expression les densités primitives D, Δ , de ce même air, restent encore à chasser par la substitution de l'expression de leur raport.

Pour cela, soit le Manometre Z , qui étoit à Rome, apporté à Paris avec le Manometre X , & que l'air de celui-ci & de l'autre y soit observé en même lieu & en même tems quelconque, par exemple le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, en L & en O , en sorte que BCZ soit $= \frac{6}{5} BCG$, & $PQO = \frac{1}{2} PQR$: c'est à dire (art. 18.)

$u = \frac{6}{5} V$, & $v = \frac{1}{2} U$; ou $\frac{V}{u} = \frac{5}{6}$, & $\frac{v}{v} = 1$. La Regle ou Analogie générale $d. \delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{v}{v} \times \Delta$. de l'art. 18. donnera ici $d. \delta :: \frac{5}{6} D. 2 \Delta :: 5 D. 12 \Delta$. Mais les densités réduites d, δ , dont il s'agit ici, ayant été (*hyp.*) observées en même tems au même endroit de Paris, doivent (*art.* 16.) être égales chacune à celle de l'air extérieur de ce tems en cet endroit, & par conséquent aussi égales entr'elles. Donc l'on aura pareillement ici $5 D = 12 \Delta$; ce qui donne $D. \Delta :: 12. 5$. D'où l'on voit qu'en quelque lieu & en quelque tems que les Manometres **X** & **Z** aient été construits, les densités primitives D, Δ , de l'air qu'ils contiennent, c'est à dire, les densités des airs extérieurs des lieux & des tems où ces Manometres ont été faits, étoient comme 12 à 5. lorsque ces airs y furent enfermés.

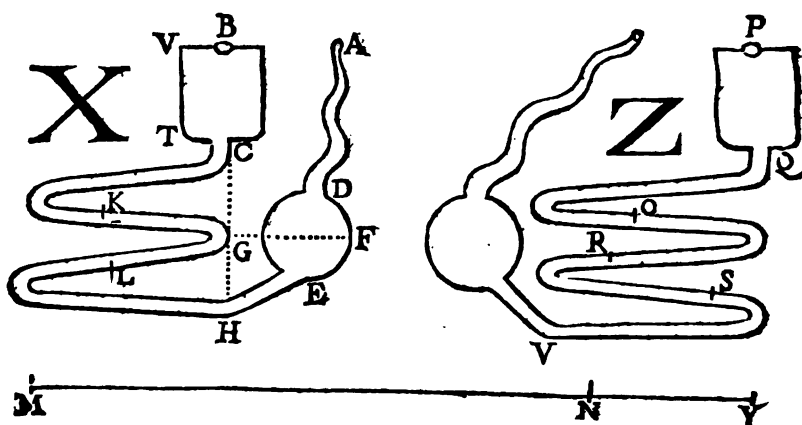
Le raport de ces densités primitives D & Δ , étant ainsi trouvé, il n'y a plus qu'à substituer leurs expressions 12 & 5 dans l'Analogie $d. \delta :: 15 D. 8 \Delta$. trouvée cy-dessus pour l'expression du raport des densités cherchées d, δ , de l'air des Manometres **X, Z**, ou des airs extérieurs de l'endroit de Paris où étoit le Manometre **X** le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, & de l'endroit de Rome où étoit le Manometre **Z** le dernier Aoust à midy de la même année; & l'on aura enfin pour ces mêmes densités cherchées $d. \delta :: 15 \times 12. 8 \times 5 :: 180. 40 :: 9. 2$.

Ainsi nonobstant la différence des airs dont les Manometres **X** & **Z** peuvent avoir été remplis, selon la différence des tems & des lieux où ils l'ont été; non-seulement l'expérience faite sur tous les deux en même tems à Paris, sçavoir le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, donne le raport des densités primitives de ces airs, comme 12 à 5; mais encore cette expérience jointe aux deux premières faites, l'une à Paris avec le Manometre **X** le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, & l'autre à Rome avec

avec le Manometre **Z** le dernier Aoust de la même année 1704. à midy, fait voir que dans ces deux expériences-ci faites en ces différens tems à Paris & à Rome, la densité réduite de l'air du Manometre **X** à Paris, étoit à la densité réduite de l'air du Manometre **Z** à Rome, comme 9 à 2 : Et par conséquent aussi (*art.* 16.) que la densité de l'air extérieur & naturel de l'endroit de Paris où étoit le Manometre **X** à 10 heures du matin le premier Decembre 1704. étoit à la densité de l'air naturel de l'endroit de Rome où étoit le Manometre **Z** le dernier Aoust de la même année à midy, comme 9 à 2 ; ou (ce qui revient au même) que la rarefaction de l'air de Paris étoit à celle de l'air de Rome, comme 2 à 9.

XX. Voilà de quelle manière des expériences faites en différens tems & en différens lieux avec différens Manometres, donneront le raport des densités ou des rarefactions de l'air naturel des lieux & des tems où ces expériences auront été faites, quelle qu'ait été la différence des densités ou des rarefactions primitives de l'air de ces deux Manometres, c'est à dire, en quelque différence de tems ou de lieux qu'ils en aient été remplis au tems de leur construction. Mais le calcul en seroit de la moitié plus court, & il ne seroit plus besoin de rassembler ces Manometres dans un même lieu pour les y observer en même tems, & pour en déduire (comme cy-dessus *art.* 19.) le raport des densités primitives de l'air qu'ils contiennent, si cet air y avoit été enfermé en même tems & en même lieu : car cet air se trouvant alors le même dans ces Manometres **X**, **Z**, les densités primitives en seroient aussi les mêmes ; ce qui dans toutes les expériences faites en telle différence de tems & de lieux qu'on voudroit avec ces Manometres remplis d'un même air, donneroit toujours & partout $D = \Delta$. Donc avec de tels Manometres la Regle générale $d. \delta :: \frac{V}{u} \times D. \frac{v}{v} \times \Delta$. de l'*art.* 18. se changera en celle-ci $d. \delta :: \frac{V}{u} . \frac{v}{v}$. De sorte

qu'en quelque tems & en quelque lieu qu'on s'en serve, il n'y aura que les valeurs ou le raport des fractions $\frac{V}{u}$, $\frac{v}{o}$, à trouver pour avoir celui des densités d , δ , ou des rarefactions des airs extérieurs & naturels de ces païs en ces tems-là ; au lieu qu'avec d'autres Manometres remplis de différens airs, il faudroit chercher de plus le raport des densités primitives de ces airs ; ce qui (comme l'on vient de voir *art.* 19.) doubleroit le calcul. Pour ce qui est de la valeur ou du raport des fractions $\frac{V}{u}$, $\frac{v}{o}$, les graduations des Manometres le donneront en nombres comme dans l'*art.* 19. Et avec cela seul l'analogie précédente $d, \delta : \frac{V}{u} . \frac{v}{o}$ donnera aussi en nombres le raport des densités d , δ , ou des rarefactions des airs naturels des lieux & des tems où les Manometres remplis d'un même air quelconque, auront servi à faire les expériences à comparer.



Par exemple, soient présentement les Manometres X & Z de Paris & de Rome, remplis d'un même air, c'est à dire, d'un air pris en même tems & en même lieu dans le tems de leur construction en ce même lieu, d'où ils aient ensuite été transportés, l'un à Paris, & l'autre à Rome. Supposons que l'air du Manometre X ait été obser-

vé à Paris en K dans le tems t , & que celui du Manometre Z l'ait été en S à Rome dans le tems θ : enforte que les graduations de ces Manometres donnent encore $BCK = \frac{2}{3} BCG$, & $PQS = \frac{1}{4} PQR$: c'est à dire (art. 18.) $u = \frac{2}{3} V$, & $v = \frac{1}{4} U$; ou $\frac{V}{u} = \frac{3}{2}$, & $\frac{U}{v} = \frac{4}{1}$. Donc suivant l'analogie précédente $d. \delta :: \frac{V}{u} . \frac{U}{v}$. l'on aura $d. \delta :: \frac{2}{3} . \frac{4}{1} :: 15.8$. Ce qui signifie que la densité de l'air extérieur & naturel du tems t à Paris, étoit à celle du tems θ à Rome (c'est à dire des endroits de Paris & de Rome, où étoient alors les Manometres X & Z) comme 15 à 8. De sorte que si t & θ signifient le même tems, par exemple, le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin ; on pourra dire qu'alors la densité de l'air naturel de Paris étoit à la densité de l'air naturel de Rome, comme 15 à 8. Pareillement si t signifie encore le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, mais que θ signifie le dernier Aoust de la même année à midy ; il faudra dire encore que le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, la densité de l'air naturel de Paris, étoit à celle de l'air naturel de Rome du dernier Aoust à midy de la même année, comme 15 à 8 ; ou que les rarefactions de ces airs différens y étoient comme 8 à 15. Il en est ainsi de tous les autres lieux, soit en même ou en différens tems.

XXI. Pour ce qui est du raport des densités ou des rarefactions de l'air naturel d'un même lieu en différens tems, on le trouvera encore de la même manière avec différens Manometres remplis d'un même air, c'est à dire, d'un air pris en même tems & en même lieu.

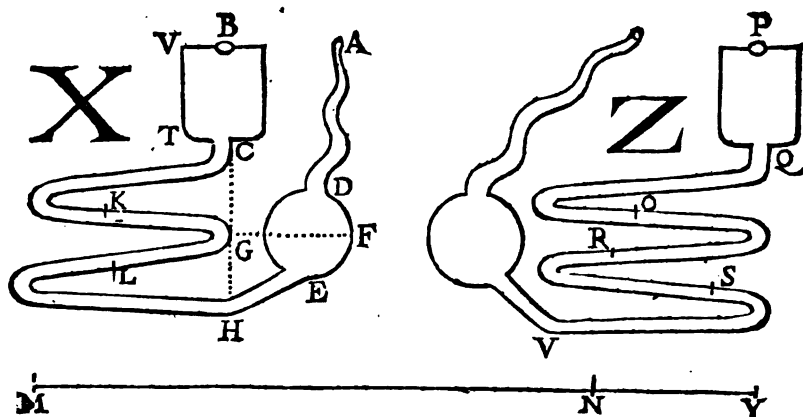
Par exemple, si l'on veut que la Machine Z , au lieu d'être à Rome, soit aussi à Paris avec la Machine X , & que l'air de cette Machine Z y soit encore en S le dernier Aoust 1704. à midy ; il faudra encore dire qu'à Paris la densité de l'air naturel du premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, étoit à celle qu'avoit ce même air le

dernier Aoust de la même année à midy, comme 15 à 8.

XXII. Le raport des densités ou des rarefactions de l'air extérieur & naturel d'un même ou de différens lieux en différens tems, se peut encore trouver avec le seul Manometre X . Car cette supposition rendant $V=U$, à cause que ces volumes primitifs V, U , se trouvent alors le même BCG ; la Regle ou l'analogie $d. \delta :: \frac{V}{u} . \frac{v}{v}$. de l'art. 10. donnera pour lors $d. \delta :: \frac{V}{u} . \frac{v}{v} :: v. u$. c'est à dire (art. 18.) que les densités réduites de l'air du Manometre X , ou celles de l'air naturel des tems & des lieux où l'on s'en sert, sont toujours entr'elles en raison réciproque des volumes ou des espaces réduits que l'air de cette Machine y occupe alors, ainsi que nous l'avons déjà trouvé cy-dessus art. 17.

Par exemple, si après avoir observé l'air du Manometre X en K dans le lieu A le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, enforte que BCK se soit trouvé $= \frac{2}{3} BCG$; on transporte ce Manometre dans le lieu B , & qu'on y observe l'air en Z le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, enforte que BCZ soit $= \frac{6}{5} BCG$: Alors (en prenant encore d, δ , suivant l'art. 18. pour les densités réduites de l'air du Manometre X dans les espaces réduits BCK, BCZ ;) on aura $d. \delta :: BCL. BCK :: \frac{6}{5} BCG. \frac{2}{3} BCG :: \frac{6}{5} . \frac{2}{3} :: 18. 10 :: 9. 5$. Et par conséquent aussi la densité de l'air extérieur & naturel du lieu A le premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, seroit à la densité de l'air naturel du lieu B le 15. Avril 1705. à 8. heures du matin, comme 9 à 5. De sorte que si A & B ne sont que le même lieu, par exemple, le même endroit de Paris, il faudra dire qu'en cet endroit de Paris la densité de l'air extérieur & naturel du premier Decembre 1704. à 10. heures du matin, aura été à celle de l'air naturel du 15. Avril 1705. à 8. heures du matin en ce même

endroit de Paris, comme 9 à 5. Ou (ce qui revient au même) que dans ces deux tems les rarefactions de l'air extérieur & naturel de cet endroit de Paris, étoient comme 5 à 9. Il en est ainsi d'une infinité d'autres exemples qu'on pourroit encore apporter de tout ceci.



XXIII. Il n'y a donc plus qu'à diviser exactement chacun des espaces $BCGH$, $PQRV$, &c. depuis le plus haut B , P , &c. jusqu'au plus bas H , V , &c. des Manomètres X , Z , &c. de la manière que voici pour le Manomètre X , dont (*hyp.*) G est le terme inférieur de l'espace primitif BCG .

Imaginons d'abord une ligne droite MN égale à la longueur de la partie du tuyau CKG ; prolongeons ensuite cette ligne du côté de V , d'une quantité NY laquelle soit à MN , comme la capacité de cette partie CKG du tuyau est à la capacité de toute la tête BC . Soit ensuite la ligne entière MY divisée en autant de parties égales que faire se pourra sans confusion, en commençant à compter 1, à la première division du côté de V , & en continuant de suite par 2, 3, 4, 5, 6, &c. jusqu'à M selon l'ordre des nombres naturels.

Cette ligne MY étant ainsi divisée & marquée, il faudra en porter les divisions & les marquer sur une autre

ligne qui suive tous les contours $CKGH$ du tuyau du Manometre X , & tracée sur la planche contre laquelle il doit être appliqué. Le point de cette seconde ligne, qui sera vis à vis de G , doit être marqué du même chiffre que le point M de la première ligne MY ; lequel chiffre doit être celui du nombre des parties dans lesquelles cette ligne MY aura été divisée: par exemple 100, si cette ligne a été divisée en 100 parties égales, 1000, si elle a été divisée en 1000; & ainsi de tout autre nombre de parties égales dans lesquelles on pourroit l'avoir divisée. Supposons qu'elle l'ait été en 100; & qu'ainsi le point M de la ligne MY , soit marqué 100; & tous les points de division depuis celui-là jusqu'au dernier qui précède immédiatement Y , soient marqués de suite par 99, 98, 97, 96, &c. jusqu'à cette dernière division qui sera marquée 1. Le point G de la ligne qui suit tous les contours du tuyau du Manometre X , doit donc ici être marqué par le nombre 100; la division suivante du côté de C , marquée par 99; celle d'après, vers C encore, marquée par 98; & ainsi de suite jusqu'en C , par 97, 96, 95, 94, &c. en rétrogradant selon l'ordre renversé des nombres naturels: de sorte que si le bout NY de la ligne MY , contient par exemple, 15 parties de la division supposée, la marque 15 du point N , devra aussi être celle du point C du Manometre.

On en demeureroit là du côté de C , si l'on étoit sûr que la liqueur ne pût monter dans la tête BC du Manometre; mais si elle peut y monter, il faudra diviser aussi la hauteur TV de cette tête en autant de parties égales entr'elles que NY en contient de celles de la ligne MN ou CKG , par exemple ici en 15; la première division d'après T vers V , doit être marquée par 14; la suivante encore vers V , marquée par 13; & ainsi de suite jusqu'à la dernière qui précède immédiatement le point V , laquelle seroit enfin marquée par 1, si la compression de l'air pouvoit se réduire jusques-là. Mais cela est si éloigné de la vrai-semblance, que la plupart de ces dernières divisions paroissent assez inutiles: de sorte qu'elles ne semblent de-

voir être continuées jusqu'à cette extrémité, que dans l'incertitude du petit espace auquel l'air du Manometre peut être réduit. Il est pourtant à remarquer que quand on seroit sûr de celles qui doivent être inutiles, il ne faudroit pas laisser de les faire, parcequ'elles peuvent servir à regler les autres.

Après avoir réglé les divisions du Manometre X depuis G jusqu'en B , c'est à dire, de tout son espace primitif BCG : Il faut maintenant regler celles du reste GLH de son tuyau jusqu'au plus bas H de tous ses points. Il n'y a qu'à diviser le reste depuis G jusqu'en H , de la ligne qu'on suppose suivre tous les contours de ce tuyau sur la planche où il est appliqué, en parties égales à celles de son autre partie CKG ; après cela, marquer par 101, la première division qui suit immédiatement le point G vers H ; marquer par 102, la suivante encore vers H ; celle d'après, par 103; & ainsi de suite jusqu'en H par 104, 105, 106, &c. de sorte que si la capacité de GLH se trouve égale à celle de $GKCB$, le point H aura 100 pour sa marque; & avec de telles divisions ainsi marquées le Manometre X sera gradué d'une manière propre à s'en servir comme cy-dessus. On gradura de même le Manometre Z , & tel autre qu'on voudra.

Il est pourtant ici à remarquer que si au lieu de prendre la droite MN égale à la longueur de la partie CKG du tuyau du Manometre X , on l'eût prise égale à sa longueur $CKGLH$, & que l'on eût divisé (comme l'on vient de faire) MY en parties égales entr'elles, l'on auroit trouvé tout d'un coup toutes les divisions de cette longueur de tuyau $CKGLH$, comme l'on vient de trouver celles de sa partie CKG : Mais alors le commencement G de son espace primitif BCG auroit pû se trouver marqué d'une fraction qui auroit rendu le calcul moins facile qu'il ne l'est par le nombre entier qui s'y trouve toujours suivant la division précédente; c'est pour cela qu'on l'a préférée à celle-ci.

Il est encore à remarquer qu'on suppose par tout ici que le tuyau $CKGLH$ est de même diamètre dans toute sa longueur ; ce qui se peut vérifier par l'expérience. Et en cas qu'il ne le soit pas, on le divisera en le remplissant de quelque liqueur, comme de vif argent, par portions égales entr'elles, si petites qu'on voudra pour le diviser en plus de parties : la tête BC , quelle qu'elle soit, se divisera de même en parties égales à celles-là. Il en est ainsi du Manometre Z , & de tel autre qu'on voudra.

USAGE DU MANOMETRE

Pour vérifier les expériences de la Machine pneumatique.

XXIV. Entre plusieurs usages que le Manometre peut avoir dans la Physique, un des principaux c'est de pouvoir servir à vérifier & à repéter au juste, ou du moins à fort peu près, les expériences de la Machine pneumatique, en y joignant la Regle de l'art. 4. cy-dessus, par laquelle on a vû (art. 5.) qu'on peut déterminer de combien l'air qui reste dans cette Machine du vuide, après tel nombre de coups de piston qu'on aura voulu, y est plus rarefié qu'auparavant.

Il est manifeste que des expériences qui ne dépendent que de la rarefaction de l'air, réussiroient toujours également si on sçavoit les faire dans des airs également rarefiés ; & que faute de cette justesse ces expériences répétées doivent différer d'autant plus entr'elles, qu'elles se feront dans des airs de rarefactions plus inégales. Ainsi quand une telle expérience avancée par un Auteur ne nous réussiroit pas, quelque soin que nous eussions pris à la faire, il ne faudroit pas pour cela le condamner, mais seulement douter si nous avons porté l'air de nôtre Machine pneumatique au même degré de rarefaction, auquel il étoit dans celle de cet Auteur lorsqu'il y a fait cette expérience. Pour l'y porter il faudroit que cet Auteur nous donnât les capacités de la pompe & du balon de sa Machine pneumatique, ou seulement leur rapport, avec le nombre

nombre des coups de piston donnés dans son expérience ; & cela joint au Manometre & à la Regle dont je viens de parler , nous donneroit le nombre des coups de piston nécessaires pour réussir dans quelque'autre Machine pneumatique que ce fût , dont les capacités de la pompe & du balon seroient pareillement connues , ou du moins leur rapport : Voici comment.

Les capacités de la pompe & du balon de la Machine pneumatique de l'Auteur dont il s'agit ici , étant connues ou seulement leur rapport , avec le nombre des coups de piston qu'il aura donnés dans son expérience , la Regle de l'art. 4. dont je viens de parler , donneroit comme dans le Prob. 1. art. 5. le rapport des raretés ou rarefactions de l'air resté dans cette Machine , & de l'air extérieur du lieu où elle avoit été remplie. Ensuite par le moyen du Manometre , on connoîtroit aussi de la manière qu'on le vient de voir dans les art. 19. 20. 21. & 22. le rapport des rarefactions de cet air extérieur du lieu , par exemple de Londres , où cette expérience auroit été faite , dans le tems qu'elle y a été faite , & de l'air extérieur du lieu , par exemple de Paris , & du lieu où on la veut répéter. Ainsi par le moyen de la Regle de l'art. 4. & de nôtre Manometre , on connoitra déjà le rapport des rarefactions de l'air resté dans la Machine du vuide à Londres où l'on suppose que l'expérience a été faite , & de l'air extérieur du lieu de Paris où l'on veut la répéter dans le tems qu'on l'y veut répéter. Enfin par le Prob. 3. art. 10. de la Regle de l'art. 4. on connoîtroit aussi le nombre des coups de piston nécessaires pour donner à l'air de telle autre Machine pneumatique dont on voudroit se servir à Paris , & dont les capacités du balon & de la pompe seroient données , ou seulement leur rapport , une rarefaction qui seroit à celle de l'air extérieur du lieu où l'on voudroit répéter cette expérience , en même raison que celle qu'on auroit déjà trouvée entre les rarefactions de l'air resté dans la Machine pneumatique de Londres , & de ce même air extérieur de Paris. Donc par le moyen de cette Regle & du Manometre , on sçau-

roit le nombre des coups de piston nécessaires pour réduire l'air de la Machine pneumatique de Paris, où l'on veut répéter l'expérience de Londres, au même degré de rarefaction auquel il étoit dans celle de Londres lorsque cette expérience y a été faite. Par conséquent alors cette expérience, qu'on suppose ne dépendre que de la rarefaction de l'air, se trouveroit la même à Paris qu'à Londres.

XXV. On trouvera de même le nombre des coups de piston nécessaires pour donner à l'air de la Machine pneumatique de Paris, une rarefaction qui soit à celle de l'air resté dans la Machine pneumatique de Londres, en telle raison qu'on voudra : puisqu'ayant trouvé (comme cy-dessus *art. 24.*) le rapport des rarefactions de l'air resté dans cette Machine de Londres, & de l'air extérieur de Paris, qu'on veut rarefier en raison donnée par rapport à celui-là ; l'on aura pareillement le rapport des rarefactions de cet air extérieur, & de l'air qui doit rester pour cela dans la Machine pneumatique de Paris ; & par conséquent aussi (*Prob. 3. art. 10.*) le nombre des coups de piston de cette Machine, pour donner à l'air une rarefaction qui soit à celle de l'air resté dans la Machine de Londres, en la raison souhaitée.

On trouvera encore de même le rapport des rarefactions des airs restés en différens tems & en différens lieux dans la même ou dans différentes Machines pneumatiques après un nombre quelconque de coups de piston de chacune, les rapports de leurs pompes à leurs balons étant aussi donnés avec le nombre des coups de piston de chacune, & avec l'état des Manometres dans ces différens tems & lieux. Car le *Prob. 1. art. 5.* donnant alors le rapport de l'air resté dans chacune de ces Machines pneumatiques, à l'air naturel & extérieur du lieu & du tems où l'on a fait l'expérience ; & les Manometres donnant aussi, comme dans les *art. 19. 20. 21. & 22.* le rapport de ces airs naturels & extérieurs, ou de leurs rarefactions ; l'on aura par conséquent par le tout ensemble le rapport des airs restés, ou

de leurs rarefactions dans ces différentes Machines pneumatiques, ou dans la même, en même lieu & en différens tems, ou en différens lieux en même ou en différens tems, quel qu'ait été le nombre des coups de piston de chacune.

Avertissement.

XXVI. Il est facile de voir par ce que l'on vient de dire de quelle conséquence il est pour la Physique, que les Auteurs qui nous donnent de telles expériences, y joignent aussi les capacités de la pompe & du balon de chacune de leurs Machines pneumatiques, c'est à dire, ce qu'il reste de ces capacités qui contient de l'air lorsque le piston est le plus enfoncé, & de combien ce reste de capacité augmente lorsqu'on retire le piston, & qu'ils y ajoutent aussi le nombre des coups de piston donnés dans chacune de ces expériences, avec l'état où l'air se trouvoit alors dans leurs Manometres comparés aux nôtres, comme cy-dessus art. 19. & 20. afin de pouvoir répéter & vérifier leurs expériences en tel lieu & en tel tems qu'on voudra.

Au reste quoique les rapports ou les proportions trouvés dans tout ceci, suivent exactement de la Physique qu'on y suppose : cependant comme cette Physique n'est pas précisément dans les conditions d'où on la tire, mais seulement à peu près, ainsi que je l'ay marqué dans l'art. 15. ces rapports ou proportions ne doivent aussi être pris qu'à peu près, & non en rigueur geometrique ; ce qu'on trouvera peut-être encore d'une grande justesse pour de la Physique aussi composée que celle-ci. La dextérité de l'Ouvrier est sur tout nécessaire pour exécuter exactement la construction du Manometre, dont l'exécution fournira peut-être des observations qui serviront à le perfectionner : je le souhaite pour l'avancement de la Physique, & je n'y prétens d'autre part que celle d'y avoir fait penser.

OBSERVATIONS
SUR LES
MALADIES DES PLANTES.
 PAR M. TOURNEFORT.

1705.
 14. Novem-
 bre.

Tous les corps organisez sont sujets à certains changemens que l'on peut appeller maladies, par rapport à leur état naturel. Un arbre, par exemple, dont le tronc se pourrit, ou qui perd ses feuilles avant la saison est malade, parce qu'on ne l'appelle sain que lorsque ses parties sont bien conditionnées.

On peut rapporter les maladies des Plantes aux causes suivantes. 1°. À la trop grande abondance du suc nourricier. 2°. Au défaut ou manque de ce suc. 3°. À quelques mauvaises qualités qu'il peut acquérir. 4°. À sa distribution inégale dans les différentes parties des Plantes. Enfin à des accidens extérieurs.

La trop grande abondance de suc nourricier le fait sortir de lui même hors de ses vaisseaux : ainsi les especes de Pins distillent naturellement presque pendant toute l'année. L'épanchement est encore plus grand, si l'on fait des incisions à ces arbres à coups de hache. La liqueur qui en découle s'appelle Terebentine lorsqu'elle conserve la fluidité, & Galipot ou Résine quand elle devient solide : mais si ce même suc faute de vitesse se grumelle dans ses propres tuyaux ; s'il est obligé de s'y arrêter parcequ'ils sont devenus crasseux, & par conséquent plus étroits qu'ils n'étoient ; alors le suc qui continuë de monter de la racine s'imbibe peu à peu dans les trachées, que l'on peut appeller les poumons des Plantes, il en interromp le commerce de l'air ; & la circulation étant interceptée, ces arbres sont suffoquez, & meurent par la même raison que les animaux que l'on étouffe.

Les Sapins ne sont pas sujets à cette maladie. Leur suc nourricier est moins abondant, plus fluide, & les vaisseaux qui traversent l'écorce de ces arbres sont plus gros : cette écorce est moins épaisse aussi, d'où vient que dans le Printemps on voit les Sapins qui l'ont unie, & sans crevasses, couverts de vessies grosses comme des noix. On peut comparer ces vessies aux varices qui s'élevaient sur les jambes de plusieurs personnes. Celles du Sapin sont de véritables dilatations des vaisseaux qui avaient le plus de souplesse, & qui ont le moins résisté au cours du suc nourricier. La plupart sont ovales, rangées en travers, & pleines d'une excellente Terebentine plus claire, plus fluide que l'ordinaire, & qui sent l'écorce de citron comme le baume du Levant.

Dans les pays chauds la trop grande abondance de sève produit au bout des branches des arbres que l'on taille en buisson, des tumeurs d'une substance spongieuse qui se carie facilement, & ces arbres en portent bien moins de fruit. Si l'on coupe du bois plus qu'il ne faut aux arbres à haute tige, ils donnent peu de fruit ; parceque la sève trop abondante par rapport au bois qu'elle doit nourrir ne fait pousser que de nouvelles branches, au lieu de faire fleurir les vieilles dont les vaisseaux sont plus difficiles à pénétrer ; ainsi le grand secret dans la culture des arbres fruitiers, c'est de ne couper que les branches qui se croisent, & qui les rendroient difformes ; mais les mains déman- gent aux curieux.

La langueur & la mort de plusieurs Plantes montrent bien que le suc nourricier commence à leur manquer. Les feuilles ne jaunissent, ne se fanent, & ne tombent hors de leur saison que faute de nourriture, soit qu'elle leur soit dérobée par les petits vers qui s'y attachent, soit que le mal vienne des racines. Ces parties perdent peu à peu leur ressort. Elles se carient, se charcissent, & leurs couloirs se remplissent d'un certain limon qui empêche la filtration des suc propres pour les autres parties. Si les racines se carient, le fumier de Vache ou de Cochon les rétablit, &

arrête la carie, de même que le Storax liquide arrête la gangrene des animaux. Si elles sont chancies, il n'y a qu'à les bien laver dans l'eau claire pour détacher & entraîner tous ces petits filets de mousses qui commençoient à s'y engendrer. Pour ce qui est du limon qui fait le relâchement des fibres, & ensuite des obstructions, le terreau & la fiente de pigeon y remédient. La cendre de vigne, la chaux, la fiente de poule & de pigeon mêlées en Automne avec la terre qui couvre les racines des Oliviers & des Orangers paresseux, les excitent à fleurir & à porter des fruits : mais ces sortes de remèdes ne conviennent pas à toutes sortes de Plantes. L'urine, l'eau de chaux, l'eau de fumier un peu trop forte, les couches même trop chaudes dessèchent & brûlent, comme l'on dit, le chevelu des racines.

Ce n'est pas icy le lieu de parler de la mauvaise qualité de la sève qui vient du défaut des terres ; je réserve cette discussion pour un Traité d'Agriculture raisonnée qui est déjà fort avancé. Je ne parlerai donc que d'un vice qui rend les Plantes steriles dans les meilleurs fonds, où le suc nourricier devient si gluant qu'il ne sçauroit circuler, ni faire développer les parties qui doivent paroître successivement les unes après les autres.

La Squille, l'Oignon portant laine, les espèces d'Aloës, & plusieurs Plantes grasses fleurissent avec beaucoup plus de facilité dans les pays chauds, parceque la terre leur fournit un suc assez maigre, que la chaleur fait couler aisément ; au lieu que dans les pays froids ce suc est gluant, & devient comme une espece de mucilage qui ne sçauroit faire sortir les tiges du fond de leurs racines. Le seul remède est d'élever ces sortes de Plantes sur couche, & dans des terres sabloneuses. Malgré cette précaution les Oignons qui viennent des Indes ne fleurissent qu'une seule fois dans ce pays-cy, parceque la jeune tige qui est dans le fond de la racine se trouve assez développée avant le transport pour pouvoir s'élever & s'épanouir ; mais après cela le suc nourricier qui devient trop gluant, n'a pas la force

de faire développer le jeune embrion qui est dans le cul de l'Oignon, & qui ne devoit paroître que dans un an.

La plupart des Narcisses & des Jacinthes, dont on coupe les feuilles après que leur fleur est passée, ne fleurissent pas bien souvent l'année d'après. Il semble que le suc glaireux qui étoit en mouvement dans les racines de ces Plantes, & qui passoit à l'ordinaire dans les feuilles, se décharge sur la jeune tige qui est au fond de la racine : il s'imbibe, il s'épaissit, il se fige dans cet embrion, & l'empêche de se développer dans le Printems.

La sterilité de plusieurs Plantes ne dépend pas toujours de la mauvaise qualité du suc nourricier. Souvent c'est une maladie qui vient de la distribution imparfaite de ce suc. J'ay vû un des plus beaux Pommiers du monde, dont la sève se répandoit si facilement dans les feuilles, qu'il ne fleurissoit pas. On l'ébrancha pendant l'Esté dans le dessein de l'arracher en Automne, mais il s'avisa, s'il m'est permis de me servir de ce terme, de pousser des branches toutes chargées de boutons à fleurs, qui ne s'épanoïrent pas seulement, mais qui donnerent quelques avortons de fruits. Cet heureux changement lui sauva la vie. Le Pommier continua de fleurir, & de donner de bons fruits pendant long-tems. N'est-on pas obligé dans certaines années de faire manger aux bestiaux les bleds qui poussent trop de feuilles, afin de contraindre le suc nourricier de gonfler la tige, & la faire élever en chalumeau? Les Orangers & les Figuiers qui sont plantez dans de petites quaißes, donnent beaucoup plus de fruit que ceux dont la sève trouve à s'étendre dans les racines, au lieu de faire éclore les fleurs & les embrions des fruits. On châtie les racines en les resserrant dans un petit terrain. C'est par cette méthode que l'on a de bonnes graines de Pervenche & d'*E-pimedium*, qui en pleine terre s'amusent à tracer, & ne noüent pas.

Pour ce qui est des maladies causées par des accidens extérieurs, elles surviennent ordinairement par la grêle, par la gelée, par la moisissure, par les Plantes qui naissent

sur d'autres Plantes, par la piqueure des insectes, par différentes tailles ou incisions que l'on fait aux Plantes.

La grêle qui tombe sur les feuilles en meurtrit les fibres, & fait extravaser le suc nourricier qui forme une dureté élevée en tumeur. Si la pluie tombe avec la grêle, l'impression du coup est bien moindre, parceque les fibres amollies par l'eau obéissent au coup. D'ailleurs cette eau détergeant & emportant le suc qui commence à s'épancher, donne lieu aux fibres de se rétablir par leur ressort, à peu près comme il arrive aux parties meurtries que l'on étuve sur le champ.

La gelée au contraire fait périr les Plantes lorsqu'elles sont motillées, parceque l'eau qui se gele dans leurs pores les déchire en se dilatant, tout comme elle fait casser les vaisseaux où elle est enfermée.

La moisissure est encore une maladie bien dangereuse, qui attaque les Plantes pendant l'Hyver dans les serres qui sont humides. L'humidité y fait éclore les œufs ou les graines de certaines especes de mousses & de champignons qui se trouvent dans le raisseau de l'écorce : de même que cela arrive aux peaux de maroquin & de veau que l'on tient dans des caves. Le microscope fait voir que la chançissure n'est qu'un parterre de Plantes que l'on vient de nommer, cependant leur racine, quelque menuë qu'elle soit, acquiert un certain volume qui dilate peu à peu les parois du pore qui lui tient lieu de pot, & ces parois sont enfin déchirées, parceque tous les pores voisins sont remplis de pareil embarras. La disposition prochaine à se pourrir par trop d'humidité où se trouvent les fibres de de l'écorce facilite ce déchirement, qui est bien-tôt suivi de la gangrene.

Pour éviter ce mal, il n'y a qu'à tenir les serres bien sèches. On y conserve pendant les Hyvers les plus rudes les Plantes même qui viennent des pays brûlez, pourvu qu'on les enferme dans des boîtes bien vitrées, & qui ne soient gueres plus hautes que les Plantes. Bien loin que la gelée s'y fasse sentir, ou que la moisissure s'y introduise, l'air que l'on

L'on y renouvelle pendant que le Soleil est dans sa force, y est aussi sec que dans les mois les plus doux de l'année. Avec le secours de gros fumier dont on garnit le bas de ces boîtes, on entretient les Plantes dans ce pais-cy plus heureusement qu'avec les fourneaux dont on se sert dans les pais froids. C'est un secret dont l'invention est dûë à un de nos plus illustres Academiciens, M^r. Fagon, dont le nom seul fait le plus parfait éloge.

Le Lierre, la Vigne de Canada, le Jasmin de Virginie, plusieurs especes de *Bignonia*, la Cuscute, le Guy, l'Hypociste, le Lichen font moins de tort aux Plantes que la chancissure, quoiqu'elles vivent aux dépens des autres Plantes sur lesquelles elles grimpent. On les appelle avec raison des Plantes Parasites; car leurs racines ne reçoivent leur nourriture que de l'écorce des autres, qu'elles détruisent à la fin de même que le crepy des murailles.

On a fait voir dans l'Histoire des Plantes qui naissent aux environs de Paris, comment les fruits de Guy s'attachoient par leur glu à l'écorce des arbres, & comment ils y pouissoient peu à peu de petites racines. Ces racines penetrent bien avant dans le corps ligneux, & s'y greffent si bien qu'elles ne font plus que le même corps avec l'arbre dont elles ont pris possession.

Il n'est pas si facile d'expliquer de quelle maniere l'Hypociste se multiplie. Cette Plante ne croît jamais que sur les racines de quelques arbustes, que l'on appelle des Cistes, qui se plaisent dans les landes les plus seches des pais chauds. Environ deux pouces au-dessus du collet de ces arbustes, sort en maniere d'œilleron un plante bien differente du Ciste, charnuë comme une asperge, accompagnée de quelques écailles au lieu de feuilles, & garnie d'un bouquet de fleurs en cloche, qui laissent chacune un fruit gros comme une noisette, assez rond, charnu, rempli de semences menuës couvertes d'une humeur gluante qui se desseche lorsqu'elles sont mûres, mais qui revient quand on les humecte. Comme cette Plante pousse au-dessus du collet de la racine, qui est quelquefois couvert

d'environ demi pied de terre, je ne vois pas d'autre chemin pour y faire passer les graines que les crevasses de la terre, qui dans l'Été sont fort communes dans les landes des païs chauds, & qui se resserrent aux premieres pluies: ainsi la glu dont elles sont envelopées s'humectant peu à peu, ne les colle pas seulement contre les racines du Ciste, mais elle les fait éclore, & leur sert de premiere nourriture.

Il faut presentement examiner les tumeurs des Plantes, & sans nous arrêter à celles qui leur sont naturelles, ou qui viennent d'une méchante conformation, nous nous attacherons seulement à celles qui naissent à l'occasion de la piqueure des insectes. Ces petits animaux qui n'ont pas la force de bâtir leurs nids avec de la paille ou d'autres matieres comme font les oiseaux, vont décharger leurs œufs dans les parties des Plantes qui les accommodent le mieux. La piqueure est suivie d'une tumeur, & cette tumeur est une suite de l'épanchement du suc nourricier, qui s'imbibant dans les pores voisins, les fait gonfler à mesure qu'il en dilate les fibres. L'œuf ne manque pas d'éclore au milieu de ce nid, & le ver ou le puceron qui en sort y trouve sa nourriture toute préparée. C'est ainsi que se forment les noix de galle, & toutes les tumeurs que l'on observe sur les Plantes piquées.

Ce que l'on appelle en Levant les Pommes de la Sauge, sont des tumeurs qui naissent sur de belles especes de Sauge à l'occasion d'une semblable piqueure. Ces Pommes qui ont neuf ou dix lignes de diametre sont presque rondes, gris cendré, cortoneuses, d'une chair blanche, un peu transparente, douce, & d'un goût fort agréable. On en porte des paniers dans les marchez. Cependant quoique ces especes de Sauge viennent parfaitement bien dans le Jardin du Roy, on n'y voit point de ces sortes de Pommes, parce qu'apparemment il n'y a pas de nos insectes qui aient du goût à les piquer.

Il se peut faire aussi que la sève du païs contribuë à la bonté de ces sortes de productions. Nous n'avons que de

tres-mauvaises noix de galles sur nos Chefnes, & je ne vois point de tubercules sur nos Plantes qui soient bons à manger. Ceux qui se forment sur l'Eglantier & sur le Chardon hémorroïdal ne servent que pour la Medecine, encore leurs vertus me paroissent bien suspectes.

La graine d'Ecarlate merite plus d'attention. On observe une petite espece de punaise, couverte d'un duvet tres-fin, attachée sur les branches d'une sorte de Chefne verd, qu'on appelle Kermes, lequel se trouve en abondance dans les pais chauds. Après que la punaise a piqué les environs de la queue des fétuilles de cet arbrisseau, la tumeur s'arrondit, & forme des grains d'environ deux lignes de diametre, remplis d'une substance d'un rouge tres-vif qui enveloppe l'œuf d'un petit ver, & ce ver dans la suite laisse échaper une petite mouche. Le rouge vif qui se desseche est le pastel de l'Ecarlate que l'on emploie si utilement pour les teintures, & pour la confection d'Alkermes.

Les moucherons, quelque petits qu'ils soient, s'en prennent souvent aux plus grands arbres. Ils piquent les fétuilles des Ormes dans le Printems, & donnent lieu à la formation de vessies grosses quelquefois comme le poing. Elles se remplissent d'un baume excellent pour les blessures, dans lequel on voit flotter des pucerons verdâtres, sortis des œufs des moucherons, & ce qu'il y a de plaisant, c'est que ces pucerons sont comme autant de masques qui couvrent de nouveaux moucherons.

Il en est de même des cornets du Terebinthe. Ils grostissent en pucerons qui nagent dans une Terebentine claire, odorante, épanchée dans des cornets coriaces qui se sont formez sur le Terebinthe à l'occasion de la piqueure des moucherons.

Il n'est pas aisé de comprendre comment se forment les Ruches que l'on trouve sur les extremités des branches de la *Picea*; cependant ces Ruches, quelques regulieres qu'elles soient, sont l'ouvrage des moucherons. Un Essai de ces petits animaux vient piquer les branches de la *Pi-*

sea dans le tems qu'elles sont encore tendres. Chaque moucheron fait son trou à la naissance d'une jeune feuille justement dans l'aisselle, c'est à dire dans l'endroit où la base de la feuille est attachée en travers contre la tige. Ainsi le suc nourricier qui s'extravase, élargit le trou de la piqueure, & fait écarter la base de cette feuille qui n'est encore que collée contre la tige; d'où vient que cette espece de plaie prend d'abord la forme d'une petite bouche à levres velues, & ensuite celle d'une gueule qui laisse voir le creux de chaque cellule. Ces cellules toutes ensemble composent la Ruche. Elles sont pleines dans l'Esté de pucerons verdâtres ou rougeâtres semblables à ceux qui naissent sur les herbes potageres. Chaque puceron mis sur le creux de la main se développe dans moins d'un demi quart-d'heure, & laisse échaper un petit moucheron.

La caprification, ou la maniere d'élever les Figuiers, dont les Anciens ont parlé avec tant d'admiration n'est pas imaginaire, comme bien des gens le pensent; elle se pratiqué tous les ans dans la plupart des Isles de l'Archipel par le moyen des mouchérons: les Figuiers y portent beaucoup de fruit; mais ces fruits qui sont une partie des richesses du país ne profiteroient pas, si l'on ne s'y prenoit de la maniere que je vais décrire. On cultive dans ces Isles deux sortes de Figuiers: La premiere espece s'appelle *Ornos*, du Grec litteral *Erinos*, qui signifie le Figuiier sauvage; ou le *Caprificus* des Latins. La seconde espece est le Figuiier domestique: le sauvage porte trois sortes de fruits, qui ne sont pas bons à manger, mais qui sont absolument nécessaires pour faire meurir ceux des Figuiers domestiques: les fruits du sauvage sont nommez *Fornites*, *Cratitires* & *Orni*.

Ceux qu'on appelle *Fornites* paroissent dans le mois d'Aoust, & durent jusqu'en Novembre sans meurir: il s'y engendre de petits vers de la piqueure de certains mouchérons que l'on ne voit voltiger qu'autour de ces arbres. Dans les mois d'Octobre & de Novembre ces mouchérons piquent d'eux-mêmes les seconds fruits des mêmes

pieds de Figuier. Ces fruits que l'on nomme *Cratitires* ne se montrent qu'à la fin de Septembre, & les *Fornites* tombent peu à peu après la sortie de leurs mouchérons. Les *Cratitires* au contraire restent sur l'arbre jusqu'au mois de May, & renferment les œufs que les mouchérons des *Fornites* y ont laissez en les piquant. Dans le mois de May la troisième espece de fruits commence à pousser sur les mêmes pieds des Figuiers sauvages qui ont produit les deux autres. Ce fruit est beaucoup plus gros, & se nomme *Orni*. Lorsqu'il est parvenu à une certaine grosseur, & que son œil commence à s'entr'ouvrir, il est piqué dans cette partie par les mouchérons des *Cratitires*, qui se trouvent en état de passer d'un fruit à l'autre pour y décharger leurs œufs.

Il arrive quelquefois que les mouchérons des *Cratitires* tardent à sortir dans certains quartiers, tandis que les *Orni* de ces mêmes quartiers sont disposez à les recevoir. On est obligé dans ce cas-là d'aller chercher des *Cratitires* dans un autre quartier, & de les ficher à l'extrémité des branches des Figuiers dont les *Orni* sont en bonne disposition, afin que les mouchérons les piquent. Si l'on manque ce tems-là, les *Orni* tombent, & les mouchérons des *Cratitires* s'envolent s'ils ne trouvent pas des *Orni* à piquer. Il n'y a que les Païsans qui s'appliquent à la culture des Figuiers qui connoissent le vrai tems auquel il faut y pourvoir, & pour cela ils observent avec soin l'œil de la Figue, car cette partie ne marque pas seulement le tems que les piqueurs doivent sortir, mais aussi celui où la Figue peut être piquée avec succès. Si l'œil est trop dur & trop ferré, le moucheron n'y sçauroit déposer ses œufs, & la Figue tombe lorsque cet œil est trop ouvert.

Ce n'est pas là tout le mystere; ces trois sortes de fruits ne sont pas bons à manger, ils sont destinez par l'Auteur de la nature, comme nous l'avons dit, pour faire meurir les Figues des Figuiers domestiques. Voici l'usage qu'on en fait.

Dans les mois de Juin & de Juillet les Païsans prennent

les *Orni* dans le tems que leurs moucherons sont prêts à sortir, & les vont porter sur les Figuiers domestiques. Ils enfilent plusieurs de ces fruits dans des fétus, & les placent sur ces arbres à mesure qu'ils le jugent à propos. Si l'on manque ce tems-là, les *Orni* tombent, & les fruits du Figuiers domestique ne meurissant pas, tombent aussi dans peu de tems. Les Païsans connoissent si bien ces précieux momens, que tous les matins en faisant leur revûe, ils ne transportent sur les Figuiers domestiques que les *Orni* bien conditionnez, autrement ils perdroyent leur recolte. Il est vrai qu'ils ont encore une ressource quoique legere; c'est de répandre sur les Figuiers domestiques les fleurs d'une Plante qu'ils nomment *Ascolimbros*. Il se trouve quelquefois dans les têtes de ces fleurs des moucherons propres à piquer ces Figues, ou peut-être que les moucherons des *Orni* vont chercher leur vie sur les fleurs de cette Plante. Enfin les Païsans ménagent si bien les *Orni*, que leurs moucherons font meurir les Figues du Figuiers domestique dans l'espace d'environ quarante jours.

Scolymus
Chrysantho-
mos C.B.
Pin.

Ces Figues fraîches sont fort bonnes. Pour les secher on les expose au Soleil pendant quelque tems, après quoy on les passe au four afin de les conserver pendant le reste de l'année. C'est une des principales nourritures des Païsans de l'Archipel; car ils n'ont ordinairement que du pain d'orge, & des Figues seches. Il s'en faut bien pourtant que ces Figues soient aussi bonnes que celles que l'on seche en Provence, en Italie & en Espagne. La chaleur du four leur fait perdre tout leur bon goût; mais d'un autre côté elle fait perir les œufs que les piqueurs de l'*Orni* y ont déchargés, & ces œufs ne manqueroient pas de produire de petits vers qui endommageroient ces fruits.

Voilà bien de la peine & du tems perdu, dira-t-on, pour n'avoir que de méchantes Figues. Je ne pouvois assez admirer la patience des Grecs qui passent plus de deux mois à porter les piqueurs d'un Figuiers à l'autre; mais j'en appris bien-tôt la raison: car leur ayant demandé pourquoy ils ne cultivoient pas les especes de Figuiers que l'on élève

en France & en Italie ; ils me répondirent que la grande quantité de fruits qu'ils retiroient de leurs Figuiers les leur faisoit préférer aux nôtres. Un de leurs arbres produit ordinairement jusqu'à deux cens quatre-vingt livres de Figues , au lieu que les nôtres n'en produisent pas vingt-cinq livres.

Peut-être que les piqueurs contribuent à la maturité des fruits du Figuier domestique , en faisant extravaser le suc nourricier dont ils déchirent les tuyaux lorsqu'ils y déchargent leurs œufs. Peut-être aussi qu'avec ces œufs ils laissent échapper quelque liqueur qui fermente doucement avec le lait de la Figue , & en attendrit la chair. Nos Figues en Provence , & à Paris même , meurissent bien plutôt si on pique leurs yeux avec une paille , ou avec une plume graissée d'huile d'olive. Les Prunes & les Poires qui ont été piquées par quelque insecte meurissent bien plutôt aussi , & même la chair qui est autour de la piqueure est de meilleur goût que le reste. Il est hors de doute qu'il arrive un changement considérable à la tissure des fruits piquez. Il semble que la principale cause en doit être rapportée à l'épanchement de suc qui ne s'alterent pas seulement lorsqu'ils sont hors de leurs vaisseaux , mais qui altèrent les parties voisines ; de même qu'il arrive aux tumeurs des animaux survenues à l'occasion des piqueures de quelque instrument aigu.

Après avoir examiné les tumeurs des Plantes , il faut examiner les blessures que l'on y fait pour les enter les unes sur les autres , ou pour en tirer des liqueurs propres pour l'usage de la vie. Vous ne trouverez pas mauvais, Messieurs , que j'aie l'honneur de vous entretenir de la manière dont on tire le mastic en larmes des Lentisques dans l'Isle de Scio.

Ce n'est pas la culture , comme l'on s'imagine , qui rend ces arbres propres à donner du mastic ; car dans Scio même il se trouve beaucoup de Lentisques qui ne rendent presque rien , & qui cependant sont aussi beaux que les autres ; cela n'est pas surprenant. Combien y a-t-il de Pins

*Cedrus folio
Cupressi, ma-
jor, fructu
flavescente
CB. Pin.*

dans nos forêts qui ne donnent presque pas de résine ; quoiqu'ils soient de même espece que ceux qui en fournissent beaucoup ? Ne voit-on pas la même chose parmi ces sortes de Cedres dont on tire l'huile de Cade ? La tiffure des racines & du bois varie considerablement dans les individus de même espece. L'experience donc a fait connoître aux habitans de Scio, que la meilleure précaution que l'on pouvoit prendre pour avoir beaucoup de mastic, étoit de conserver & de provigner les Lenticques qui naturellement en donnent beaucoup. C'est pour cette raison que ces arbres ne sont pas alignez dans les champs, mais qu'ils sont disposez par pelotons ou bosquets gros ou petits, écartez fort inégalement les uns des autres. On décharge les vieux pieds de nouveaux jets qui empêcheroient qu'on ne les incisât commodément. Du reste on ne laboure pas la terre qui est au dessous. On arrache seulement les Plantes qui y naissent. On la balaye proprement pour y recevoir le mastic, & il est nécessaire qu'elle soit dure & bien applanie.

On commence les incisions le premier jour du mois d'Aoust, coupant avec de gros couteaux en travers & en plusieurs endroits l'écorce des troncs des Lenticques, sans toucher aux jeunes branches. Le lendemain des incisions le suc nourricier en distille par petites larmes, qui s'unissant ensemble forment les grains de mastic. Ces grains se durcissent sur la terre, & composent quelquefois des plaques assez grosses. Le fort de la recolte du mastic est vers le 15. Aoust, pourvu que le tems soit sec & serain ; car si la pluie détrempe la terre, elle y enveloppe les larmes & les fait perdre. Voilà la premiere recolte du mastic. Les mêmes incisions en fournissent encore vers la S. Michel, mais en moindre quantité.

A l'égard de la Terebentine de Scio, on la recueille en la même Isle, en coupant en travers avec une hache les troncs de gros Terebinthes. Ces incisions se font depuis la fin de Juillet jusqu'en Octobre. La Terebentine qui en distille tombe sur des pierres plates que les Païsans pla-
cent

cent sous ces arbres. Ils l'amassent avec de petits bâtons, & la font couler dans des bouteilles; mais ils ne prennent aucun soin des Terebintes, quoique de toutes les especes de Terebentine celle-cy soit la plus estimée. Ces arbres naissent à Scio sur les bords des vignes, & le long des grands chemins.

Pour remplir le dénombrement des causes auxquelles l'on a rapporté les maladies des Plantes, il nous reste à parler des bosses qui naissent autour des greffes. Comme les vaisseaux de la greffe ne répondent pas bout à bout aux vaisseaux du sujet sur lequel on l'a appliquée, il n'est pas possible que le suc nourricier les enfile en ligne droite, si bien que le cal bossu est inévitable. D'ailleurs il se trouve bien de la matiere inutile dans la filtration qui se fait de la seve qui passe du sujet dans la greffe; & cette matiere qui ne sçauroit être vidée par aucuns vaisseaux ni déferens, ni excretoires, ne laisse pas d'augmenter la bosse.

Les levres de l'écorce des arbres que l'on taille pour enter, ou pour émonder, se tumefient d'abord par le suc nourricier qui ne sçauroit passer outre, à cause que l'extrémité des vaisseaux coupez est pincée, & comme cauterisée par le ressort de l'air. Il s'y fait donc comme une espece de bourlet, qui s'étend insensiblement de la circonference vers le centre par l'allongement des fibres, & la blessure se couvre par une espece de calotte qui enveloppe le bois coupé. Les fibres du chicot au contraire ne pouvant pas s'allonger, se dessechent, & deviennent extrêmement dures. C'est ce qui forme les nœuds dans le bois. On en voit souvent dans les planches de sapin, qui s'en détachent comme une cheville que l'on chasse de son trou. Le bois des arbres qui ont été souvent taillez est revêche (comme disent les Ouvriers) parcequ'il est tout traversé de gros chicots endurcis, dont les fibres n'ont pas la même direction que celle du reste du corps ligneux.

E X P E R I E N C E

*Sur la chaleur que nous peuvent causer les rayons du
Soleil reflechis par la Lune.*

PAR M. DE LA HIRE le fils.

1705.
28. Novem-
bre.

ON sçait qu'un assez grand nombre de personnes attribuent à la Lune beaucoup de qualités, sans avoir des raisons fondées sur de bonnes experiences. Je n'entreprendray point de faire le détail de ces qualités, ayant remarqué que presque tous ceux qui lui en attribuoient étoient de differens sentimens. Celle, à ce qu'il me semble, qu'on auroit pû lui attribuer avec plus de raison, auroit été la chaleur; parceque sa lumière n'est que celle du Soleil reflechie qui en doit causer une, comme tout le monde sçait: Cependant comme on n'avoit point fait, que je sçache, d'experience pour détruire ni pour soutenir les raisons qu'on auroit eues de lui attribuer cette qualité, j'ay fait celle qui suit le plus exactement qu'il m'a été possible pour sçavoir ce qu'on en devoit croire.

Au mois d'Octobre de cette année 1705, la Lune étant dans le meridien le jour de son opposition, le Ciel étant fort serein, j'y exposay le miroir ardent de 35 pouces de diametre qui est à l'Observatoire, & vers le foyer je mis la boule d'un Thermometre à air de M. Amontons, qui est le plus sensible que nous ayons; ensorte que cette boule qui a 2 pouces de diametre recevoit exactement sur toute sa surface tous les rayons qui alloient se rassembler au foyer; & ayant examiné la hauteur du mercure dans le tuyau après l'y avoir laissé quelque tems, je ne la trouvay point differente de ce qu'elle étoit auparavant, quoyque les rayons fussent rassemblés dans un espace 306 fois plus petit que leur état naturel, & qu'ils dussent par consequent augmenter la chaleur apparente de la Lune de 306 fois.

Il semble que si une expérience comme celle-cy, où non-seulement on rassemble les rayons de la Lune dans un espace 306 fois plus petit que leur état naturel, mais où on les oblige de se croiser en se rassemblant ; ce qui augmente l'effet de ces rayons rétinis, comme il est évident en exposant le miroir au Soleil, ne nous montre aucune chaleur apparente, nous devons croire qu'elle ne peut pas faire sur nos corps aucune impression d'une chaleur sensible.

D U M O U V E M E N T

D E S P L A N E T E S .

S U R L E U R S O R B E S ,

*En y comprenant le mouvement de l'Apogée
ou de l'Aphélie.*

PAR M. VARIGNON.

DAns les Mémoires de 1700. j'ay déterminé les forces 1705.
centrales ou les pesanteurs nécessaires aux Planètes 5. Decem-
vers le dedans de leurs Orbes, pour les leur faire décrire bre.
dans tous les systêmes tant anciens que modernes ; & alors je ne considérois que le mouvement de ces Planètes sur les Orbes qu'on leur suppose d'ordinaire. Mais si l'on y ajoûte le mouvement de l'Apogée ou de l'Aphélie, en faisant aussi tourner ces Orbes sur quelqu'un de leurs points, en ce cas le véritable mouvement de chaque Planète emportée par le mouvement circulaire de son Orbe autour de ce point fixe, pendant qu'elle parcourt ce même Orbe, se trouvera composé de ces deux-ci ; & la force centrale de cette Planète vers ce point, propre à lui faire décrire la Courbe qui résulte de cette composition de mouvemens, se trouvera aussi composée de celles que ces deux mouve-

mens séparés requièrent vers ce même point. C'est ce que l'on va voir suivre immédiatement de cette Courbe, qui est la seule que la Planete puisse réellement décrire : La voici, quel-que soit l'Orbe supposé de la Planete.

P R O B L Ê M E.

FIGURE I. Une Courbe quelconque ALB étant donnée, dont le plan se meuve de A vers G autour d'un de ses points C fixe sur le plan immobile $RSXZ$, pendant qu'un corps quelconque L décrit cet Orbe sur le plan mobile, lequel emportant avec lui ce corps L , lui fait réellement tracer une autre Courbe $AHIM$ sur le plan immobile $RSXZ$: On demande la nature de cette Courbe $AHIM$ formée par cette composition de mouvemens.

I. S O L U T. Imaginons l'arc AL tracé par le corps L sur le plan mobile ALB , pendant que ce plan passe en alb . Il est visible que si l'on fait l'angle $LCI = ACa$, & qu'on prenne $CI = CL$, le point I du plan fixe $RSXZ$ sera celui où se rencontrera le point L de la Courbe ALB lorsque son plan mobile sera en alb , c'est à dire, le point où sera pour lors le corps L ou le point *décrivant* ; & par conséquent un de ceux de la Courbe $AHIM$ qu'il doit tracer sur le plan immobile $RSXZ$ par le concours de son mouvement suivant ALB sur ce plan mobile, & de celui de ce plan de A vers G autour de son point fixe C sur le plan immobile $RSXZ$.

De même le plan mobile ALB étant en alb , si l'on conçoit qu'il continuë de se mouvoir vers G , & qu'il passe en $a\lambda b$ dans le tems que le corps *décrivant* parcourt lf sur ce plan, c'est à dire (en imaginant du centre C par f , l'arc de cercle $\lambda fe FEOP$) dans le tems qu'il auroit décrit LF sur ce même plan, si ce plan fût demeuré en ALB ; & qu'après avoir fait l'angle $fc\lambda = aCa$, l'on prenne $C\lambda = Cf$, le point λ du plan fixe $RSXZ$, sera aussi celui où se rencontrera le point f de la Courbe alb , c'est à dire, le point F de la Courbe ALB , lorsque son plan mobile

fera en $a\lambda\beta$: De sorte que $l\lambda$ sera la partie de la Courbe $AHlM$, que le point *décrivant* tracera sur le plan immobile $RSXZ$ dans le tems qu'il tracera lf ou LF sur le plan mobile alb ou ALB , & que ce plan passera de alb en $a\lambda\beta$. Par conséquent en prenant cette partie lf ou LF de la Courbe donnée alb ou ALB , pour infiniment petite, c'est à dire, les positions alb & $a\lambda\beta$ du plan mobile ALB , pour infiniment proches l'une de l'autre; l'on aura $l\lambda$ pour l'élément de la Courbe cherchée $AHlM$.

Si l'on prolonge les arcs circulaires lL & λF jusqu'à la rencontre des rayons Ca & $C\alpha$ en N & en O ; l'on aura aussi NO pour l'élément d'une autre Courbe ANQ , dont la rencontre N ou O avec l'un ou l'autre de ces arcs, déterminera le lieu a ou α de l'Apogée ou de l'Aphélie pour le tems que la Planete sera en l ou en λ . C'est pour cela que cette Courbe s'appellera dans la suite *Déterminatrice de l'Apogée ou de l'Aphélie*. La précédente $AHlM$ s'appellera l'*Orbe immobile ou réel* de la Planete; & la donnée ALB , son *Orbe mobile ou supposé*.

II. Cette construction donnera de plus les élémens $LE=le$, $EF=ef$, $PO=fn$, de même que les angles $ACa=LCl=FCf$, $LCF=lCf$, $aCa=fC\lambda$.

Donc en nommant AC , b ; Aa , x ; LC ou FC , r ; EF ou ef , dx ; & $e\lambda$, dy ; l'on aura non-seulement LE ou $le=dr$; mais encore $aC(b)$. $OC(r)::aa(dx)$. PO ou $fn=\frac{r^2 dx}{b}$. Par conséquent l'équation $dy=dx-\frac{r^2 dx}{b}$,

ou $dx=dy-\frac{r^2 dx}{b}$ exprimera la nature de chacune des Courbes $AHlM$ & ANQ , selon qu'on y substituera la valeur de dx ou de dy , avec celle de dx résultante en dr de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB .

III. Pour cela il faut considérer que puisque (*hyp.*) l'Apogée parcourt $a\alpha$ dans l'instant que la Planete parcourt $l\lambda$, si l'on suppose à la manière de Kepler que les espaces ACa , sont entr'eux comme les tems employés par l'Apogée à parcourir les arcs correspondans Aa , & que les espaces $AClHA$ sont aussi entr'eux comme les tems em-

plioies par la Planete à parcourir les arcs correspondans AHl : Cela (dis-je) supposé, les élémens contemporains aCa , $lC\lambda$, de ces espaces seront entr'eux en raison constante; par exemple, $aCa \left(\frac{hdx}{2}\right) \cdot lC\lambda \left(\frac{r dy}{2}\right) :: m. n$. Ce qui donnera $dx = \frac{m r dy}{n h}$, & $dy = \frac{n h dx}{m r}$. Donc en substituant successivement ces valeurs de dx , dy , dans l'équation générale $d\lambda = dy - \frac{r dx}{h}$ de l'art. 2. l'on aura $d\lambda = dy - \frac{m r r dy}{n h h} = \frac{n h h - m r r}{n h h} \times dy$, & $d\lambda = \frac{n h dx}{m r} - \frac{r dx}{h} = \frac{n h h - m r r}{m h r} \times dx$ pour les équations spécifiques des Courbes $AHlM$, ANQ , après que l'on y aura aussi substitué la valeur de $d\lambda$ résultante en dr de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB .

IV. Mais antérieurement à cela, & encore en général, l'analogie précédente (art. 3.) $\frac{h dx}{2} : \frac{r dy}{2} :: m. n$. donnant $dx : dy :: \frac{m}{h} : \frac{n}{r}$. l'on aura aussi $\frac{r dx}{h} (OP) : dy (\lambda e) :: \frac{m r}{h h} : \frac{n}{r} :: m r r : n h h$. Donc les élémens contemporains PCO , $eC\lambda$, des espaces $ACNA$, $AClHA$; & par conséquent aussi ces espaces contemporains sont entr'eux comme $m r r$ est à $n h h$.

De plus l'analogie $\lambda e. OP :: n h h. m r r$. donnant $\lambda e. \lambda e - OP (FE) :: n h h. n h h - m r r$. l'on aura aussi les espaces contemporains $AClHA. ACLA :: n h h. n h h - m r r$. Donc les trois espaces contemporains $ACNA$, $AClHA$, $ACLA$, sont entr'eux comme $m r r$, $n h h$, $n h h - m r r$, le second valant les deux autres.

EXEMPLE.

V. Pour faire maintenant quelque usage de ce que l'on vient de trouver en général, que l'Orbe mobile ALB soit une Ellipse, dont $AB = a$ soit le grand axe; & $DC = c$ la distance de ses foyers C, D ; son équation (par rapport au foyer C) sera $d\lambda = \frac{b dr}{\sqrt{4 ar - 4 rr - b b}}$, en supposant $b b = a a - c c$. Si l'on substitue cette valeur de $d\lambda$ dans

Les deux dernières équations $dz = \frac{nbh - mrr}{nhb} \times dy$, $dz = \frac{nbh - mrr}{mhr} \times dx$ de l'art. 3. elles se changeront en $\frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{nbh - mrr}{mhr} \times dx$: c'est à dire que $dy = \frac{nbhbdr}{nbh - mrr \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, & $dx = \frac{mbbdr}{nbh - mrr \times \sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, dont la première est l'équation de l'Orbe immobile cherché $AHIM$, & la seconde est celle de la Courbe ANQ déterminatrice du mouvement de l'Apogée.

VI. On a vu dans les Mémoires de 1700. & de 1701. quelles doivent être les pesanteurs ou les forces centrales des Planetes vers un des foyers d'une Ellipse immobile pour la pouvoir décrire: Voici présentement quelles doivent être leurs pesanteurs ou forces vers ce foyer C , où l'on suppose que le Soleil est placé, pour décrire comme dans l'art. 1. l'Orbe immobile $AHIM$ par le concours de leur mouvement autour de cette Ellipse, & de celui de cette Ellipse elle-même autour de ce foyer fixe C .

Soient t les tems employés par le corps l à décrire cette Courbe $AHIM$. L'on aura (art. 3.) chaque instant dt en raison de l'espace élémentaire $lC\lambda$ ($\frac{r dy}{2}$) décrit par le rayon Cl pendant cet instant, par exemple, $dt = r dy$. Mais en nommant aussi $l\lambda$, ds ; aN , dx ($-dr$); & f , la force centrale tendante en C : la Regle générale des forces centrales des Mémoires de 1700. pag. 86. & 222. donnera ici $f = \frac{dsdds}{dxds^2} = \frac{dsdds}{-drds^2}$ pour cette Regle dans laquelle $lC\lambda$ ($\frac{1}{2}r dy$) ou dt doit être constant.

Cela posé, l'équation de la Courbe $AHIM$, trouvée dans l'art. 5. donnant $\frac{nbh - mrr \times 4ar - 4rr - bb}{nmbbh^4} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2$, donnera aussi $\frac{nmb^4 - 2mnhbrr + mmrr \times 4ar - 4rr - bb}{nmbbh^4} + \frac{nmbbh^4}{nmbbh^4} = \frac{ds^2}{dy^2}$, ou $\frac{ds^2}{rrdy^2} \left(\frac{ds^2}{ds^2} \right) =$

$$\begin{aligned}
&= \frac{nnb^4 - 2nnb^3hr + mrr \times 4ar - 4rr - bb + nnbb^4}{nnbb^4rr} \\
&= \frac{4nnarh^4 - 4nnrrb^4 - 8nnar^3bb + 8mnbb^3r + 2mnbb^3hr}{nnbb^4rr} \\
&+ \frac{4mmar^4 - 4mmr^4 - mmbb^4r}{nnbb^4rr} \\
&= \left\{ \frac{4nnab^4 - 4nnrb^4 - 8nnarrrbb + 8mnbb^3r}{nnbb^4rr} + \frac{2mnbb^3hr + 4mmar^4 - 4mmr^4 - mmbb^4r}{nnbb^4rr} \right\}. \text{ Donc en}
\end{aligned}$$

faisant ds constante suivant la Regle, l'on aura $\frac{dsds}{ds^2} =$

$$\begin{aligned}
&= \left\{ \frac{-4nnrb^4 - 16nnarrrbb + 24mnbb^3r + 2mnbb^3hr}{nnbb^4rr} + \frac{16mmar^4 - 20mmr^4 - 3mmbb^4r - 4annb^4}{nnbb^4rr} \right. \\
&\quad \left. + \frac{4nnb^4r + 8arrrmnbb - 8mnbb^3r - 2mnbb^3hr}{nnbb^4rr} - \frac{4mmar^4 + 4mmr^4 + mmbb^4r}{nnbb^4rr} \right\} \times dr \\
&= \left\{ \frac{-8nnarrrbb + 16mnbb^3r + 12mmar^4}{nnbb^4rr} - \frac{16mmr^4 - 2mmbb^4r - 4annb^4}{nnbb^4rr} \right\} \times dr.
\end{aligned}$$

$$\text{Donc enfin } \left\{ \frac{4nnarrrbb - 8mnbb^3r - 6mmar^4}{nnbb^4rr} + \frac{8mmr^4 + mmbb^4r + 2annb^4}{nnbb^4rr} \right\} = \frac{dsds}{drds} = f$$

qui exprimera la pesanteur ou la force centrale vers C nécessaire à la Planete l pour décrire l'Orbe immobile $AHlM$. Ce qu'il falloit trouver.

VII. Si l'on veut maintenant que cette Planete l soit la Terre, & C le Soleil, ou réciproquement: le mouvement annuel de l'Aphélie, ou de l'Apogée se trouvera de $1'. 1''. 10'''$. suivant le Pere Riccioli dans son *Almag.* Tom. 1. Liv. 3. Chap. 25. pag. 158. Donc puisque (*art.* 4.) $nhh.mrr::\lambda c.OP::\lambda Cc. OCP$. Et que ces angles instantanés & contemporains sont entr'eux comme leurs sommes annuelles, c'est à dire ici, comme une révolution entière de 360. deg. de la Terre autour du Soleil, ou du Soleil autour de la Terre, aux $1'. 1''. 10'''$. du mouvement annuel de son Aphélie ou Apogée; l'on aura $nhh.mrr::360. 1' + 1'' + 10'''::360^d. 3670''::77760000. 3670::21188 \frac{4}{367}. 1$. ou pour éviter la fraction, $nhh.mrr::21188. 1$. ce qui donne $nhh=21188mrr$. Donc en substituant cette valeur de nhh dans celle qu'on vient de trouver (*art.* 6.) de la force centrale

centrale (*f*) dont la Planete *l* doit rendre vers *C* pour décrire l'Orbe immobile *AHlM*, l'on aura ici . . .

$$\frac{8979474344r-169496rr+bb}{448931344bb^3},$$

pour une pareille force centrale de la Terre *l* vers le Soleil *C*, ou du Soleil *l* vers la Terre *C*, selon qu'on fera mouvoir la Terre autour du Soleil, ou le Soleil autour de la Terre.

VIII. Une semblable substitution de *n h h* (*art. 7.*)

$$= 21188mrr \text{ dans les équations } dy = \frac{nbhadr}{nbh-mrr \times \sqrt{4ar-4rr-bb}},$$

$$\& dx = \frac{mhadr}{nbh-mrr \times \sqrt{4ar-4rr-bb}}, \text{ les changera de même en}$$

$$dy = \frac{21188bdr}{21187 \times \sqrt{4ar-4rr-bb}}, \& dx = \frac{bhdr}{21187r \times \sqrt{4ar-4rr-bb}},$$

dont la première exprimera l'Orbe immobile *AHlM* de la Terre *l* autour du Soleil *C*, ou du Soleil *l* autour de la Terre *C*; & la seconde exprimera la Courbe *ANQ* déterminatrice de l'Aphélie de la Terre, ou de l'Apogée du Soleil.

HYPOTHÈSE

DE M. NEWTON.

IX. Voilà ce qui résulte du mouvement de l'Aphélie ou de l'Apogée *a*, comparé avec le mouvement effectif de la Planete *l* sur son Orbe immobile *AHlM*, en supposant à la manière de Kepler, que les espaces *ACaA* sont entr'eux, & les espaces *AClHA* aussi entr'eux, comme les tems employés à les décrire par les rayons correspondans *Ca*, *Cl*. Voici maintenant ce qui résulte d'une pareille comparaison de ce mouvement effectif de la Planete *l* sur son Orbe immobile *AHlM*, avec celui qu'on suppose qu'elle a en *L* sur son Orbe mobile *ALB*, en supposant de même à la manière de Kepler, que les espaces *AClHA* sont ici entr'eux, & les espaces *ACLA* aussi entr'eux, comme les tems que les rayons correspondans *Cl*, *CL*, emploient à les décrire en tournant avec la Planete autour du point fixe *C*; ce qui rend ici les espaces *ACLA*

Fig. I.

en raison constante avec leurs correspondans $AClHA$:

Par exemple, $p. q :: ACLA. AClHA :: \int \frac{LC \times EF}{2} . \int \frac{LC \times e\lambda}{2} ::$

$\frac{LC \times EF}{2} . \frac{LC \times e\lambda}{2} :: EF. e\lambda :: \text{ang. } LCF. \text{ang. } lC\lambda :: \text{ang. } ACL.$

ang. ACl . c'est à dire que l'angle ACl est à son correspondant $ACl :: p. q.$ ainsi que M. Newton l'a supposé dans son *Traité De Phil. Nat. Princ. Math.* Prop. 44. Cor. 1. pag. 135.

Par conséquent aussi $p. q :: EF (dx). e\lambda (dy)$. Ce qui donne $\frac{p dy}{q} = dx$ pour l'équation de l'Orbe immobile $AHlM$ suivant cette hypothèse de M. Newton, en y substituant la valeur de dx résultante de l'équation donnée de l'Orbe mobile ALB .

EXEMPLE I.

X. Donc cet Auteur prenant, comme cy-dessus, cet Orbe mobile pour une Ellipse ordinaire, dont le mouvement de l'Aphélie se fait autour de son foyer C où il place le Soleil; & l'équation de cette Ellipse par rapport à ce foyer, étant (*art. 5.*) $dx = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$; l'on aura (*art. 9.*)

$\frac{p dy}{q} = \frac{bdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, ou $dy = \frac{bqdr}{p\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$ pour l'équation de l'Orbe immobile $AHlM$ de son hypothèse.

XI. Cette équation fournit le moyen de trouver tout d'un coup les pesanteurs ou forces centrales avec lesquelles la Planete l doit tendre vers C pour décrire l'Orbe que cette équation exprime, sans avoir recours à ce qu'il lui en faudroit vers ce point pour décrire séparément l'Ellipse ALB , & séparément aussi pour le mouvement circulaire de cette Ellipse autour de ce point. En effet les noms, l'hypothèse de $dt = r dy$, & la Règle $f = \frac{ds dds}{-dr dt^2}$, demeurant ici les mêmes que dans l'art. 6. cette équation $dy = \frac{bqdr}{p\sqrt{4ar - 4rr - bb}}$, ou $\frac{p dy \sqrt{4ar - 4rr - bb}}{bq} = dr$ de l'art. 10. donnera $\frac{4ppar - 4pprr - ppbb}{qqbb} \times dy^2 - dy^2 = dr^2 - dy^2 = ds^2$, ou $\frac{4ppar - 4pprr - ppbb + qqbb}{qqbbrr} = \frac{ds^2}{r dy^2} \text{ (hyp.)} = \frac{ds^2}{dt^2}$. Donc en fai-

stant dt (rdy) constante suivant la Regle, l'on aura

$$\frac{2dsdds}{dr^2} = \frac{-4ppar + 2ppbb - 2qqbb}{qqbbrr^2} \times dr$$
; ce qui donne

$$\frac{2ppar - ppbb + qqbb}{qqbbrr^2} = \frac{dsdds}{drds} = f$$
 pour l'expression des
 forces centrales cherchées, c'est à dire, de celles qui sont
 nécessaires vers C à la Planete l pour décrire l'Orbe im-
 mobile $AHlM$.

XII. Ces forces centrales de la Planete l aux différens
 points de la Courbe $AHlM$ vers C , étant donc ici comme
 les fractions correspondantes $\frac{2ppar - ppbb + qqbb}{qqbbrr^2}$, ou
 (en multipliant le tout par la fraction constante $\frac{2q}{pp}$)
 comme $\frac{2a}{bbrr} + \frac{qq - pp}{ppr^2}$; & ce qu'il lui en faudroit vers le
 même foyer C de l'Ellipse ABC pour la décrire, étant
 aussi (*Mem. de 1700. pag. 223.*) comme les fractions cor-
 respondantes $\frac{2a}{bbrr}$; les différences des forces nécessaires à
 ce même corps vers C , aux points correspondans L, l , de
 ces deux Courbes, pour les décrire, seront de même en-
 tr'elles comme $\frac{qq - pp}{ppr^2}$, ou comme $\frac{1}{r^2}$ à cause de la fraction
 constante $\frac{qq - pp}{pp}$, c'est à dire, en raison réciproque des
 Cubes r^3 (\overline{Cl}) des distances de la Planete l au foyer C ,
 ainsi que M. Newton (*Prop. 44. pag. 133. &c.*) l'a trouvé en
 prenant $\frac{pp}{rr}$ pour l'expression de la force requise en L vers
 C pour décrire l'Ellipse ALB , dont le paramètre du grand
 axe est $= \frac{bb}{a}$; & en trouvant à sa manière $\frac{pp}{rr} + \frac{qqbb - ppbb}{2ar^2}$
 pour ce que la formation de la Courbe $AHlM$ en exige
 de même au point correspondant l vers C dans le corps
 décrivant: Ce qui se déduit des expressions précédentes de
 ces forces; puisque $\frac{2a}{bbrr} \cdot \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq - pp}{ppr^2} :: \frac{pp}{rr} \cdot \frac{pp}{rr} + \frac{qqbb - ppbb}{2ar^2}$.

XIII. L'on peut encore trouver la même chose en cette
 forte. Toutes choses demeurant les mêmes que cy dessus,
 soient menées aux points correspondans quelconques L, l .

FIG. II.

des Orbes ALB , $AHLM$, les tangentes LV , LX , qu'elles soient rencontrées en R , S , par les droites FR , λS , tirées d'autres points correspondans F , λ , infiniment proches de ceux là, & parallèlement aux rayons CL , Cl .

Cela posé, il est évident que ces petites lignes RF , $S\lambda$, seront parcourûes en tems égaux en vertu des forces requises vers C pour décrire ces deux Orbes; puisque (*hyp.*) si l'Ellipse ALB étoit demeurée fixe, la Planete en auroit parcouru l'élément LF dans le même instant qu'elle parcourt effectivement l'élément correspondant $l\lambda$ par le concours de ce mouvement & de celui de cette Ellipse autour de son foyer C . Donc les forces centrales requises en L , l , vers ce point fixe C , pour la description de ces deux Courbes, sont entr'elles comme RF à $S\lambda$. Mais en nommant LF , dv ; & le reste comme cy-dessus art. 2. & 6. on trouvera par les art. 9. & 10. pag. 25. & 26. des Mem. de 1701.

que $RF = \frac{dzdrdv^2 + rdv^2dz - rdxduv}{rdrdz}$ sans y rien supposer de

constant: De sorte que substituant $ddz = -\frac{dzdr}{r}$ que donne $rdz (dt)$ qu'on suppose ici constant, l'on aura $RF = -\frac{dvddv}{dr}$. On trouvera de même $S\lambda = -\frac{dsdds}{dr}$.

Donc en ce cas les forces centrales requises en L , l , vers C pour la description des Orbes ABL , $AHLM$, doivent être entr'elles :: $\frac{dvddv}{dr}$. $\frac{dsdds}{dr}$. Or

1°. L'Ellipse ALB ayant $dv^2 = dr^2 + dz^2$, donnera $\frac{dvddv}{dr} = \frac{drddr + dzddz}{dr}$ (à cause que son équation $dr = \frac{gdx}{b}$ résultante de l'art. 5. en supposant $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$, donne $ddr = \frac{dx dg + gddz}{br}$) $= \frac{drdxg + gdrdx + bdxddz}{bdr}$ (à cause que $rdz = dt$ constant, donne $ddz = -\frac{drdt}{r} = -\frac{drdz}{r}$) $= \frac{-rdrdxg + gdr^2dz + bdrdz^2}{bdr} = \frac{-rxdg + gdrdx + bdx^2}{br}$ (à cause que la précédente équation de l'Ellipse ALB donne $dz = \frac{bdr}{g}$) $= \frac{-grdrdg + ggr^2 + bbdz^2}{ggr}$ (à cause que $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$

$$\text{donne } dg = \frac{2adr - 4rdr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{2a - 4r}{g} \times dr = \frac{-2dr + 4rr + gg + bb}{gg} \times dr^2$$

(à cause de $gg = 4ar - 4rr - bb$) $= \frac{-2dr + 4rr + 4ar + 4rr - bb + bb}{gg} \times dr^2$

$$= \frac{2ardr}{gg} = \frac{2a}{gg} \times dr^2.$$

2°. L'Orbe immobile $AHIM$ ayant aussi $ds^2 = dr^2 + dy^2$, donnera de même $\frac{dsds}{dr} = \frac{drdr + dydy}{dr}$ (à cause que son équation $dr = \frac{r dy}{bq}$ résultante de l'art. 10. en supposant encore $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$, donne $ddr = \frac{r dy dg + r g dy}{bq}$)

$$= \frac{r dr dy dg + r g dr dy + b q dy dy}{b q dr}$$

(à cause que $r dy = ds$ constant, donne $ddr = -\frac{drds}{r} = -\frac{dr dy}{r}$) $= \frac{-r dr dy dg + r g dr^2 dy + b q dr dy^2}{b q dr}$

(à cause que la précédente équation de l'Orbe immobile $AHIM$ donne $dy = \frac{b q dr}{r g}$)

$$= \frac{-r g r dr dg + r g r g dr^2 + b b q dr dy^2}{r g g r}$$

(à cause que $g = \sqrt{4ar - 4rr - bb}$ donne $dg = \frac{2a dr - 4r dr}{\sqrt{4ar - 4rr - bb}} = \frac{2a - 4r}{g} \times dr$)

$$= \frac{-2ppar + 4pprr + ppgr + qqbb}{ppgr} \times dr^2$$

(à cause de $gg = 4ar - 4rr - bb$)

$$= \frac{-2ppar + 4pprr + 4ppar - 4pprr - ppbb + qqbb}{ppgr} \times dr^2$$

$$= \frac{2ppar - ppbb + qqbb}{ppgr} \times dr^2.$$

Donc $\frac{duddu}{dr} \cdot \frac{dsds}{dr} :: \frac{2a}{gg} \times dr^2 \cdot \frac{2ppar - ppbb + qqbb}{ppgr} \times dr^2$

$$:: \frac{2a}{bb} \cdot \frac{2a}{bb} - \frac{pp + qq}{ppr} :: \frac{2a}{bbrr} \cdot \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq - pp}{ppr^2}.$$

Mais on vient de voir que les forces centrales requises en L, l , vers le point fixe C , pour la description des Orbes $ALB, AHIM$, sont ici :: $\frac{duddu}{dr} \cdot \frac{dsds}{dr}$. Donc ces mêmes forces sont aussi entr'elles :: $\frac{2a}{bbrr} \cdot \frac{2a}{bbrr} + \frac{qq - pp}{ppr^2}$. Ce qui donne encore $\frac{qq - pp}{ppr^2}$ pour leurs différences, ainsi qu'on l'a déjà trouvé dans l'art. 12.

XIV. Il est à remarquer que quoique cette seconde manière de trouver le rapport des forces requises aux points correspondans L, l , vers C , pour décrire les Orbes $ALB, AHlM$, donne aussi ces forces entr'elles comme $2ppar$ à $2ppar - ppbb + qqbb$; on n'en peut pas conclure de même que leurs différences soient comme $qqbb - ppbb$; mais seulement que ces forces sont à leurs différences, comme les deux derniers termes de cette analogie sont à $qqbb - ppbb$ qui est la leur. La raison de cela vient de ce que $2ppar$, & $2ppar - ppbb + qqbb$, ne sont pas (art. 12.) les véritables expressions de ces forces, mais seulement du rapport qu'elles ont entr'elles: car aucune de ces forces ne suivant le rapport d'aucun de ces termes, la différence de ces forces ne doit point suivre non-plus le rapport de la différence de ces termes; il faudroit pour cela que chacune de ces forces suivît le rapport de chacun de ces termes, c'est à dire, de celui d'entr'eux qui l'exprimerait,

EXEMPLE II.

XV. Si l'on veut maintenant que le centre C des forces de la Planete l , soit aussi celui de l'Ellipse ALB , autour duquel cette Ellipse tourne pendant que la Planete la parcourt, l'on aura $dx = \frac{2aaldr}{\sqrt{2arr - 2aal \times 2aal - 2rr}}$ pour l'équation au centre de cette Ellipse, en supposant ici son grand axe $= 2a$, & le parametre de cet axe $= 2l$. Cette valeur de dx étant substituée dans l'équation générale $dx = \frac{r dy}{2}$ de l'Orbe immobile $AHlM$, résultante (art. 9.) de l'hypothèse de M. Newton, l'on aura $\frac{r dy}{2} = \frac{2aaldr}{\sqrt{2arr - 2aal \times 2aal - 2rr}}$ ou $\frac{r dy \sqrt{2arr - 2aal \times 2aal - 2rr}}{2aaql} = dr$. Ce qui donne $ds^2 (dr^2 + dy^2) = \frac{pp \times rr - al \times ad - rr}{a^2 qql} \times dy^2 + dy^2 = \frac{ppaarrr - qq^2 - ppail + pparrl + qqail}{qqal^2 rr}$ $= \frac{d^2}{rr dy^2} (hyp.) = \frac{ds^2}{dr^2}$. Donc en faisant $ds (r dy)$ con-

stante suivant l'hypothèse, l'on aura $\frac{1 d s d d s}{d s^2} = \frac{2 p p a a r^2 - 4 p p r^2 + 2 p p a r^3 l - 2 p p a a r^3 + 2 p p r^2 + 2 p p a^3 l r - 2 p p a r^3 l - 2 q q a^3 l}{q q a^3 r^4 l} \times d r$
 $= \frac{-2 p p r^2 + 2 p p a^3 l - 2 q q a^3 l}{q q a^3 r^3 l} \times d r$, d'où résulte $\frac{p p r^2 - p p a^3 l + q q a^3 l}{q q a^3 r^3 l} = \frac{d s d d s}{d r d s^2} = f$ pour l'expression des forces centrales cherchées, c'est à dire, requises vers le centre C de l'Ellipse qu'on suppose se mouvoir autour de ce point, pour décrire (en la parcourant) l'Orbe immobile $AHIM$.

XVI. Ces forces centrales de la Planete l aux différens points de la Courbe $AHIM$ vers le centre de l'Ellipse ALB , sont donc ici comme les fractions correspondantes $\frac{p p r^2 - p p a^3 l + q q a^3 l}{q q a^3 r^3 l}$, ou (en multipliant par $q q l$ constante) comme $\frac{p p r^2}{a^3} - \frac{q q l - p p l}{r^3}$. Mais on a vû dans les Mémoires de 1700. art. 9. pag. 88. que les forces requises vers le centre C de l'Ellipse ALB pour la décrire sur un plan fixe dans la présente hypothèse de M. Newton, seroient comme $\frac{2 r}{a^2 p}$, c'est à dire ici comme $\frac{r}{a^2 l}$, parceque le parametre $p = 2 l$, c'est à dire aussi (en multipliant cette fraction par la grandeur constante $p p l$) comme $\frac{p p r^2}{a^3}$. De sorte que $\frac{p p r^2}{a^3} \& \frac{p p r^2}{a^3} - \frac{q q l - p p l}{r^3}$ seront les expressions de cette force, & de l'autre nécessaire aussi vers C à la Planete l pour décrire l'Orbe $AHIM$, ainsi que M. Newton l'a dit dans le Cor. 3. de sa Prop. 44. pag. 136.

EXEMPLE III.

XVII. M. Newton parle encore d'un autre exemple FIG. III. qui consiste en une Courbe $AHIM$ décrite par le mobile L mû de A vers B le long du côté AB de l'équerre CAB , pendant que cette équerre tourne autour d'un point fixe quelconque C de son autre côté AC , de manière que les espaces $ACLA$ sont encore ici entr'eux, & les espaces $AClHA$ aussi entr'eux, comme les tems employés à

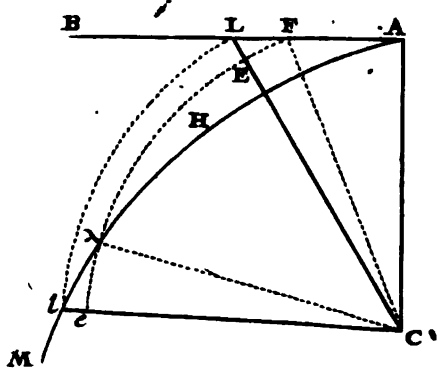
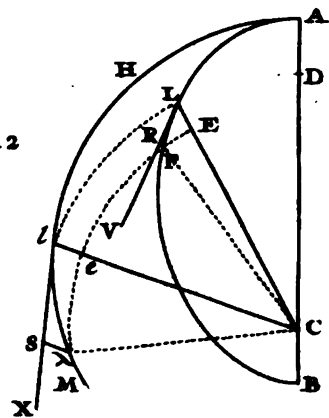
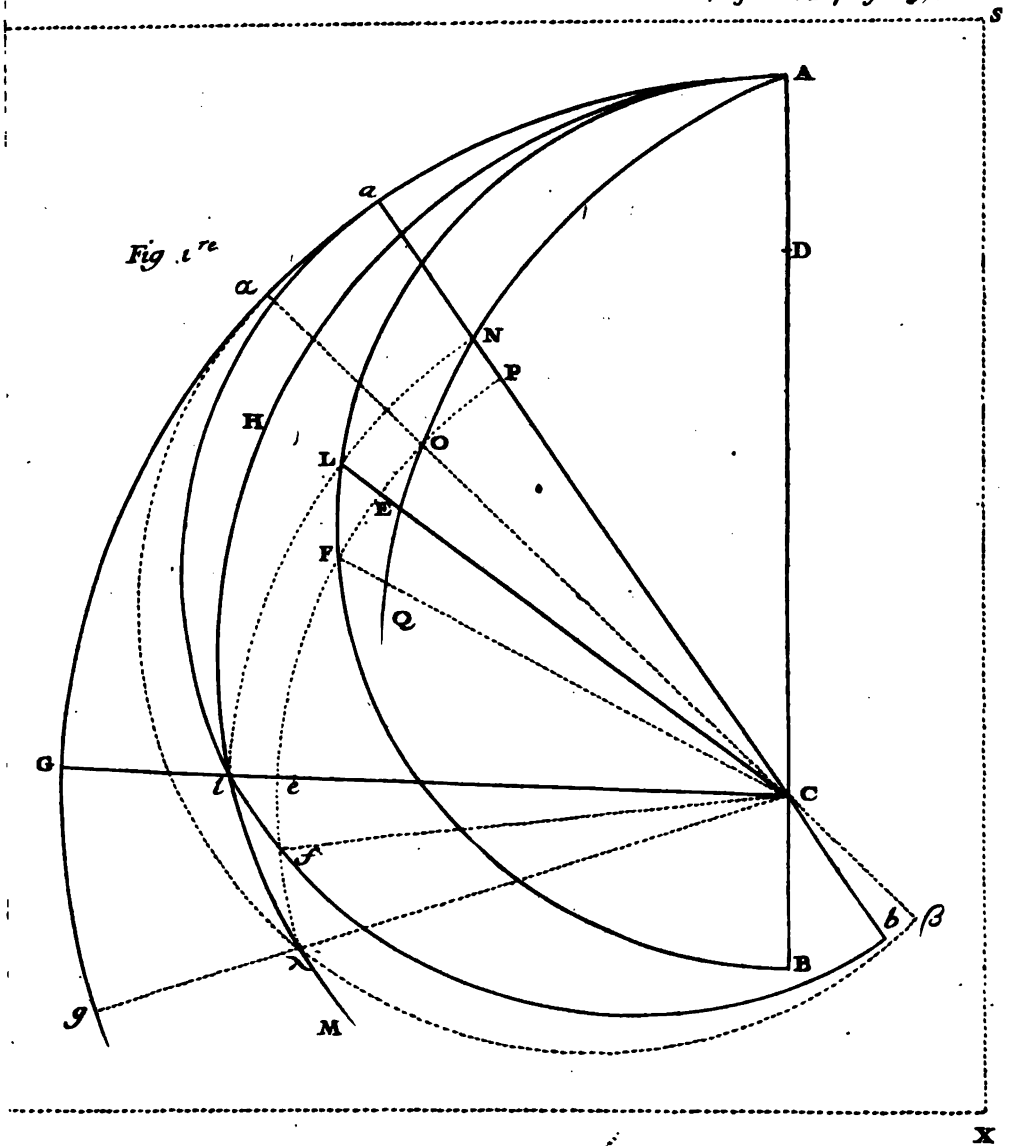
les tracer. D'où l'on voit que les espaces contemporains $ACLA$ & $AClHA$ déterminés par l'arc de cercle LI décrit du centre C , & par conséquent aussi leurs élémens contemporains LCF , lCa , ou (ce qui revient au même) les arcs FE , λe , sont encore entr'eux en raison constante, par exemple comme p est à q .

Si l'on veut maintenant trouver les forces centrales requises au corps l vers C , pour décrire d'un seul mouvement la Courbe $AHlM$; soient encore $AC=b$, CL ou $Cl=r$, $FE=dz$, $\lambda e=dy$, $l\lambda=ds$, t = au tems employé à décrire l'arc AHl ; lequel tems étant (*hyp.*) par tout comme l'espace correspondant $AClHA$, donne aussi par tout les élémens lCa ($\frac{rdy}{t}$) de cet espace comme les instants (dt) employés à les parcourir, c'est à dire, dt par tout en raison de rdy , ou $dt=r dy$.

Cela étant, les triangles semblables LAC , LEF , donneront $LC(r)$. $AC(b)::LF(\frac{rdr}{\sqrt{rr-bb}})$. $FE(dz)=\frac{bdr}{\sqrt{rr-bb}}$. Mais l'hypothèse précédente de M. Newton donne aussi $q.p::dy.dz=\frac{pdy}{q}$. Donc on aura $\frac{pdy}{q}=\frac{bdr}{\sqrt{rr-bb}}$, ou $dr=\frac{pdy\sqrt{rr-bb}}{qb}$. Par conséquent $\frac{pprr-ppbb}{qqbb} \times dy^2 + dy^2 = dr^2 + dy^2 = ds^2$, ou $\frac{pprr-ppbb+qqbb}{qqbbrr} = \frac{ds^2}{r^2 dy^2}$ (*hyp.*) $= \frac{ds^2}{ds^2}$. Donc en faisant $ds(rdy)$ constante suivant la Règle $f=\frac{dsdds}{drds^2}$ de l'art. 6. l'on aura $\frac{dsdds}{ds^2} = \frac{2pprdr-2pprdr+2ppbbdr-2qqbbdr}{qqbbrr^2} = \frac{2pprr-2qq}{qqrr^2} \times dr$. Ce qui donne $\frac{2p-p}{qqr^2} = \frac{dsdds}{drds^2} = f$ pour l'expression des forces centrales requises au corps l vers C pour décrire la Courbe $AHlM$. D'où l'on voit que ces forces doivent être par tout en raison réciproque des Cubes des distances de ce corps l au centre C , ainsi que M. Newton l'a dit dans le Corol. 6. de sa Prop. 44. pag. 137.

Remarque.

XVIII. Telle est la facilité avec laquelle la Règle des forces centrales rapportée dans l'art. 6. peut résoudre tous les





les exemples de M. Newton, avec une infinité d'autres concernant de même les forces centrales requises dans l'hypothèse de Kepler & de M. Newton, pour décrire telles Courbes qu'on voudra sur des plans mobiles autour d'un de leurs points quelconque, sans se mettre en peine de ce que ces Courbes en requièrent sur des plans immobiles, ni de ce que le mouvement circulaire de ces plans en requiert pour sa part.

Cette Regle & les autres que l'on trouvera dans les Mémoires de 1700. pag. 236. & 237. avec les regles générales qu'on peut encore tirer des Mémoires de 1701. pag. 27 29. 31. 35. & 36. donneront de même dans les autres systèmes d'Astronomie, tant anciens que modernes, les forces centrales requises dans le cas du mouvement de la Planete sur son Orbe mobile, compliqué avec celui de cet Orbe ou de l'Apogée, en observant de faire constant les termes que chacune de ces Regles exige.

Quant aux conséquences que l'expression $\frac{2a}{bbrr} + \frac{rr - pp}{ppr^3}$ ou $\frac{rr}{rr} + \frac{bbqq - bbrp}{2ar^3}$ de la pesanteur ou force centrale que doit avoir la Planete *l* vers *C* dans l'art. 12. pour décrire l'Orbe *AHLM*, fournit à M. Newton par raport à l'angle au centre (c'est ainsi qu'il appelle l'angle en *C*) que les lignes de l'Aphelie & du Perihelie doivent faire entr'elles, selon les différentes raisons qu'il fait suivre à cette force, en supposant cet Orbe *AHLM* presque circulaire, on les peut voir ces conséquences dans la Prop. 45. pag. 137. de son Livre *De Phil. Nat. Princ. Math.* Ainsi nous ne nous arrêterons pas davantage.



PROBLEME DE CHIMIE.

Trouver des Cendres qui ne contiennent aucunes parcelles-de fer.

PAR M. GEOFFROY.

1705.
9. Decem-
bre.

Comme je cherchois à faire differens mélanges de matieres terreuses avec l'huile de lin pour examiner avec soin la production artificielle du fer rapportée dans le Memoire que j'ay donné le 11 Novembre 1704, je me proposay en premier lieu de mêler cette huile avec une terre entierement dépotillée de sels, de parties vitrioliques, & de parties ferrugineuses.

Je crus l'avoir parfaitement trouvée dans des cendres de bois bien calcinées & lessivées exactement : lorsque venant à examiner ces cendres avec le coûteau aimanté, avant que de faire le mélange, je fus surpris de les trouver remplies d'une tres-grande quantité de parcelles de fer.

J'attribuay d'abord ces parties de fer aux plaques des cheminées, aux grilles des fourneaux, & aux instrumens avec lesquels on attise le feu, & je rejetay cette matiere comme peu propre à mon dessein.

Je travaillay donc avec beaucoup de précaution à faire de nouvelles cendres avec du bois que je brûlay sur une pierre, éloignant de mon feu tous les instrumens de fer : Mais cette précaution n'empêcha pas que je n'y trouvasse quelques parcelles de fer.

Je commençay pour lors à soupçonner que le fer pourroit bien être produit dans l'embrasement du bois. Cependant comme j'avois quelque scrupule, parceque ce bois qui étoit de chêne avoit été scié en tres-petits morceaux, & que je craignois que ce fer ne vînt de la scie, je pris de nouvelles précautions pour faire des cendres qui

ne pussent être soupçonnées d'avoir emprunté du fer d'aucun endroit que de leur propre sein. Pour cela je fis brûler dans une grande bassine de cuivre quelques bottes de farget avec quantité d'herbes seches, & je trouvay de même dans les cendres qui me resterent de petites parties de fer.

Quoique les différentes experiences que j'ay réitérées sur cette matiere avec toute la précaution possible me fassent regarder comme une chose impossible de faire des cendres sans faire aussi du fer, j'ay crû cependant ne devoir encore avancer cette proposition que comme une chose problematique, jusqu'à ce que mes experiences eussent été confirmées par d'autres.

Il faut observer que pour découvrir plus aisément les parcelles de fer qui sont ordinairement disperlées en petite quantité dans beaucoup de cendres, il faut faire une assez grande quantité de cendres bien calcinées, les jeter dans beaucoup d'eau, les bien agiter dans cette eau; & après les avoir laissé reposer un instant, pour donner le tems aux parties de fer de tomber au fonds, il faut verser l'eau par inclination. On continuëra à y remettre de nouvelle eau, jusqu'à ce qu'elle ne paroisse presque plus se troubler. Pour lors on fera secher ce qui reste; & en promenant dedans le couteau aimanté, on y découvrira aisément les parcelles de fer qui étoient dans les cendres.

Il m'a parû que les matieres qui ne bruloient pas si promptement & qui rendoient beaucoup de fumée, comme les herbes & les bois durs, donnoient plus de fer dans leurs cendres que les matieres qui brûloient promptement & qui faisoient un feu clair, comme le farget de vigne bien sec.



CONSTRUCTION DES QUARRÉS MAGIQUES

Dont la Racine est un nombre pair.

PAR M. DE LA HIRE.

1705.
9. Decem-
bre.

LEs Quarrés magiques dont la racine est un nombre pair, ont toujours paru plus difficiles à construire que ceux des nombres impairs; & M. Bachet qui avoit trouvé une règle générale pour les impairs, avoué qu'il n'en avoit point découvert, qui pût le satisfaire pour les pairs. Il y a dans le manuscrit de Moscopule, dont j'ay parlé dans la Construction des impairs, une règle pour les nombres parement pairs, laquelle est très-facile; & dans un autre fragment séparé, il y avoit seulement deux exemples des nombres parement impairs sans aucun discours. La règle de Moscopule pour les parement pairs, est la même que celle dont M. Frenicle s'est servi, & la plupart des autres qui ont écrit sur cette matière, hormis dans les Quarrés qui sont faits par enceintes.

Je ne proposeray icy que quelques règles générales pour former ces Quarrés, d'où l'on tire un très-grand nombre de constructions différentes, & dont celles que j'ay vûes jusqu'à présent ne sont que des cas particuliers: elles pourront aussi servir de modèle pour en former d'autres.

Mais comme il y a de deux sortes de nombres pairs, dont les uns sont parement pairs, qui se peuvent diviser en quatre parties égales; & les autres qu'on appelle parement impairs, qui ne se peuvent diviser qu'en deux seulement, les règles générales que je propose dans l'idée des impairs que j'ay données, demandent quelque changement à l'opération pour donner aux parement impairs leur perfection.

*Pour les Quarrés dont la Racine est un nombre
pairement pair.*

PROPOSITION I.

Faire un Quarré magique d'une racine pairement paire.

Je compose ces Quarrés de deux Quarrés primitifs, comme j'ay fait les impairs. Dans l'un j'y place les nombres simples de la racine repetés autant de fois qu'il y a de bandes, & dans l'autre j'y mets aussi les nombres de la racine repetés de même.

Dans la premiere bande horizontale je place d'abord dans la moitié de ses cellules quelqu'un des nombres de la racine, comme 4 dans le Quarré qui a 12 pour racine, & dans l'autre moitié je les remplis du nombre complément de 4 jusqu'à la somme 12 du premier & du dernier de la racine, qui sera 9.

Dans la seconde bande je place les mêmes nombres que dans la premiere, mais en sens contraire, en sorte que les six premieres cellules seront remplies du nombre 9, & les six dernieres du nombre 4, comme on voit dans la Figure.

Primitif.

4	4	4	4	4	4	9	9	9	9	9	9
9	9	9	9	9	9	4	4	4	4	4	4
1	1	1	1	1	1	12	12	12	12	12	12
12	12	12	12	12	12	1	1	1	1	1	1
11	11	11	11	11	11	2	2	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	11	11	11	11	11	11
6	6	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7
7	7	7	7	7	7	6	6	6	6	6	6
8	8	8	8	8	8	5	5	5	5	5	5
5	5	5	5	5	5	8	8	8	8	8	8
3	3	3	3	3	3	10	10	10	10	10	10
10	10	10	10	10	10	3	3	3	3	3	3

Dans la troisieme bande horizontale je prends à volonté quelqu'autre nombre de la même racine, comme 1.

Z z iij.

dont je remplis aussi la première moitié des cellules de cette bande, & je mets dans l'autre moitié le complément de ce nombre lequel est 12. Dans la quatrième bande je met 12 dans les six premières cellules, & 1 dans les six dernières.

Je fais la même chose pour la cinquième & sixième bande, en prenant aussi à volonté quel nombre de la racine on voudra avec son complément. Et en poursuivant de même à remplir toutes les bandes horizontales, on aura tout le Carré rempli de tous les nombres de la racine pris chacun douze fois, & ce Carré sera un Carré magique parfait.

Je forme l'autre Carré primitif avec les nombres des racines en commençant à 0, & de la même manière que le précédent; mais en plaçant dans les bandes verticales les nombres comme on a fait pour le premier dans les bandes horizontales, ce qu'on peut voir dans la Figure, sans qu'il soit besoin de l'expliquer plus au long.

Primitif.

2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
2	9	4	7	0	11	10	1	3	8	6	5
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6
9	2	7	4	11	0	1	10	8	3	5	6

Il est aussi évident que ce Carré sera parfait, car les nombres des racines seront tous sans être repetés dans les bandes horizontales, comme ils étoient dans le premier, dans les bandes verticales.

Maintenant si l'on combine les nombres de toutes les cellules de ces deux Quarrés dans l'ordre où elles sont, en substituant la valeur des racines où sont leurs nombres, on aura le Quarré parfait requis.

Parfait.

28	112	52	88	4	136	129	21	45	105	81	69
33	117	57	93	9	141	124	16	40	100	76	64
25	109	49	85	1	133	132	24	48	108	84	72
36	120	60	96	12	144	121	13	37	97	73	61
35	119	59	95	11	143	122	14	38	98	74	62
26	110	50	86	2	134	131	23	47	107	83	71
114	30	90	54	138	6	19	127	103	43	67	79
115	31	91	55	139	7	18	126	102	42	66	78
116	32	92	56	140	8	17	125	101	41	65	77
113	29	89	53	137	5	20	128	104	44	68	80
111	27	87	51	135	3	22	130	106	46	70	82
118	34	94	58	142	10	15	123	99	39	63	75

La démonstration de ce Quarré parfait est évidente par la construction ; car il est facile à voir que le même nombre ne peut pas se rencontrer deux fois dans ce Quarré ; & puisque chacun des primitifs est parfait, aussi le composé des deux par l'addition sera parfait.

Pour ce qui est des variations de ce Quarré fait par cette methode, on voit qu'elles sont en tres-grand nombre, puisque chacun des primitifs en peut recevoir autant qu'il y peut avoir de différentes dispositions des nombres dans différentes bandes, & chacune de ces variations se doit multiplier par le même nombre des variations de l'autre, ce qui fera le nombre quarré du nombre des variations d'un des Quarrés primitifs, en sorte que si les variations d'un des primitifs étoit 100, le nombre des variations sera 10000.

Si l'on faisoit le premier des primitifs comme on a fait le second, & le second comme on a fait le premier, on auroit toujours la même disposition du Quarré parfait,

368 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 mais seulement renversé, ce que nous ne comptons pas
 pour un Quarré différent.

PROPOSITION II

*On peut encore construire ce Quarré d'une autre maniere diffe-
 rente de la précédente, mais qui y a du rapport.*

Primitif.

5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
3	3	6	6	6	6	3	3
1	1	8	8	8	8	1	1
8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
2	2	7	7	7	7	2	2

Primitif.

6	1	2	5	4	3	0	7
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
1	6	5	2	3	4	7	0
6	1	2	5	4	3	0	7
6	1	2	5	4	3	0	7

Parfait.

On prendra entre les nombres
 simples de la racine deux nombres
 tels qu'on voudra, qui soient com-
 plémens l'un de l'autre jusqu'à la
 somme des extrêmes pour former
 la premiere bande horizontale. On
 en placera un dans le premier & le
 dernier quart de la bande, & l'au-
 tre dans les deux quarts du milieu.

Dans la seconde bande on pla-
 cera les mêmes nombres, mais en
 sens contraire, c'est à dire que ce-
 lui qui étoit au milieu se mettra au
 premier & au dernier quart, & ce-
 lui qui étoit aux extrêmes se met-
 tra au milieu.

Les bandes suivantes se feront
 de la même maniere jusqu'à la fin,
 en mettant toujours dans deux
 bandes de suite les même nombres,
 & tels qu'on voudra, pourvû qu'ils
 soient complémens l'un de l'autre.

Le second Quarré primitif se fe-
 ra de la même maniere avec les ra-
 cines & le 0, en mettant les nom-
 bres des racines dans les verticales,
 de même qu'on les a mis dans les
 horizontales pour le premier pri-
 mitif.

De ces deux Quarrés primitifs
 on

on en fera le Quarré parfait par la combinaison des nombres des cellules correspondantes, en substituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, comme on a fait dans la premiere Proposition.

Tout ce que j'ay dit de la démonstration & des variations de ces Quarrés dans la premiere Proposition, se doit entendre de même dans celle-cy.

PROPOSITION III.

On peut aussi tirer de la Proposition précédente une autre Construction de ces Quarrés.

J'appelle *bandes correspondantes* les extrêmes de la même espece, soit horizontales ou verticales, & celles qui en sont également éloignées.

Pour l'un des Quarrés primitifs ayant disposé la pre-

Primitif.

8	8	1	1	1	1	8	8
7	7	2	2	2	2	7	7
3	3	6	6	6	6	3	3
5	5	4	4	4	4	5	5
4	4	5	5	5	5	4	4
6	6	3	3	3	3	6	6
2	2	7	7	7	7	2	2
1	1	8	8	8	8	1	1

Primitif.

6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
1	5	4	0	7	3	2	6
6	2	3	7	0	4	5	1
6	2	3	7	0	4	5	1

miere bande horizontale avec les nombres & de la maniere qu'on a donnée dans la précédente Proposition, on mettra celle qui la devroit suivre suivant cette Proposition, dans la bande correspondante. Ensuite on placera dans la seconde bande horizontale d'autres nombres suivant les conditions de la même Proposition, & celle qui la devroit suivre sera placée dans la bande correspondante. On fera de même pour les autres, & ainsi tout le Quarré sera rempli des nombres qui lui conviennent, & il sera disposé comme il faut.

On fera la même chose pour le second primitif, en observant de faire pour les verticales ce qu'on a fait dans l'autre pour les horizontales, & ce second Quarré sera

Parfait.

aussi disposé magiquement avec les nombres.

Maintenant si l'on combine ces deux Quarrés, comme on a dit cy-devant, en substituant la valeur des racines à la place de leurs nombres, on aura un Quarré parfait.

La construction du Quarré parfait, qui résulte de la combinaison de ces deux Quarrés primitifs, est évidente, puisque tous les nombres de l'ordre seront dans toutes les bandes d'une même espece & dans les diagonales, & que dans les autres bandes les nombres y seront disposés de telle maniere que les mêmes se trouveront avec toutes les différentes racines. Ce que j'ay dit des variations des autres constructions se doit entendre de même de celle-cy.

PROPOSITION IV.

On peut encore construire ces Quarrés d'une autre maniere.

On disposera les nombres de la premiere bande horizontale dans l'un des primitifs, en sorte que tous les nombres simples de la racine y étant placés comme on voudra, les extrêmes & ceux qui en seront également éloignés, fassent une somme égale à celle du plus grand & du plus petit de ces nombres, qui sont les correspondans.

Primitif.

3	5	1	2	7	8	4	6
5	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
5	4	8	7	2	1	5	3
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6
6	4	8	7	2	1	5	3
3	5	1	2	7	8	4	6

Dans la seconde bande on placera les mêmes nombres dans le même ordre, mais dans un sens contraire; en sorte que celui qui étoit le premier soit le dernier, & ainsi des autres.

La troisième bande sera faite comme la premiere avec les mêmes nombres & dans le même ordre, & la quatrième sera la même

Primitif.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	6	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

Parfait.

27	37	25	34	39	32	36	30
6	60	8	63	58	1	61	3
19	45	17	42	47	24	44	22
54	12	56	15	10	49	13	51
14	52	16	55	50	9	53	11
43	21	41	18	23	48	20	46
62	4	64	7	2	57	5	59
35	29	33	26	21	40	28	38

que la seconde. On poursuivra de même en repétant ces bandes jusqu'au milieu du Quarré.

L'autre moitié de ce Quarré se fera en renversant seulement la premiere moitié, enforte que la derniere bande est la même que la premiere; la penultième comme la seconde, & ainsi des autres.

Pour l'autre primitif on en disposera aussi les nombres comme on voudra dans la premiere bande verticale, enforte que les extrêmes & les également éloignés des extrêmes fassent une somme égale au plus grand & au plus petit de ces nombres: les autres bandes verticales se placeront dans ce second Quarré, de la même maniere qu'on a fait les horizontales du premier.

Ces deux Quarrés primitifs seront disposés comme il faut, & les nombres de toutes leurs bandes feront une somme égale: C'est-pourquoy en combinant ces Quarrés, & en substituant dans celui des racines les valeurs de ces racines, on en fera le Quarré parfait, comme on peut voir dans l'exemple.

Cette construction fait voir la démonstration de l'operation; car dans les bandes d'une même espece dans les primitifs, tous les nombres de l'ordre s'y trouvent & dans les diagonales, & dans les autres bandes ils y sont placés alternativement, enforte que ceux d'un Quarré ne scauroient se rencontrer deux fois avec les mêmes de l'autre.

Pour ce qui est du nombre des variations de ce Quarré par cette methode, il est évident que la premiere bande dans l'un des Quarrés primitifs où tous les nombres se trouvent, se peut varier suivant les conditions dans notre

exemple de 8 de racine en 360 manieres, & de même dans l'autre primitif : C'est-pourquoy le nombre des variations de ce Quarré de 8 , sera le Quarré de 360 qui est 129600.

On remarquera que dans ce Quarré parfait les nombres des cellules qui sont diametralement opposées comme dans ceux de la précédente Proposition, font partout une somme égale à celle du premier & du dernier nombre du Quarré. La plupart des methodes qu'on a données jusqu'à présent pour construire ces sortes de Quarrés ne sont que des cas de ces deux Propositions, & c'est lorsque les nombres qui sont tous differens dans la même bande sont placés de suite dans l'ordre naturel, comme 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, &c. lesquels se trouvent disposés suivant la regle de ces constructions, car les également éloignés des extrêmes font toujours une même somme.

PROPOSITION V.

On peut encore faire ces Quarrés d'une autre maniere.

On disposera l'un des Quarrés primitifs de la même maniere que le premier de la quatrième Proposition, & l'autre de la même maniere que le premier de la seconde ou troisième Proposition : ou bien l'un comme le second de la quatrième Proposition, & l'autre comme le second de la seconde ou troisième Proposition, comme on le peut voir dans l'exemple suivant.

1. Primitif,
comme le 2. de la 2. Proposition.

7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
2	7	6	3	4	5	8	1
7	2	3	6	5	4	1	8
7	2	3	6	5	4	1	8

2. Primitif,
comme le 2. de la 4. Proposition.

3	4	3	4	4	3	4	3
0	7	0	7	7	0	7	0
2	5	2	5	5	2	5	2
6	1	6	1	1	6	1	6
1	6	1	6	6	1	6	1
5	2	5	2	2	5	2	5
7	0	7	0	0	7	0	7
4	3	4	3	3	4	3	4

Parfait.

31	34	27	38	37	28	33	32
7	58	3	62	61	4	57	8
18	47	22	43	44	21	48	17
50	15	54	11	12	53	16	49
10	55	14	51	52	13	56	9
42	23	46	19	20	45	24	41
63	2	59	6	5	60	1	64
39	26	35	30	29	36	25	40

Le Quarré parfait se fera par la combinaison des deux primitifs, comme on a fait les autres précédens.

La démonstration en est aussi évidente par les raisons des précédentes Propositions, en considérant que dans ces primitifs les nombres des cellules correspondantes sont tous differens, ce qui

dépend de l'ordre dans lequel ils sont placés.

On voit que par ces combinaisons différentes il se formera un tres-grand nombre de differens Quarrés.

PROPOSITION VI.

Faire un Quarré avec les nombres d'une progression interrompue.

Ayant formé le Quarré parfait par quelqu'une des méthodes précédentes, comme par la cinquième Proposition, en faisant l'un des primitifs comme le premier de la troisième Proposition, & le second comme le premier de la quatrième Proposition, si l'on ajoute quel nombre on voudra comme 7 à tous les nombres du Quarré parfait qui sont plus grands que celui de la moitié du Quarré, on aura encore un Quarré parfait, dont la moitié des nombres suivra la même progression que l'autre moitié: mais cette progression sera interrompue en ce que le plus petit des plus grands surpassera de 8 le plus grand des moindres; ce qu'on peut voir dans l'exemple suivant.

*Parfait.**Parfait dans la progression
interrompue.*

Cette Proposition est évidente, puisque dans les primitifs qui ont servi à faire le Quarré parfait, il y a dans toutes les bandes tous les nombres pris deux à deux qui sont complémens les uns des autres.

COROLLAIRE.

On pourra aussi ajouter à tous les nombres de la première moitié, qui sont les moindres nombres du Quarré parfait; tel nombre qu'on voudra, & à l'autre moitié aussi tel nombre qu'on voudra, pourvu que le nombre ajouté à la dernière moitié soit plus grand que le nombre ajouté à la première; car sans cela il y auroit des nombres répétés dans le Quarré quoiqu'il fût parfait.

PROPOSITION VII

S'il y a un Quarré de nombres dans l'ordre naturel, en sorte que chaque bande horizontale soit dans la même progression Arithmétique telle qu'on voudra, & que les bandes verticales soient aussi chacune dans une même progression Arithmétique telle qu'on voudra, comme on voit icy dans le Quarré de 4 de racine; on pourra faire un Quarré parfait avec ces nombres, & en plusieurs manières.

J'entens par *nombres dans l'ordre naturel*, ceux qui vont toujours en augmentant comme on voudra.

Nombres
donnés.

7	9	11	13
16	18	20	22
25	27	29	31
34	36	38	40

Primitif des
Nombres.

2	2	8	8
8	8	2	2
6	6	4	4
4	4	6	6

Primitif des
Racines.

3	0	1	2
3	0	1	2
0	3	2	1
0	3	2	1

Parfait.

26	2	16	24
32	8	10	18
6	30	10	12
4	28	22	14

Requis.

34	7	22	31
40	13	16	25
11	38	27	18
9	36	29	20

On prendra la plus petite des deux progressions, qui est icy 2, dont on formera comme avec des nombres simples un Quarré primitif, & ces nombres seront 2, 4, 6, 8; & l'autre primitif sera fait avec les racines à l'ordinaire 0, 1, 2, 3. Ces deux primitifs se feront par quelque une des methodes précédentes. De ces deux Quarrés primitifs on en fera le parfait, en substituant la valeur des racines qui seront icy 8, qui est le plus grand terme du premier primitif.

Ensuite comme le premier terme du Quarré parfait est 2, la difference à 7 qui est le premier des donnés, est 5; on ajoutera 5 aux quatre premiers termes du Quarré parfait

2, 4, 6, 8, en les laissant à leur place dans ce Quarré.

Maintenant la seconde ligne des nombres donnés commençant par 16 dans l'ordre de la progression 2 qu'on a prise, & la difference à 10 qui est le suivant après 8 dans le Quarré parfait, étant 6, on l'ajoutera aux quatre nombres suivans 10, 12, 14, 16 de ce Quarré parfait, & on les laissera à leurs places. On fera de même pour les autres nombres suivans, en prenant la difference entre 18 & 25 qui est 7, qu'on ajoutera aux suivans du Quarré parfait 18, 20, 22, 24, & ainsi jusqu'à la fin, & le Quarré se trouvera rempli avec les nombres donnés comme il est requis.

On remarquera qu'il faut tantôt ajouter & tantôt ôter la difference aux nombres du Quarré parfait, selon la grandeur des termes donnés par rapport à ceux de la progression dont on a formé le premier primitif.

On pourra aussi faire la même chose avec l'autre progression 9, & les autres nombres du premier Quarré primitif seront 9, 18, 27, 36, & les racines vaudront 36.

La construction de ce Quarré est fondée sur les mêmes raisons que celles de la précédente Proposition ; c'est pourquoy est bonne.

On voit aussi qu'on peut donner autant de constructions différentes de ce Quarré, qu'on en peut former par les différentes dispositions des primitifs.

COROLLAIRE.

On pourra aussi interrompre par la moitié l'un des ordres des progressions données, comme si l'on avoit les nombres donnés dans l'ordre naturel comme ils sont icy.

Mais alors il faudra former le primitif des nombres simples avec les termes de la progression qui est de suite dans la même ligne ; & ayant formé le Quarré parfait comme on a fait cy-dessus, on en fera le requis en ajoutant ou ôtant aux termes du Quarré parfait les différences d'avec les nombres donnés, ce qui suit de cette Proposition. Ce cas sera la converse de la Proposition V I. ce qui est facile à voir.

REMARQUES.

Dans les Quarrés faits par toutes les Propositions précédentes, on pourra transporter les bandes tant horizontales que verticales les unes à la place des autres indifféremment, soit correspondantes ou non, pourvu que les nombres des diagonales se trouvent toujours bons.

Il est aussi facile à voir qu'on peut faire le Quarré parfait, en sorte que tel nombre qu'on voudra se trouve dans une cellule marquée ou donnée dans le Quarré.

Il faut maintenant expliquer la construction des Quarrés d'une racine pairement impaire,

PROPOSITION

PROPOSITION VIII.

*Construction des Quarrés pairement impairs.**Quarré imparfait.*

A

On fera d'abord les deux Quarrés primitifs de ce Quarré par la quatrième Proposition, en prenant quel ordre on voudra dans les nombres; & de ces deux primitifs on en formera un Quarré imparfait, comme on le voit icy dans celui de racine 10.

B

Parfait.

Ensuite dans la bande horizontale supérieure & dans la première verticale qui est à gauche, on laissera les angles à leur place, & l'on transportera dans chacune les nombres d'une moitié dans l'autre, chacun dans sa cellule correspondante, en sorte que ceux qui étoient également éloignés des extrêmes le soient encore après la transposition, & à même distance des extrêmes.

On fera une semblable transposition des deux seuls nombres du milieu de la seconde bande horizontale supérieure & de la dernière, & de même de la seconde bande verticale à gauche & de la dernière à droite.

Enfin après ces changemens on transportera le nombre qui se trouvera dans la cellule marquée A de la première bande horizontale supérieure, laquelle est la première de

la seconde moitié de la bande, à sa cellule opposée marquée *B* de la dernière horizontale, & réciproquement le nombre qui est en bas se mettra en haut. On fera la même transposition du nombre de la cellule *C* dans la cellule *D*, & réciproquement celui de *D* en *C*, qui sont les premières cellules de la moitié inférieure dans les deux verticales extrêmes; ce qui étant achevé le Quarré sera parfait, comme on le voit icy.

Ces Quarrés se trouveront variés en plusieurs manieres, tant par celles des Quarrés primitifs, que par la transposition de quelques bandes après que le Quarré sera parfait.

PROPOSITION IX.

Des Quarrés Magiques par enceintes.

Cette espece de Quarrés pairs doit toujours renfermer au milieu un Quarré de 16 cellules, qui ne peut pas avoir d'enceinte; car si l'on en ôtoit une enceinte, il ne resteroit plus qu'un Quarré de quatre cellules, qui ne peut pas être magique de quelques nombres qu'on puisse le composer. Il faut donc toujours commencer ces Quarrés en formant le Quarré du milieu de 4 de racine.

Ayant disposé dans les cellules du Quarré proposé les nombres dans l'ordre naturel, on prendra les 16 du milieu, dont les horizontales font une progression Arithmétique, & les verticales une autre, & l'on en fera un Quarré par la septième Proposition. Le reste du Quarré naturel étant divisé par enceintes, on trouvera dans chacune les nombres qui sont nécessaires pour la remplir, en sorte qu'elle fasse encore un Quarré parfait étant ajoutée au premier & aux précédens.

On pourra se servir commodément pour avoir la disposition des nombres de chaque enceinte, de la methode que j'ay donnée pour les impairs, en operant sur les complémens des nombres jusqu'à la moitié de la somme du premier & du dernier; & par ce moyen on découvrira toutes les manieres différentes de former ces enceintes.

Mais il y a encore d'autres dispositions de ces Quarrés, en prenant differens nombres pour former le Quarré du milieu. Quelques exemples suffiront pour donner une connoissance parfaite de cette methode.

Quarré naturel.

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36

Quarré du milieu.

29	10	9	26
20	15	16	23
14	21	22	17
11	28	27	8

$$\begin{array}{l}
 1 \rightarrow 17\frac{1}{2} - 36 \\
 2 \rightarrow 16\frac{1}{2} - 35 \\
 3 \rightarrow 15\frac{1}{2} - 34 \\
 4 \rightarrow 14\frac{1}{2} - 33 \\
 5 \rightarrow 13\frac{1}{2} - 32 \\
 6 \rightarrow 12\frac{1}{2} - 31 \\
 7 \rightarrow 11\frac{1}{2} - 30 \\
 12 \rightarrow 6\frac{1}{2} - 25 \\
 13 \rightarrow 5\frac{1}{2} - 24 \\
 18 \rightarrow \frac{1}{2} - 19
 \end{array}$$

le à 0. Ces deux lignes représenteront les nombres de la bande horizontale supérieure & de la verticale à gauche,

$$\begin{array}{l}
 \text{angles.} \\
 + 11\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2} - 12\frac{1}{2} - 13\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 16\frac{1}{2} = 0 \\
 + 11\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2} - 17\frac{1}{2} - 15\frac{1}{2} - 14\frac{1}{2} - 6\frac{1}{2} = 0
 \end{array}$$

les angles se trouvent placés de sujétion; mais pour les nombres entre-deux, on les disposera comme on voudra. On écrira enfin dans l'enceinte les complémens des nom-

bres posés, dans les cellules qui sont directement à l'opposite de ceux qui sont placés.

7	32	6	18	35	13
1					36
34					3
33					4
12					25
24	5	31	19	2	30

7	6	18	33	34	13
1					36
12					25
32					5
35					2
24	31	19	4	3	30

Maintenant le Quarré parfait de 16 étant placé dans cette enceinte, donnera un Quarré parfait de 6 suivant la Proposition.

On pourra encore chercher si avec les mêmes angles on peut avoir d'autres nombres pour les bandes, & l'on trouvera,

$$\begin{aligned} & \text{angles.} \\ & +11\frac{1}{2} - +5\frac{1}{2}. - +12\frac{1}{2} - +\frac{1}{2} - 14\frac{1}{2} - 15\frac{1}{2} = 0 \\ & +11\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2}. - +17\frac{1}{2} - +6\frac{1}{2} - 13\frac{1}{2} - 16\frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

Ce sera la même chose pour d'autres recherches de ces nombres, en posant les mêmes angles ou d'autres à volonté; mais tous ne réussiront pas.

Mais si au lieu des nombres dont on s'est servi pour faire le Quarré de 16 du milieu, on en prend d'autres entre les 36 du Quarré proposé, qui aient les conditions de la septième Proposition, on en pourra faire aussi un Quarré parfait par la même Proposition, comme on le voit dans ces

Nombres posés.

2	3	4	5
14	15	16	17
20	21	22	23
32	33	34	35

Figures. Et alors avec les nombres restans, & par le moyen de leurs differences, on trouvera l'enceinte qui convient à ce Quarré, comme en posant les angles 7 & 9, on aura la maniere suivante exprimée par les differences pour servir à l'enceinte.

$$\begin{aligned} & \text{angles.} \\ & +11\frac{1}{2} - +9\frac{1}{2}. - 17\frac{1}{2} - 12\frac{1}{2} - +8\frac{1}{2} - +\frac{1}{2} = 0 \\ & +11\frac{1}{2} - 9\frac{1}{2}. = 10\frac{1}{2} - +7\frac{1}{2} - +6\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

Quarré parfait.

2	33	34	5
17	22	21	14
23	16	15	20
32	3	4	35

Mais en posant les angles 7 & 18 on aura

$$\begin{aligned} \text{angles.} \\ +11\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 17\frac{1}{2} - 12\frac{1}{2} + 10\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2} &= 0 \\ +11\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 9\frac{1}{2} - 8\frac{1}{2} - 6\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2} &= 0 \end{aligned}$$

Et en posant 1 & 6 aux angles, c'est à dire en laissant les angles du Quarré naturel à leur place dans cette enceinte, on trouve

$$\begin{aligned} \text{angles.} \\ +17\frac{1}{2} + 12\frac{1}{2} - 8\frac{1}{2} - 10\frac{1}{2} - 11\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= 0 \\ +17\frac{1}{2} - 12\frac{1}{2} - 9\frac{1}{2} - 7\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2} &= 0 \end{aligned}$$

Mais en prenant pour les angles 1 & 10 on aura

$$\begin{aligned} \text{angles.} \\ +17\frac{1}{2} + 8\frac{1}{2} - 12\frac{1}{2} - 11\frac{1}{2} + 7\frac{1}{2} - 9\frac{1}{2} &= 0 \\ +17\frac{1}{2} - 8\frac{1}{2} - 10\frac{1}{2} + 6\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2} + \frac{1}{2} &= 0 \end{aligned}$$

& les enceintes feront les suivantes, dans lesquelles on placera le Quarré parfait de 4 qu'on a formé auparavant, & en quel sens on voudra.

7	36	18	10	31	9
29					8
11					26
12					25
24					13
28	1	19	27	6	30

7	36	8	12	31	18
9					28
27					10
25					12
24					13
19	1	29	26	6	30

1	29	27	30	18	6
26					11
28					9
11					24
12					25
31	8	10	7	19	36

1	31	30	11	28	10
29					8
12					26
24					13
18					19
17	6	7	26	9	36

On fera la même operation pour d'autres recherches par differens angles & pour les autres enceintes. On pourra

aussi tirer de ces différentes constructions des regles pour former ces enceintes, lesquelles conviendront à celles de la même espece, comme aux premières, troisièmes, cinquièmes, &c. & d'autres pour les secondes, quatrièmes, sixièmes, &c. comme on a fait pour les impairs.

Pour ce qui est des variations de ces sortes de Quarrés, elles suivent aussi les regles des impairs.

O B S E R V A T I O N

Sur la Matrice d'une fille de deux mois.

PAR M. LITTE.

1705.
19. Decem-
bre.

LE vagin de cette matrice étoit long d'un pouce & sept lignes, il n'avoit qu'une entrée à l'ordinaire; mais l'aïant ouvert d'un bout à l'autre, je remarquai le long de toute la partie inférieure moïenne un corps charnu, large partout d'une ligne, haut d'une ligne & demie seulement depuis le commencement de ce canal jusqu'à un peu au-delà du milieu, & d'un demi-pouce dans le reste, où il formoit une cloïson perpendiculaire qui partageoit cette partie du canal en deux cavités égales, l'un à droit & l'autre à gauche.

Le dedans du vagin étoit inégal par quantité de cercles charnus, qui avoient chacun un tiers de ligne d'épaisseur sur deux de hauteur, & qui étoient distans les uns des autres d'environ une ligne. Tous ces cercles étoient coupés à angles droits en trois parties égales par trois corps charnus, placés horizontalement le long de ce canal, qui étoient un peu plus épais & plus élevés, & qui servoient de tendon à chaque extrémité des trois parties dont les cercles étoient composés.

La matrice que je divise, pour éviter l'équivoque, en 3 parties, sçavoir en fond, en milieu & en cou, avoit 16 lignes de profondeur sur 8 de largeur & 3 d'épaisseur : la

1
19
br

surface extérieure étoit unie, & avoit sa couleur naturelle. Le fond & le milieu étoient longs chacun de 6 lignes, & le cou de quatre.

Le fond étoit séparé suivant sa longueur en 2 corps parfaitement semblables, distans entr'eux de 4 lignes à l'endroit de leur plus grand éloignement, & attachés l'un à l'autre depuis le commencement de leur separation jusqu'à 2 lignes au-delà par un ligament plat en forme de triangle, dont la partie la plus étroite étoit du côté du vagin. Ces corps se terminoient en pointe, & avoient chacun un ligament rond, un ligament large, un cordon de vaisseaux, une trompe & un ovaire.

Le milieu & le cou de cette matrice ne faisoient par dehors qu'un corps simple & continu ; mais l'ayant ouverte, je trouvai qu'elle avoit 2 cavités qui s'étendoient d'un bout à l'autre, larges chacune de 2 lignes & demie à l'endroit du plus grand diamètre, & qui étoient séparées l'une de l'autre le long du fond par des parois particulières & qui ne se touchoient point, & le long du milieu & du cou par une cloison charnuë commune & continuë à celle du vagin, dont il a été parlé.

La surface intérieure, contre l'ordinaire, étoit blanche & garnie de plusieurs feuillets charnus, & recouverts d'une membrane fort sensible, de même que le reste de cette surface. Les feuillets s'étendoient presque tous d'un bout de la matrice à l'autre ; ils avoient chacun environ une ligne de hauteur sur un tiers de ligne d'épaisseur, & ils étoient éloignés les uns des autres d'environ une demie-ligne.

Cette matrice avoit 2 cous & 2 milieux aussi-bien que 2 fonds. Chaque cou avoit son orifice, qui étoit de figure presque ronde, large d'une ligne, ouvert dans une des cavités du vagin, & qui avoit les bords dentelés.

Sur la description que je viens de faire de la matrice de la fille dont il s'agit, on peut, ce me semble, former les conjectures qui suivent.

1°. Que si cette fille avoit vécu & qu'elle eût été mariée,

elle auroit pû concevoir en differens accouplemens, tantôt par l'une des parties de sa matrice & tantôt par l'autre, selon que la semence virile auroit été portée à l'une ou à l'autre de ces parties.

2°. Qu'un fœtus renfermé dans une telle matrice n'auroit pas pû se porter avec la même facilité à droit & à gauche dans le ventre de sa mere, comme il arrive lorsque le fœtus est contenu dans une matrice ordinaire; mais qu'il se seroit porté plus facilement du côté de la partie de la matrice où il auroit été renfermé.

3°. Qu'un fœtus contenu dans l'une des parties de cette matrice n'auroit pas pû devenir si grand, que dans une matrice ordinaire. Il n'y a aucune apparence qu'une moitié de matrice (car on peut, ce me semble, considerer ainsi une de ses parties) eût pû s'étendre autant qu'une matrice entiere, & fournir autant de nourriture à un fœtus pour un pareil accroissement.

4°. Que s'il y avoit eu en même tems deux fœtus dans cette matrice, l'un dans une de ses parties & l'autre dans l'autre, on auroit senti dans le ventre de la mere deux tumeurs distinctes, l'une du côté droit, & l'autre du côté gauche.

5°. Que dans ce dernier cas on n'auroit pas dû accoucher la mere de ses deux fœtus immédiatement l'un après l'autre, à moins que les deux fœtus n'eussent été à peu près à terme, & que l'orifice des deux cous de cette matrice n'eussent été préparés à l'accouchement. Car, après que la mere auroit été accouchée du premier, il n'auroit pas fallu la mettre en travail du second quoiqu'à terme, si l'orifice, par où il auroit dû sortir, n'eût été aussi disposé à l'accouchement. Il n'en est pas de même lorsque deux fœtus sont renfermés dans une matrice ordinaire, parcequ'alors on ne doit pas accoucher la mere de l'un de ces fœtus, qu'on ne l'accouche immédiatement après de l'autre; autrement la perte, qui accompagne toujours l'accouchement, ne cesseroit point, & fe-

roit

roit mourir la mere & le fœtus qui seroit resté dans la matrice, en ôtant à tous les deux le sang qui est le principe de la vie.

La dernière conjecture est, que la superfétation ne peut arriver que dans une matrice à peu près semblable à celle de la fille dont il s'agit, par les raisons suivantes.

La première est, que, lorsque la conception est faite dans une matrice ordinaire, son orifice intérieur se ferme si exactement, que rien n'y sçauroit plus entrer par cette voie. C'est le sentiment d'*Hypocrate*, qui est confirmé par l'expérience, comme je l'ai souvent vérifié. La semence virile n'y peut donc plus être admise pour y produire une nouvelle conception, en quoi consiste la superfétation.

L'orifice intérieur de la matrice se ferme exactement après la conception, parceque le fœtus contenu dans la matrice y étant comme une espèce de corps étranger, détermine par sa masse, par son poids, &c. les fibres charnuës de ce viscere à se serrer de toutes parts, & par conséquent à fermer exactement son orifice. Il est absolument nécessaire que cet orifice se ferme ; car s'il demeurait ouvert après la conception, le fœtus, qui n'est point encore adhérent à la matrice, en pourroit sortir à cause de sa petitesse & de son propre poids, quand la mere seroit debout ou assise, surtout si dans ces situations son corps venoit à être fortement agité par la toux, l'éternuement, &c. ou il seroit détruit par les corps qui entreroient dans la matrice par cette ouverture, d'autant que le fœtus est alors très-foible & très-délicat, par conséquent incapable d'aucune résistance.

La seconde raison est, qu'avant que la femme conçoive, le bout extérieur du cou de la matrice est droit, & son orifice répond directement à celui du vagin ; alors la semence virile peut être lancée dans la matrice par cet orifice. Lorsque la femme a conçu, le même bout du cou de la matrice incline du côté de l'anús, & l'inclinaison augmente à proportion que le fœtus croît, alors son orifice

ne répondant plus à celui du vagin, n'est plus en état de recevoir la semence virile.

Le bout extérieur du cou de la matrice incline du côté de l'anüs dans la grossesse, parceque le fond de la matrice ne pouvant dans son accroissement s'avancer en arrière à cause de la résistance invincible qu'il y trouve, est obligé de se porter en devant où la résistance est aisée à surmonter. Or le fond de la matrice ne peut pas avancer en devant que son cou ne se porte en arrière, ses attaches & les parties voisines lui permettant ce mouvement, & l'empêchant de suivre celui de son fond. Ainsi, quand l'orifice de la matrice seroit alors ouvert, il ne seroit plus dans la situation nécessaire pour recevoir la semence du mâle, qui cependant doit être portée par cette ouverture dans la matrice pour y faire une nouvelle conception ou superfétation.

La dernière raison est, que, quand bien même la semence virile pourroit entrer dans la matrice par son orifice quelque tems après la conception, elle ne pourroit jamais passer de là par les trompes jusqu'aux ovaires pour y féconder des œufs; parceque le placenta du fœtus, déjà contenu dans la matrice, en couvre exactement le fond, & y est si fortement attaché, que rien ne peut passer de la cavité de la matrice dans celle des trompes qui y aboutissent. On observe toujours que le placenta est d'autant plus grand que le fœtus est plus petit; d'ailleurs, lorsque le fœtus est petit, la cavité de la matrice est étroite à proportion.

On pourra objecter que la semence virile peut être portée de la matrice aux ovaires par d'autres voies que par celles des trompes, je le veux; mais parcequ'il n'y a que la route des trompes par où les œufs fécondés descendent des ovaires dans la matrice, & qu'alors cette route est invinciblement fermée aux œufs par le placenta du fœtus contenu dans la cavité de la matrice; il s'ensuit nécessairement que la superfétation est impossible, puisqu'il faudroit absolument que les œufs fécondés passassent de

la cavité des trompes dans celle de la matrice, où on suppose une conception déjà faite. Or nous venons de prouver que ce passage est alors impraticable.

Les Auteurs n'admettent que deux voies aux œufs ou à la semence, pour passer des ovaires dans la cavité de la matrice, sçavoir les trompes & les ligamens qui attachent les ovaires au fond de la matrice.

Or les trompes ont une cavité fort sensible; elles s'ouvrent dans la cavité de la matrice; on a quelquefois trouvé des fœtus dans leur cavité, & on trouve souvent des œufs dans les trompes des volatiles. Les ligamens au contraire sont solides en eux-mêmes, & s'il y paroît quelque cavité, c'est celle d'un vaisseau sanguin. On n'a jamais trouvé aucun fœtus ni aucun œuf dans ces ligamens, & ils ne se continuent que jusqu'à la surface extérieure de la matrice. Il n'y a donc que les trompes par où les œufs passent des ovaires dans la cavité de la matrice, comme je viens de le prouver.


CONYZA MONTANA

*Foliis longioribus serratis flore è sulfureo
albicante.*

PAR M. CHOMEL.

Cette Plante est vivace, sa racine qui trace à trois ou quatre doigts de terre est solide, ronde, légèrement canelée, blanchâtre, & comme rongée par le bout. Son nerf a plus de dureté & plus de blancheur que n'en ont ses autres parties; il se casse même plus aisément. Cette racine a 3 à 4 pouces de longueur sur 3 à 4 lignes de largeur: elle est entourée de plusieurs fibres tirant sur un jaune pâle, presque rondes, inégales en longueur & en grosseur: les plus longues sont de demi pied, sur une ligne de diamètre. Entre ces fibres poussent plusieurs bourgeons

1701.
17. Février.

blancs tirant sur le pourpre, qui deviennent autant de tiges. Celles qui s'élevent, & que je vais décrire, ont au collet de la racine 2 ou 3 bourgeons, lesquels poussent des brins qui fleurissent l'année suivante. La tige est un peu cambrée près de la racine, & ne se redresse qu'en sortant de la terre, d'où elle s'eleve assez droite jusqu'à 2 ou 3 pieds, & quelquefois davantage. Elle est à son origine d'un blanc purpurin, elle devient ensuite d'un verd gay. Dans sa longueur elle est rayée de legeres canelures d'un verd purpurin par le bas, & d'un verd pâle vers le sommet. Cette même tige, comme la Figure le représente, est lisse vers le bas, & un peu veluë près des fleurs. Elle est assez ronde, si ce n'est près de la racine & aux nœuds des feüilles, où elle est un peu anguleuse. Elle est dure & solide, quoyque remplie d'une moëlle blanche qui occupe près du tiers de son diametre, dont l'épaisseur est de 3 à 4 lignes au plus dans les tiges même les mieux nourries. Les feüilles sont disposées alternativement, chacune est attachée à la tige par une base *A* élargie qui en embrasse la moitié. Dans les feüilles inferieures cette base est arrondie, & ses bords ou oreillettes sont convexes par dessus, & concaves par dessous. Dans les feüilles superieures elle est moins large & moins concave. Les feüilles superieures sont plus étroites à proportion de leur longueur que les inferieures, qui ont 5 à 6 pouces de long sur un pouce & demi de large : les unes & les autres sont lisses, & d'un verd obscur par dessus, divisées par un nerf blanchâtre & purpurin *C*, creusé de ce côté en sillon  d'une ligne ou environ près de la tige. Ce nerf se rétrécit insensiblement jusqu'à la pointe, après s'être divisé en rameaux qui se perdent sur les bords de la feüille qui est un peu bosselée dans leurs intervalles : par dessous la feüille est couverte d'un petit duvet qui la rend cottoneuse & d'un verd blanchâtre ; elle est relevée de ce côté, & divisée dans sa longueur, d'un côté arondie *B*, d'un verd gay, large de deux lignes près de la tige qu'elle rend anguleuse. Cette côte répond par ses ramifications relevées à celle qui paroît

creusée de l'autre côté : les feuilles sont découpées sur les bords en dents de scie un peu inégales : de leurs aisselles naissent de petits rameaux qui soutiennent des bouquets de fleurs *D*, qui avortent ordinairement jusques vers les deux tiers de la tige. Au delà ces branches ou rameaux se subdivisent en plusieurs autres chargez de fleurs, qui s'élèvent dans quelques pieds à la même hauteur que celle du sommet de la tige, & sont disposez à l'entour en maniere de branches de parasol. Dans la plupart des pieds ces fleurs s'élèvent moins haut que celles de la tige : chacun de ses rameaux part de l'aisselle d'une feuille longue, étroite, pointuë & dentelée, qui l'entoure en partie par sa base d'un verd purpurin : les branches chargées de fleurs les plus éloignées du sommet ont demi-pied de longueur sur deux lignes de largeur près de la tige : les petits rameaux les plus élevez ont 4 à 5 lignes & même moins, leur longueur étant fort inégale : les uns & les autres sont ronds, caneléz & couverts d'un duvet tres-fin, & sont d'un verd pâle : ces petits rameaux servent de pedicules aux fleurs qu'ils soutiennent. Chacune de ces fleurs est un bouquet *E*, composé d'une vingtaine de fleurons *H* enfermez dans un calice commun *F*, qui est un tuyau cylindrique haut de 4 à 5 lignes, & large de deux près du pedicule où il est renflé *G*. Il se trouve des fleurs sur le même pied où ce renflement est fort sensible, & d'autres où il est moins marqué : dans toutes le calice est legerement canelé, verd pâle, blanchâtre vers le haut, & un peu velu : chaque canelure se termine en une pointe d'un pourpre foncé & noirâtre. Il est entouré de 3 à 4 petites feuilles déliées, veluës & recourbées, qui partent du pedicule dans l'endroit où il se grossit pour former le calice. Chaque fleuron *H* est un tuyau cylindrique long de 4 lignes, renflé vers son milieu jusqu'à la partie superieure, où il est évasé & découpé en 5 pointes égales, en maniere d'étoile, surmonté par un filet fourchu *I*, qui sortant du fond de ce tuyau est entouré par 5 filets tres-déliéz *K*, qui partent des côtez du tuyau dans l'endroit où il se renfle, & qui se

réunissant vis à vis des pointes de l'étoile, forment une gaine jaune *Z*, longue d'une ligne, à travers laquelle passe le petit filet fourchu *I*, qui n'est autre chose que l'étamine chargée d'une poussière jaune orangée. Chaque fleuron a demi-ligne de diamètre vers sa partie supérieure : il est jaune pâle, & porte sur un embryon de graine *M*, garni d'une aigrette, & planté sur la couche du calice *G* vis à vis de l'endroit où il est renflé. Cet embryon est blanc & luisant, verdâtre près de l'aigrette, & devient ensuite une graine *N* blanchâtre, longue d'une ligne & demie, étroite & canelée. La Figure *O* représente le calice ouvert, lorsque la plus grande partie des graines étant en parfaite maturité s'en sont détachées.

Cette Plante a beaucoup de ressemblance & par ses feuilles & par son port extérieur à quelques-unes des espèces de la verge dorée ; cependant comme elle diffère par sa fleur qui n'est point radiée, mais simplement à fleurons, je ne l'ay point placée parmi les espèces de ce genre-là. Cette différence m'a aussi déterminé à la mettre sous celui du *Conyza* plutôt que sous celui du *Seneçon*. Il est vrai que son calice qui n'est pas écailleux a plus de rapport à celui du *Seneçon* qu'à celui du *Conyza* ; mais ce rapport ne se voit qu'après la maturité de ses graines : car après ses découpures ne se renversent point en bas le long du pedicule comme dans celui du *Seneçon*, & elles forment seulement une espèce d'étoile *O*, dont les pointes sont un peu recourbées, comme il arrive dans la plupart des espèces de *Conyza* : d'ailleurs la disposition des fleurons de notre Plante ressemble beaucoup mieux à celle du *Conyza* qu'à celle du *Seneçon*. J'avois d'abord pris l'espèce dont il s'agit pour celle que C. Bauhin appelle *Virga aurea angustifolia serrata*, qui est la même que la *Solidago Sarracenicæ Fuchi, Tragi, Lob.* & de quelques autres, & bien que les feuilles de notre Plante me parussent plus larges vers le bas que celles de la Figure que nous donnent ces Auteurs, je ne m'étois point arrêté à cette différence, parceque C. Bauhin remarque que l'espèce dont il traite se trouve quel-

quelquefois à feuilles plus larges, & quelquefois à feuilles plus étroites. Mais il m'a fallu changer le sentiment que j'avois eu sur la Plante dont il s'agit, parceque j'ay trouvé que les feuilles, surtout les inferieures qui embrassent la tige par une base assez large, sont bien mieux représentées par la Figure du *Consolida aurea* Tab. *mont.* que par celle du *Virga aurea*. D'ailleurs j'ay trouvé que ni la structure des fleurs du *Virga aurea*, ni même celle du *Consolida aurea*, ne s'accordent pas avec celle de nôtre Plante. En effet, je n'en ay vû aucune de radiée, bien que j'en aie examiné une tres grande quantité dans nos montagnes. On ne peut pas dire la même chose des fleurs du *Consolida aurea*, Tab. *1c.* 556. & du *Solidago Sarracenica* *Fuchi*, *Trugi*, *Lob. & aliotum*, puisque ce sont des fleurs radiées, & qu'elles en ont le caractère qui est une couronne de demi fleurons, suivant que le marquent les Figures des Auteurs qui en ont parlé. Cependant comme j'ay trouvé dans l'Auvergne la Plante que M. Tournefort appelle *Conyza latifolia*, *viscosa*, *suaveolens*, *flore aureo è gallo Provincia inst.* 455. tantôt à fleur radiée, & quelquefois simplement à fleurons, j'ay voulu examiner si nôtre Plante n'auroit pas les mêmes varietez en la cultivant dans les Jardins: mais j'ay remarqué deux années consecutives que sa fleur n'a point changé dans le Jardin Royal de Paris où j'avois envoyé plusieurs pieds de sa racine; ainsi j'ay crû que je pouvois faire de nôtre Plante une espece particuliere, & la ranger sous le genre de *Conyza*. M. Tournefort qui n'a rapporté aux genres qu'il a établis que les especes qu'il a verifiées avec soin, ne s'est pas déterminé sur cette Plante, & n'en fait aucune mention dans ses *Elemens*. Il faudroit semer de la graine de nôtre Plante, & examiner si les pieds qui en proviendroient porteroient des fleurs radiées ou simplement à fleurons pour achever de s'assurer parfaitement sur son caractère. J'ay semé dans mon Jardin de cette graine, mais elle n'a point levé. Plukenet Tab. 225. donne une assez mauvaise figure de l'espece que J. Bauhin appelle *Virga aurea angustifolia serrata*, *sive Solidago Sarracenica*.

Comme elle n'a ni racine ni feuilles inferieures, & que les fleurs en sont radiées, cette Figure ne peut convenir à la Plante dont il s'agit.

Je pourrois parler des vertus de nôtre Plante, si elle étoit la même que la *Virga aurea angustifolia serrata* C.B. Pin. dont les facultez sont connuës: mais ces deux Plantes sont différentes. Il me semble pourtant avoir trouvé quelques feuilles de nôtre Plante dans les vulneraires qui nous sont envoyées de Suisse. Ces feuilles, comme je l'ay reconnu, sont un peu salées & acres, & ont aussi une legere amertume: elles excitent beaucoup de salive en les machant. Ces mêmes feuilles & les fleurs ne rougissent point le papier bleu; mais la côte ou le nerf de la feuille le rougit foiblement, & l'écorce de la tige un peu davantage. Tout cela me fait penser que nous pourrions sans beaucoup risquer substituer cette Plante à la Verge dorée.

Nôtre Plante est tres-commune dans les bois du Vallon de la Pardie, dans ceux du Vallon de Bain, & dans les Monts-d'or. On en trouve aussi dans les bois du Cantal, & des autres Montagnes de la haute Auvergne.

LIMODORUM MONTANUM

Flore ex albo dilute virescente.

PAR M. CHOMEL.

1703.
11. Juillet.

LA racine de cette Plante a huit ou dix grosses fibres, & quelquefois moins, qui partent du centre de la tige, & s'éloignent les unes des autres en serpentant: les plus longues fibres s'enfoncent dans la terre, les autres tracent assez près de sa superficie. Elles sont toutes rondes, blanchâtres, charnuës & pleines d'un suc insipide & gluant: les plus longues ont près de deux pouces, & leur diametre vers le centre n'est que d'une ligne & demie au plus: elles se terminent toutes en pointes assez délicies. La
tige

tige qui ne s'éleve qu'à huit ou dix pouces ou environ, est couverte auprès de la racine de deux ou trois feuilles qui l'embrassent & l'envelopent successivement en maniere de gaine, & forment une espece de bulbe : elles ne s'en écartent un peu que par leur pointe qui est arrondie. Ces feuilles sont d'un blanc sale & comme fanées, leur pointe est un peu verdâtre : elles ont près d'un pouce de longueur, & occupent presque le quart de la hauteur de la tige. Quatre ou cinq feuilles au plus la garnissent alternativement : les deux premieres forment par leur base repliée sur elle-même une espece de tuyau long d'un pouce à peu près qui entoure la tige : elles se déploient ensuite & deviennent larges d'un demi pouce, & arrondies par leur pointe : elles ont près de deux pouces de longueur. Les feuilles suivantes sont plus étroites, plus longues & plus pointuës, mais elles n'embrassent pas également la tige, en sorte que celle qui est la plus proche des fleurs ne l'entoure point : elle est tres-petite, étroite, & se termine en une pointe assez déliée : la plus longue de ces feuilles a trois pouces ou environ de longueur, sur cinq lignes de largeur vers son milieu : les feuilles inferieures sont d'une couleur & d'une tiffure assez semblable à celle de l'Hellebore blanc à fleur verte, les superieures sont d'un verd un peu plus clair.

Il y a plusieurs especes d'Orchis dont les feuilles ont beaucoup de rapport avec celles de nôtre Plante. Les fleurs qui occupent le sommet de sa tige sont blanches tirant sur le verdâtre, aussi-bien que la tige en cet endroit : elles sont disposées alternativement tout à tour, & forment un épi long de près de deux pouces, & large de quatre lignes au plus. On compte dans quelques pieds jusqu'à vingt-cinq fleurs. Chaque fleur *B* part de l'aisselle d'une petite feuille *A* longue de trois à quatre lignes, & large d'une : la pointe de cette petite feuille s'éleve aussi haut que la fleur. Cette fleur porte sur un calice *C* un peu tortillé & legerement canelé, large d'une ligne, & haut de deux lignes & demie, d'un verd pâle. Elle est composée de six feuilles : les cinq superieures *DD* qui forment la

coëffe, comme dans la plûpart des fleurs d'Orchis, sont assez égales, arrondies, un peu pointuës vers leur partie superieure, & creusées en cuilleron : elles ont une ligne de long sur demi-ligne de large. La sixième feuille *E* qui occupe la partie moïenne & inferieure de la fleur est rabatuë & découpée en trois pieces, dont celle du milieu est la plus longue. Cette feuille a deux lignes de longueur depuis sa partie superieure jusqu'au bout de la découpure du milieu, & une ligne & demie de largeur : sa partie postérieure se termine en un petit éperon assez court *F* d'un quart de ligne de diametre, & d'une ligne de longueur au plus. Le centre de cette fleur est garni de deux petites étamines imperceptibles. La fleur passée le calice devient un fruit semblable à ceux des especes d'Orchis, & rempli d'une semence menuë comme de la sciure de bois tres-fine.

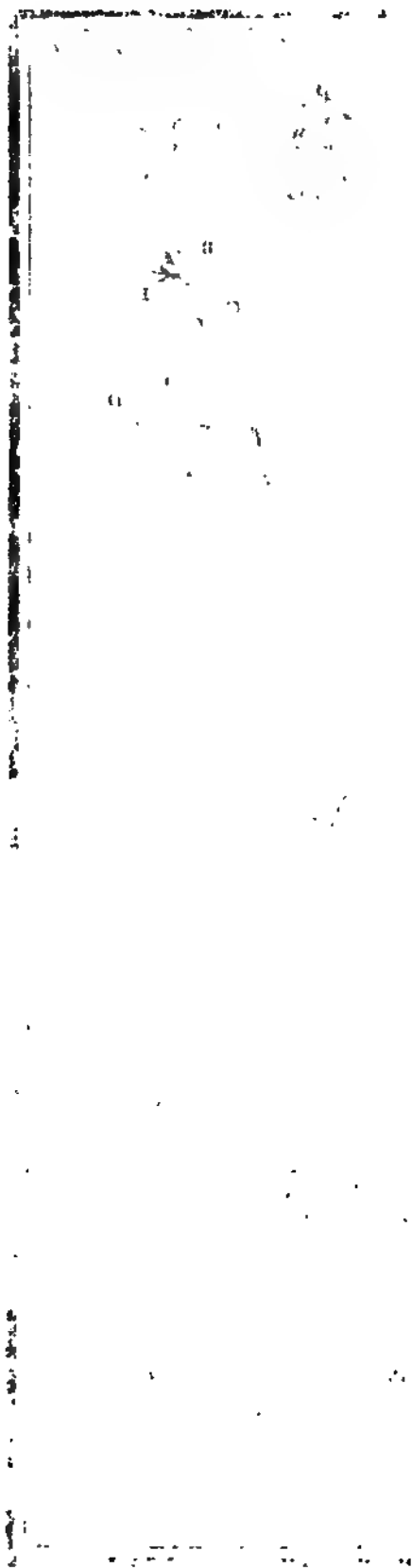
Cette Plante ne m'a parû décrite dans aucun Auteur. Je n'ay point trouvé de Figure gravée qui lui convienne ; ainsi en la nommant j'ay crû la devoir rapporter à son véritable genre, & la faire dessiner. Les racines fibrées qui distinguent le *Limodorum* de l'Orchis, suivant les *Elements* de Botanique, m'ont déterminé à ranger cette espece sous le genre de *Limodorum* plutôt que sous celui d'Orchis. Nôtre Plante se distingue d'ailleurs de l'Helleborine & de l'Orchis par ses autres caracteres, qui sont l'éperon de la fleur, & les feuilles disposées alternativement autour de la tige.

Il n'est pas aisé de décider si l'*Orchis pusilla alba odorata radice palmata Raii hist. 1225.* est la même que nôtre Plante, parcequ'il n'en donne aucune description. On trouve à la verité quelques pieds de la nôtre où la racine n'est composée que de cinq ou six grosses fibres disposées à peu près comme autant de doigts, & la tige n'a que cinq à six pouces de hauteur, & alors le nom de cet Auteur pourroit peut-être leur convenir ; mais je n'y ay remarqué aucune odeur sensible, ainsi je crois que l'espece dont il a parlé est très-différente de celle dont il s'agit,



na foliis longioribus
sulfureo albicante.

Simodorum montanum flore
Ex albo dilute virescente.



J'ay trouvé cette Plante sur le plomb du Cantal en descendant à Pradebourg. J'en ay trouvé aussi près du sommet du Puy de Dome du côté de l'Orient.

Le R. Pere Plumier en a vû dans les montagnes près la grande Chartreuse , & la figure qu'il en a dessinée m'en a assuré parfaitement.

FIN.

Fautes à corriger dans les Mémoires de 1705.

P Age 307. ligne 21. pomper :: il faut pomper, environ ::

Pag. 316. lig. 22. ce qu'elles y avoient alors. *Il faut* ce qu'elles y en avoient alors.

Pag. 319. lig. 10. (art. 6.) *Il faut* (art. 16.)

Pag. 323. lig. 34. qu'avoit ce même air *Il faut* que ce même air y avoit

Pag. 325. lig. 15. laquelle soit à MN , *Il faut* à laquelle soit MN ,

Pag. 329. lig. 1. ombre *Il faut* nombre

Ibid. lig. 21. & du lieu *Il faut* & du tems

Pag. 330. lig. 21. pour donner *Il faut* pour y donner

Pag. 349. lig. 31. & 32. l'Apogée *Il faut* l'Apogée ou l'Aphélie

Ibid. lig. 34. & 35. par l'Apogée *Il faut* par l'Apogée ou par l'Aphélie

Pag. 351. lig. 8. de l'Apogée. *Il faut* de l'Apogée ou de l'Aphélie

Ibid. lig. 22. effacez $aN, dx (-dr)$;

Ibid. lig. 24. au lieu de pag. 86. & 222. donnera *Il faut* pag. 86. & 222. où $NP (-dr)$ s'appeloit dx ; & ces forces, y ; donnera

Pag. 351. lig. 29. & pag. 352. lig. 1. $mmrr$ *Il faut* mmr^4

Pag. 357. lig. 2. le second $+4rr$ doit être $-4rr$

Pag. 358. lig. 30. au lieu du second signe $=$ mettez, ou

Pag. 361. lig. 16. ou de l'Apogée, *Il faut* ou de l'Apogée ou de l'Aphélie,

Les deux Mémoires où ces fautes se rencontrent, ont été imprimés pendant l'absence de l'Auteur.

